1.- Operar y simplificar al máximo: $\dfrac{x-1}{-2x^2+10x-12} - \dfrac{x+2}{3x^2-9x} + \dfrac{x-3}{-2x^2+4x}$

$$\left.\begin{array}{l} -2x^2+10x-12 = -2(x^2-5x+6) = -2(x-3)(x-2) \\ 3x^2-9x = 3x(x-3) \\ -2x^2+4x = -2x(x-2) \end{array}\right\} \quad mcm = 6x(x-2)(x-3)$$

$$\frac{-3x(x-1)-2(x-2)(x+2)-3(x-3)^2}{6x(x-2)(x-3)} =$$

$$\frac{-3x^2+3x-2(x^2-4)-3(x^2+9-6x)}{6x(x-2)(x-3)} =$$

$$\frac{-3x^2+3x-2x^2+8-3x^2-27+18x}{6x(x-2)(x-3)} = \frac{-8x^2+21x-19}{6x(x-2)(x-3)}$$

No se puede simplificar más, pues el numerador no tiene ninguna de las raíces $x=0$, $x=2$, $x=3$.

1'5

2.- Operar y simplificar al máximo $\sqrt[5]{\dfrac{25}{\sqrt[3]{5}}} : \left[\sqrt[3]{\dfrac{1}{125}\sqrt[3]{5}}\right]^4$

$$\frac{\sqrt[5]{25}}{\sqrt[15]{5}} : \left[\sqrt[9]{\frac{1}{5^9}\cdot 5}\right]^4 = \frac{\sqrt[5]{25}}{\sqrt[15]{5}} \cdot \sqrt[9]{\frac{1}{5^{32}}} = \sqrt[45]{\frac{5^{18}}{5^3}\cdot\frac{1}{5^{160}}} =$$

$$\sqrt[45]{\frac{1}{5^{145}}} = \frac{1}{\sqrt[45]{5^{145}}} = \frac{1}{\sqrt[9]{5^{29}}} = \frac{1}{5^3\sqrt[9]{5^2}} = \frac{\sqrt[9]{5^7}}{5^3\cdot 5} = \frac{\sqrt[9]{5^7}}{5^4}$$

Simplifico — Si

Saco Factores — Sa.

Racionalizar

1'25

3.- a) Dado el $p(X) = x^4 - 2(1-2a)\,x^3 - bx + 2$. Utilizando el teorema del resto, hallar a y b para que el polinomio p(x), sea divisible por x+1 y de resto 32 al dividirlo por x+2

b) Escribe un polinomio de grado 4, que tenga por raíz x_1=-3 doble y x_2=0 y que sea divisible por x-1 ¿Es único?

(a) $P(-1)=0 \Rightarrow (-1)^4 - 2(1-2a)\cdot(-1)^3 - b\cdot(-1)+2=0 \Rightarrow 1+2-4a+b+2=0 \Rightarrow$

$\boxed{-4a+b=-5}$ (I)

$P(-2)=32 \Rightarrow (-2)^4 - 2(1-2a)(-2)^3 - b\cdot(-2)+2=32 \Rightarrow 16+16-32a+2b+2=32$

$\boxed{-32a+2b=-2}$ (II)

$$\left.\begin{array}{l} -4a+b=-5 \\ -32a+2b=-2 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} 8a-\cancel{2b}=10 \\ -32a+\cancel{2b}=-2 \end{array}$$

$-24a = 8 \Rightarrow a = -\frac{8}{24} = -\frac{1}{3}$ //

$b = -5+4a = -5-\frac{4}{3} = -\frac{19}{3}$ //

1'5

b)

$P(x) = x(x+3)^2\cdot(x-1)$

No es único, habrá infinitos al variar el coeficiente K

$P(x) = Kx(x+3)^2\cdot(x-1) \quad \forall K \in \mathbb{R}$ //