1.- (2 puntos) Dada la recta $r \equiv \frac{x+3}{5} = \frac{y-2}{-3}$

a) Dar dos puntos, el vector director y la pendiente. Determinar su ecuación paramétrica, explicita, punto – pendiente y general

b) Ecuación **general** de una recta paralela a r que pase por el punto de corte de las rectas:

$$s \equiv -3x + 2y - 5 = 0 \qquad t \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = -1 - \lambda \end{cases}$$

(a) $R(-3, 2)$ // $Q(2, -1)$ // $\vec{d}_r(5, -3)$ $m_r = -5/3$.

otros puntos
$x = 1 \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{y-2}{-3} \Rightarrow$
$y - 2 = -\frac{12}{5} \Rightarrow y = -\frac{2}{5}$
$P(1, -2/5)$ //

$r \equiv \begin{cases} x = -3 + 5\lambda \\ y = 2 - 3\lambda \end{cases} \forall \lambda \in \mathbb{R}$ Paramétrica //

$r \equiv -3x - 9 = 5y - 10$

$r \equiv 3x + 5y - 1 = 0$ // Ec. continua.

$y - 2 = \frac{-3}{5}(x+3)$ // Pto-Pte $\quad 5y = -3x - 9 + 10 \quad y = -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$ // Ec. explícita.

b) Paralela a r será: $3x + 5y + k = 0$. (*)

• Aperitivo: Hallamos el punto de corte.

$s \equiv -3x + 2y - 5 = 0$.

$t \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} \Rightarrow t \equiv -x + 1 = 2y + 2 \quad t \equiv x + 2y + 1 = 0$.

$\left.\begin{array}{l} s \equiv -3x + 2y - 5 = 0 \\ t \equiv x + 2y + 1 = 0 \end{array}\right\}$ Resolvemos el sistema (*)

$$\begin{array}{r} -\cancel{3x} + 2y - 5 = 0 \\ \cancel{3x} + 6y + 3 = 0 \\ \hline 8y - 2 = 0 \end{array} \quad y = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} //$$

Sustituimos y en $t \equiv$

$x = -1 - 2y \Rightarrow x = -1 - 2\left(\frac{1}{4}\right) = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$ //

$PC(-3/2, 1/4)$

(*) $3x + 5y + k = 0$ pasa $PC\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$ sustituimos en r:

$3 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 5 \cdot \frac{1}{4} + k = 0 \Rightarrow -\frac{9}{2} + \frac{5}{4} + k = 0 \Rightarrow k = -\frac{13}{4}$ //

Sol: $\parallel a\, r \equiv 3x + 5y - \frac{13}{4} = 0$ //

mejor :) $\quad 12x + 20y - 13 = 0$ //

2.- (2 puntos) Dados los puntos A(1,4), B(2, -2) y C(-4,3). Se pide:

a) Ecuación **general** del lado AB. Estudiar analíticamente que forman ABC un triángulo.

b) Determinar la ecuación **explicita** de la mediana trazada desde A

(a) Lado AB es la recta que pase por A y B.

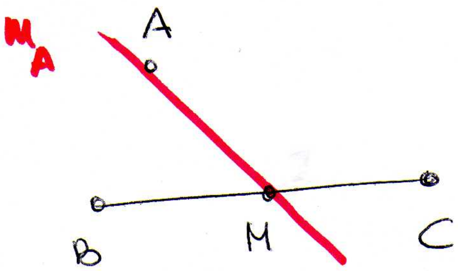
$$r_{AB} \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-6} \Rightarrow -6x+6 = y-4 \Rightarrow \boxed{r_{AB} \equiv 6x+y-10=0}$$

• $\vec{d} = \vec{AB} = B-A = (1,-6)$

• Para ver si ABC forman triángulo, vemos si $C(-4,3)$ "pase" (está) por r_{AB}, sustituimos:

$$6\cdot(-4)+3\cdot 3-10=0$$
$$-24+9-10=0$$
$$-34+9 \neq 0 \Rightarrow C \notin r_{AB} \Rightarrow A, B, C \text{ forman triángulo.}$$

(b)



① Calculamos el pto medio

$$M = \frac{B+C}{2} = \left(\frac{(2,-2)+(-4,3)}{2}\right) = \left(-1, \frac{1}{2}\right). //$$

② $$r_{AM} \equiv m_A \equiv \frac{x-1}{-2} = \frac{y-4}{-7/2} \quad (*)$$

$$\left[\vec{d} = \vec{AM} = M-A = \left(-1, \frac{1}{2}\right) - (1,4) = \left(-2, -\frac{7}{2}\right)\right] //$$

(*) $$-\frac{7}{2}x + \frac{7}{2} = -2y + 8 \underset{(x2)}{\Rightarrow} -7x+7 = -4y+16 \Rightarrow$$

$$m_A \equiv -7x+4y-9=0.$$

Explícita: $y = \frac{-7}{4}x + \frac{9}{4}$ //

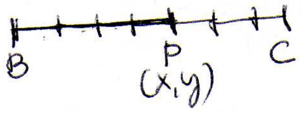
3.- (2 puntos) Dados los puntos A(-2,-1), B(-1,6), C(1,2) .Se pide:

a) Hallar las coordenadas del punto P, cuarto punto de la división del segmento BC en siete partes iguales.

b) Coordenadas del cuarto punto D, que se obtiene al unir en orden **CBAD** para formar un paralelogramo

c) Simétrico de C respecto A

(a)



$$\vec{BP} = \frac{4}{7}\vec{BC}$$

$$(x+1, y-6) = \frac{4}{7}(2,-4)$$

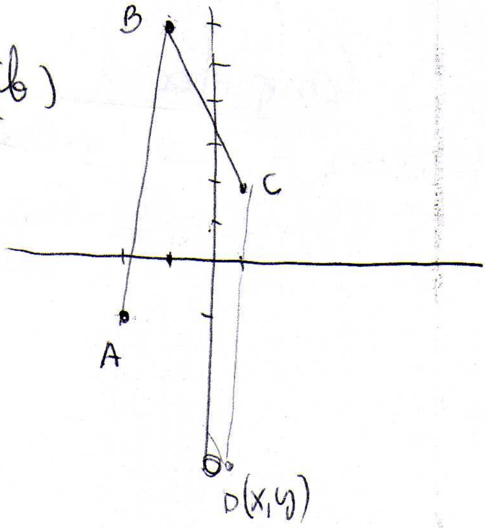
$$7(x+1, y-6) = 4(2,-4)$$

$$(7x+7, 7y-42) = (8,-16)$$

$$\begin{cases} 7x+7=8 \Rightarrow x=+\frac{1}{7} \\ 7y-42=-16 \Rightarrow y=\frac{26}{7} \end{cases}$$

Sol: $P\left(\frac{1}{7}, \frac{26}{7}\right)$

(b)

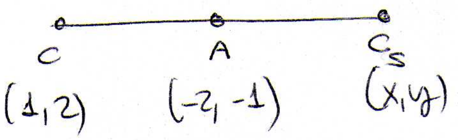


$$\vec{AB} = \vec{DC}$$

$$(1, 7) = (1-x, 2-y) \quad \begin{cases} 1=1-x \Rightarrow x=0 \\ 7=2-y \Rightarrow y=-5 \end{cases}$$

Sol: $D(0,-5)$

(c)



$$\frac{C+C_S}{2} = A \quad \begin{cases} \frac{x+1}{2} = -2 \Rightarrow x=-4-1=-5 \\ \frac{y+2}{2} = -1 \Rightarrow y=-2-2=-4 \end{cases}$$

$C_{SIM}(-5,-4)$

OTRA FORMA

$$2\vec{CA} = \vec{CC_S} \Rightarrow 2(-3,-3) = (x-1, y-2) \quad \begin{cases} x-1=-6 \Rightarrow x=-5 \\ y-2=-6 \Rightarrow y=-4 \end{cases}$$

$C_{SIM}(-5,-4)$

4.- (2 puntos) Dadas las rectas $r \equiv -\ kx + 2(1-k)y + k + 1 = 0$ y $s \equiv -2x + y - 3 = 0$.

a) Halla K para que para que la recta r forme un ángulo de 150^0 con la dirección positiva de las OX

b) Halla K y determina un vector director de r que tenga por módulo 2.

(a)

$$\left.\begin{array}{l} m_r = tg\,150^\circ = -tg\ 30^\circ = -\dfrac{\sqrt{3}}{3} \\ \vec{d}_r\left(-2(1-k), -k\right) \Rightarrow m_r = \dfrac{-k}{-2(1-k)} \end{array}\right\} \dfrac{-k}{-2(1-k)} = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$$

$$-3k = +2\sqrt{3}(1-k) \Rightarrow -3k = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}k \Rightarrow 2\sqrt{3}k - 3k = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow k(2\sqrt{3}-3) = 2\sqrt{3} \Rightarrow k = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-3} = \frac{2\sqrt{3}(2\sqrt{3}+3)}{12-9} = \frac{12+6\sqrt{3}}{3} = \boxed{4+2\sqrt{3}} //$$

(b)

$$|\vec{d}_r| = 2$$

$$\sqrt{4(1-k)^2 + k^2} = 2$$

$$(2 \qquad (2$$

$$\sqrt{4(1+k^2-2k)+k^2} = 2$$

$$4 + 4k^2 - 8k + k^2 = 4$$

$$5k^2 - 8k = 0 \Rightarrow k(5k-8) = 0 \left\langle \begin{array}{l} k = 0 \ // \\ k = 8/5 \ // \end{array}\right.$$

Comprobación

- Si $k=0 \Rightarrow \sqrt{4} = 2$ válido
- $k = 8/5$ $\sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2 + \frac{64}{25}} = \sqrt{\frac{100}{25}} = \sqrt{4} = 2$ válido

* ①

5.- (2 punto) Calcula el valor de a y de b para que las rectas, r tenga pendiente doble que la de la recta s y además ,   , r pase por el punto $P(1,-1)$. Siendo $r \equiv -(1-a)x + 2by + 6 = 0$ y $s \equiv 2x - y + 1 = 0$.

$$\left.\begin{array}{l} \vec{d}_r\left(-2b, -(1-a)\right) \Rightarrow m_r = \dfrac{-(1-a)}{-2b} = \dfrac{1-a}{2b} \\ \vec{d}_s(1, 2) \Rightarrow m_s = 2. \end{array}\right\}$$

1ª Condición $\quad m_r = 2m_s \Rightarrow \dfrac{1-a}{2b} = 4 \Rightarrow 1-a = 8b \Rightarrow \boxed{a + 8b = 1}$ I

2ª Condición $\quad$ Pasa $P(1, -1) \Rightarrow -(1-a) + 2b\cdot(-1) + 6 = 0.$ $\quad \boxed{a - 2b = -5}$ II

$$-1 + a - 2b + 6 = 0$$

$$\begin{array}{r} \cancel{-}a - 8b = -1 \\ \cancel{a} - 2b = -5 \\ \hline -10b = -6. \end{array}$$

$$b = \frac{-6}{-10} = +\frac{3}{5} // \qquad a = 1 - 8b = 1 - 8\cdot\frac{3}{5} = \frac{5-24}{5} = \frac{19}{5} //$$