

1. (2 puntos) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$

b. $\frac{x}{x^2-9} - \frac{x+3}{x^2-3x} = \frac{9-3x}{3x^2+9x}$

2. (1.5 puntos, 0.75 cada uno) Halla el dominio de las siguientes funciones:

a. $g(x) = \frac{x-2}{-x^5-x^3+6x}$

b. $j(x) = \sqrt{\frac{x-2}{-x^2+2x+3}}$

3. (1.5 puntos) Calcula las dimensiones de una habitación rectangular sabiendo que tiene $12m^2$ de área y su diagonal mide 5m.

4. (2 puntos) Resolver las ecuaciones exponenciales:

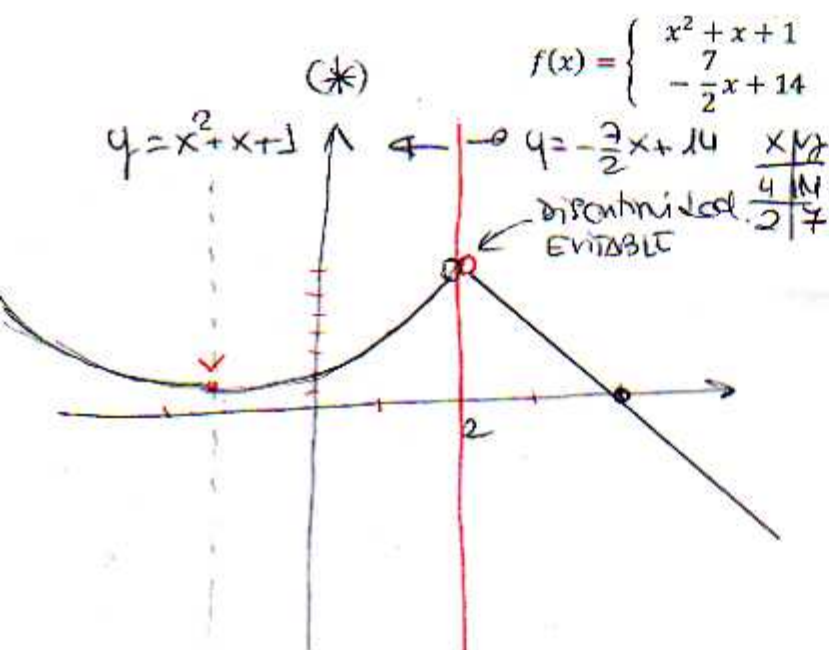
a. $3^x + 3^{1-x} = 4$

b. $\frac{8^{x-1}}{2^{2x-1}} = x+1 \sqrt{4^{x-2}}$

5. (1,25. puntos) Resolver la ecuaciones logarítmicas:

$$2 \log(2x+3) - \log(x+4) = 1 - \log 2$$

6. (1.75 puntos) Dada la función $f(x)$, dibujala y estudia su dominio, imagen, continuidad, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos.



(*) 1) $a = 1 > 0 \cup$
 2) $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}$ $y_v = \frac{3}{4}$ $V(-0.5, 0.75)$
 3) $\frac{x}{y} \rightarrow$ Punto Muro
 4) $\frac{x}{y} \rightarrow$ $x(4, 20)$ $x^2 + x + 1 = 20$ NO CORTA
 ANÁLISIS
 Df(x) = $\mathbb{R} - \{2\}$ Imf(x) = $\mathbb{R}$
 crece $(-\frac{1}{2}, 2)$ decrece $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (2, \infty)$
 MIN $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$ NO MAXIMO
 Es continua en $\mathbb{R} - \{2\}$, en $x=2$
 Presenta una Discontinuidad Evitable

(141) (a) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6 \Rightarrow (\sqrt{2x-1})^2 = (6 - \sqrt{x+4})^2 \Rightarrow 2x-1 = 36 + x + 4 - 12\sqrt{x+4} \Rightarrow$
 $(x-4)^2 = (-12\sqrt{x+4})^2 \Rightarrow x^2 + 1681 - 82x = 144x + 576 \Rightarrow x^2 - 226x + 1105 = 0$
 $x = \frac{226 \pm 216}{2} \Rightarrow x_1 = 221 \text{ No valid}$
 $x_2 = 5 \text{ valid}$

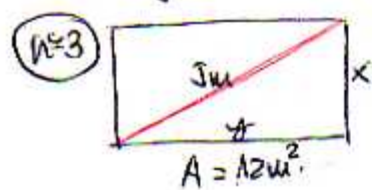
(142) (b) $\frac{x}{x^2-9} - \frac{x+3}{x^2-3x} = \frac{9-3x}{3x^2+9x}$ $\left. \begin{aligned} x^2-9 &= (x-3)(x+3) \\ x^2-3x &= x(x-3) \\ 3x^2+9x &= 3x(x+3) \end{aligned} \right\} \text{mcm} = 3x(x+3)(x-3)$

$3x^2 - 3(x+3)^2 = (9-3x)(x-3) \Rightarrow 3x^2 - 3(x^2 + 9 + 6x) = 9x - 27 - 3x^2 + 9x \Rightarrow$
 $3x^2 - 3x^2 - 18x - 27 = 9x - 27 - 3x^2 + 9x \Rightarrow -18x - 18x = -3x^2 \Rightarrow 3x^2 - 36x = 0$
 $3x(x-12) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ No valid (angle doesn't exist)} \quad x = 12 \text{ valid}$

(143) (a) $g(x) = \frac{x-2}{-x^5-x^3+6x} \Rightarrow -x^5-x^3+6x = 0 \Rightarrow -x(x^4+x^2-6) = 0 \Rightarrow x^4+x^2-6 = 0$
 $x^2 = t \Rightarrow t^2 + t - 6 = 0 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} \Rightarrow t = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

(b) $j(x) = \sqrt{\frac{x-2}{-x^2+2x+3}} \Rightarrow \frac{x-2}{-x^2+2x+3} \geq 0$ $\left[\begin{array}{c} \text{Sig} \\ \frac{x-2}{-(x-3)(x+1)} \end{array} \right]$ $\begin{array}{c} + & - & + & - \\ -1 & 2 & 3 & \end{array}$

Dom $j(x) = (-\infty, -1) \cup [2, 3)$



$\left. \begin{aligned} x \cdot y &= 12 \\ x^2 + y^2 &= 25 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} x = \frac{12}{y} \end{array} \right]$

$\left(\frac{12}{y} \right)^2 + y^2 = 25 \Rightarrow \frac{144}{y^2} + y^2 = 25$

$144 + y^4 = 25y^2 \Rightarrow y^4 - 25y^2 + 144 = 0 \Rightarrow t = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 4 \cdot 144}}{2} \Rightarrow t = 16 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow x = 3$
 $t = 9 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow x = 4$
 $y = -3 \Rightarrow x = -4$
 $y = -4 \Rightarrow x = -3$
 $\left(\begin{array}{l} \text{No kenno} \\ \text{Kenno} \end{array} \right)$

(144) (a) $3^x + 3^{-x} = 4 \Rightarrow 3^x + 3 \cdot 3^{-x} = 4 \Rightarrow \left[\begin{array}{c} 3^x = t \\ 3^{-x} = t^{-1} \end{array} \right]$

$\Rightarrow t + \frac{3}{t} = 4 \Rightarrow t^2 + 3 = 4t \Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} t = 3 \Rightarrow 3^x = 3 \Rightarrow x = 1 \\ t = 1 \Rightarrow 3^x = 1 \Rightarrow x = 0 \end{array} \right.$

(b) $\frac{8^{x-1}}{2^{2x-1}} = \sqrt{4^{x-2}} \Rightarrow \frac{2^{3x-1}}{2^{2x-1}} = 2^{\frac{2x-2}{2}} \Rightarrow 2^{x-2} = 2^{\frac{2x-2}{2}} \Rightarrow$

$x-2 = \frac{2x-2}{2} \Rightarrow (x-2)(x+1) = 2x-2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 2x - 2 \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ No valid} \quad x = 3 \text{ valid}$

(145) $\log(2x+3)^2 - \log(x+4) = \log \frac{10}{2} \Rightarrow \log \frac{(2x+3)^2}{(x+4)} = \log 5 \Rightarrow$

$\frac{(2x+3)^2}{(x+4)} = 5 \Rightarrow 4x^2 + 9 + 12x = 5x + 20 \Rightarrow 4x^2 + 7x - 11 = 0 \Rightarrow x = \frac{-7 \pm 15}{8} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{8}{8} = 1 \text{ valid} \\ x = \frac{-22}{8} = -\frac{11}{4} \text{ No valid} \end{array} \right.$