ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

Ejercicio nº 1.-

a) Aproxima hasta las décimas cada uno de los siguientes números:

A = 1,84 **B = 39,174**

b) Halla el error absoluto y el error relativo que se cometen al tomar esas aproximaciones.

Solución:

$A = 1{,}84 \approx 1{,}8$

Error absoluto = Valor real - Valor aproximado = $1{,}84 - 1{,}8 = 0{,}04$

Error relativo $= \dfrac{0{,}04}{1{,}84} \approx 0{,}02$

$B = 39{,}174 \approx 39{,}2$

Error absoluto = $39{,}174 - 39{,}2 = -0{,}026$

Error relativo $= \dfrac{-0{,}026}{39{,}174} \approx -0{,}00066$

Ejercicio nº 2.-

a) Al realizar con la calculadora la operación 3^{30} hemos obtenido en la pantalla lo siguiente:

2.058911321^{14}

Expresa en notación científica el número anterior. ¿De cuántas cifras es dicho número?

b) Aproxima el resultado anterior dando tres cifras significativas. Da una cota para el error absoluto y otra para el error relativo cometidos al hacer la aproximación.

Solución:

a) $2{,}058911321 \cdot 10^{14} \rightarrow$ Tiene 15 cifras

b) Aproximación $\rightarrow 2{,}06 \cdot 10^{14}$

$|\text{Error absoluto}| < 5 \cdot 10^{11} = \varepsilon$

$$|\text{Error relativo}| < \frac{\varepsilon}{\text{Valor aproximado}} = \frac{5 \cdot 10^{11}}{2{,}06 \cdot 10^{14}} \approx 0{,}002$$

Ejercicio nº 3.-

Sitúa cada número en su casilla correspondiente (recuerda que puede ir en más de una):

$$-\frac{2}{4};\quad -\frac{4}{2};\quad -5{,}3\overset{\frown}{1};\quad \sqrt{8};\quad \sqrt{16};\quad \pi;\quad 1{,}222...;\quad 4$$

$\mathbb{N}$	
$\mathbb{Z}$	
$\mathbb{Q}$	
$\mathbb{R}$	

Solución:

$\mathbb{N}$	$\sqrt{16};\quad 4$
$\mathbb{Z}$	$-\frac{4}{2};\quad -5;\quad \sqrt{16};\quad 4$
$\mathbb{Q}$	$-\frac{2}{4};\quad -\frac{4}{2};\quad -5;\quad -5{,}3\overset{\frown}{1};\quad \sqrt{16};\quad 1{,}222...;\quad 4$
$\mathbb{R}$	$-\frac{2}{4};\quad -\frac{4}{2};\quad -5;\quad -5{,}3\overset{\frown}{1};\quad \sqrt{8};\quad \sqrt{16};\quad \pi;\quad 1{,}222...;\quad 4$

Ejercicio nº 4.-

I) Escribe en forma de desigualdad y representa:

a) $\left(-\infty,\ \frac{1}{2}\right]$

b) $[3,\ 4]$

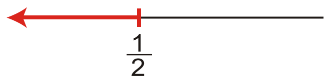
II) Escribe en forma de intervalo y representa:

a) $\{x\,/-2 \le x < 1\}$

b) $\{x\,/\,x \le 2\}$

Solución:

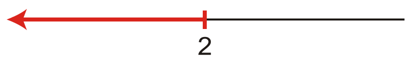
I) a) $\left\{x\,/\,x \le \frac{1}{2}\right\}$



b) $\{x / 3 \le x \le 4\}$

II) a) $[-2,\ 1)$

b) $(-\infty,\ 2]$



Ejercicio nº 5.-

a) Calcula y simplifica : $\mathbf{\frac{2}{3}\sqrt{80}-\frac{1}{4}\sqrt{180}+\sqrt{5}}$

b) Racionaliza y simplifica : $\mathbf{\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}}$

Solución:

a) $\frac{2}{3}\sqrt{80}-\frac{1}{4}\sqrt{180}+\sqrt{5}=\frac{2}{3}\sqrt{2^4\cdot 5}-\frac{1}{4}\sqrt{2^2\cdot 3^2\cdot 5}+\sqrt{5}=\frac{8}{3}\sqrt{5}-\frac{6}{4}\sqrt{5}+\sqrt{5}=$

$=\left(\frac{8}{3}-\frac{6}{4}+1\right)\sqrt{5}=\frac{13}{6}\sqrt{5}$

b) $\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{\left(1-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{10}-\sqrt{6}}{5-3}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}-\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}$

Ejercicio nº 6.-

Halla con ayuda de la calculadora:

a) $\mathbf{\frac{5{,}8\cdot 10^{14}+3{,}5\cdot 10^{16}}{2{,}5\cdot 10^{-5}}}$

b) $\mathbf{\sqrt[5]{3^2}}$

Solución:

---

a) (5,8 EXP 14 + 3,5 EXP 16) ÷ 2,5 EXP 5 +/− =

1.4232[21]

Por tanto:

$$\frac{5{,}8\cdot 10^{14}+3{,}5\cdot 10^{16}}{2{,}5\cdot 10^{-5}}=1{,}4232\cdot 10^{21}$$

b) 3 x^y (2 ÷ 5) = 1.551845574

Por tanto:

$$\sqrt[5]{3^2}\approx 1{,}55$$

<u>Ejercicio nº 7.-</u>

a) Opera y simplifica:

$$\boldsymbol{(x+2)^2-3\left(x^2-2x+4\right)}$$

b) Halla el cociente y el resto de esta división:

$$\boldsymbol{\left(4x^5+2x^3-3x+1\right):\left(x^2-2\right)}$$

Solución:

a) $(x+2)^2-3\left(x^2-2x+4\right)=x^2+4x+4-3x^2+6x-12=-2x^2+10x-8$

b)

$$\begin{array}{rrrr|l}
4x^5 & +\ 2x^3 & -\ 3x & +\ 1 & x^2-2 \\ \cline{5-5}
-4x^5 & +\ 8x^3 & & & 4x^3+10x \\ \cline{1-4}
 & 10x^3 & -\ 3x & +\ 1 & \\
 & -10x^3 & +\ 20x & & \\ \cline{2-4}
 & & 17x & +\ 1 &
\end{array}$$

Cociente $= 4x^3+10x$

Resto $= 17x+1$

<u>Ejercicio nº 8.-</u>

Factoriza el siguiente polinomio:

$\boldsymbol{x^5 - 2x^4 - 5x^3 + 6x^2}$

Solución:

- Sacamos x^2 factor común: $x^2\,(x^3 - 2x^2 - 5x + 6)$
- Utilizamos la regla de Ruffini para factorizar $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$:

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & -2 & -5 & 6 \\
1 & & 1 & -1 & -6 \\
\hline
 & 1 & -1 & -6 & \multicolumn{1}{|r}{0} \\
3 & & 3 & 6 & \\
\hline
 & 1 & 2 & \multicolumn{1}{|r}{0} &
\end{array}
$$

Por tanto:

$x^5 - 2x^4 - 5x^3 + 6x^2 = x^2\,(x-1)\,(x-3)\,(x+2)$

<u>Ejercicio nº 9.-</u>

Calcula y simplifica:

a) $\displaystyle \boldsymbol{\frac{x+1}{x-1} - \frac{x^2+2}{x^2-x}}$

b) $\displaystyle \boldsymbol{\frac{x^2-1}{x+2} \cdot \frac{(x+2)^2}{x^2+2x+1}}$

Solución:

a) $\displaystyle \frac{x+1}{x-1} - \frac{x^2+2}{x^2-x} = \frac{x(x+1)}{x(x-1)} - \frac{x^2+2}{x(x-1)} = \frac{x^2+x-x^2-2}{x(x-1)} = \frac{x-2}{x^2-x}$

b) $\displaystyle \frac{x^2-1}{x+2} \cdot \frac{(x+2)^2}{x^2+2x+1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x+2)} \cdot \frac{(x+2)^2}{(x+1)^2} = \frac{(x-1)(x+2)}{x+1} = \frac{x^2+x-2}{x+1}$

<u>Ejercicio nº 10.-</u>

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\mathbf{(x^2 - 1)\,(2x + 3) = 0}$

b) $\mathbf{\frac{1}{x} - \frac{3}{x} = x - 3}$

Solución:

a) $\left(x^2-1\right)\left(2x+3\right)=0 \rightarrow \begin{cases} x^2-1=0 \quad \rightarrow \quad x^2 = \ 1 \quad \rightarrow \quad x=\pm\sqrt{1}=\pm 1 \\ 2x+3=0 \quad \rightarrow \quad 2x=-3 \quad \rightarrow \quad x=-\frac{3}{2} \end{cases}$

Hay tres soluciones: $x_1 = -1, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = \frac{3}{2}$

b) $\frac{1}{x}-\frac{3}{x}=x-3 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{x}-\frac{3}{x}=\frac{x^2}{x}-\frac{3x}{x} \quad \rightarrow$

$\rightarrow \quad 1-3=x^2-3x \quad \rightarrow \quad 0=x^2-3x+2 \quad \rightarrow$

$\rightarrow \quad x=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{1}}{2}=\frac{3\pm 1}{2} \begin{matrix} \nearrow x=2 \\ \searrow x=1 \end{matrix}$

Ejercicio nº 11.-

Resuelve este sistema:

$$\begin{cases} \mathbf{x^2+y^2=13} \\ \mathbf{xy=6} \end{cases}$$

Solución:

Despejamos y de la segunda ecuación y sustituimos en la primera:

$y=\frac{6}{x}$

$x^2+\left(\frac{6}{x}\right)^2=13 \quad \rightarrow \quad x^2+\frac{36}{x^2}=13 \quad \rightarrow \quad x^4+36=13x^2$

Hacemos el cambio: $x^2=z \quad \rightarrow \quad x^4=z^2$

Así obtenemos:

$$z^2 - 13z + 36 = 0 \quad \rightarrow \quad z = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2} \begin{cases} z = 9 \\ z = 4 \end{cases}$$

$$\text{Si } z = 9 \quad \rightarrow \quad x^2 = 9 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \begin{cases} \text{Si } x = -3 \quad \rightarrow \quad y = -2 \\ \text{Si } x = 3 \quad \rightarrow \quad y = 2 \end{cases}$$

$$\text{Si } z = 4 \quad \rightarrow \quad x^2 = 4 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{4} = \pm 2 \begin{cases} \text{Si } x = -2 \quad \rightarrow \quad y = -3 \\ \text{Si } x = 2 \quad \rightarrow \quad y = 3 \end{cases}$$

<u>Ejercicio nº 12.-</u>

Carlos y Elvira tienen, entre los dos, 108 €. Si Elvira le diera a Carlos 7 €, entonces Carlos tendrá la mitad del dinero que tendria Elvira. Averigua cuánto dinero tiene cada uno.

Solución:

$x =$ "dinero que tiene Carlos"
$y =$ "dinero que tiene Elvira"

El sistema a resolver será:

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 108 \\ x + 7 &= \frac{y - 7}{2} \end{aligned}\right\} \quad \rightarrow \quad \left.\begin{aligned} x + y &= 108 \\ 2x + 14 &= y - 7 \end{aligned}\right\}$$

Despejamos y de la primera ecuación y sustituimos en la segunda:

$$y = 108 - x$$
$$y = 2x + 21 \quad \rightarrow \quad 108 - x = 2x + 21 \quad \rightarrow \quad 3x = 87 \quad \rightarrow \quad x = 29$$

Luego, $y = 108 - 29 = 79$.

Carlos tiene 29 €, y Elvira, 79 €.

<u>Ejercicio nº 13.-</u>

Resuelve y representa gráficamente las soluciones:

a) $(x - 2)(x + 1) \leq 0$

b) $\begin{cases} 3x - 4 < 20 \\ x + 7 \geq 10 \end{cases}$

Solución:

a) Hallamos las raíces de la ecuación:

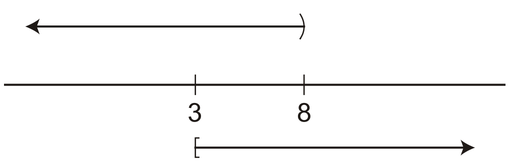
$$(x-2)(x+1)=0 \begin{cases} x-2=0 & \rightarrow \quad x=2 \\ x+1=0 & \rightarrow \quad x=-1 \end{cases}$$

Estudiamos el signo de $(x-2)\,(x+1)$ en cada intervalo:

x	$(-\infty, -1)$	$(-1, 2)$	$(2, +\infty)$
Signo de $(x-2)\,(x+1)$	$+$	$-$	$+$

La solución de la inecuación es $[-1, 2]$.

b) $\left.\begin{array}{r} 3x-4<20 \\ x+7\geq 10 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 3x<24 \\ x\geq 3 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x<8 \\ x\geq 3 \end{array}\right\}$



La solución del sistema es $[3, 8)$.

Ejercicio nº 1.-

a) Expresa con un número razonable de cifras significativas cada una de las siguientes cantidades:

I) 3842 ejemplares vendidos de un libro.
II) Hemos gastado 1212,82 € en nuestras vacaciones.

b) ¿Qué error absoluto estamos cometiendo al considerar 29 miles de habitantes como aproximación de 29238? ¿Y error relativo?

Solución:

a) I) 3842 ejemplares $\approx$ 38 cientos de ejemplares
II) 1212,82 € $\approx$ 12 cientos de €

b) Error absoluto $=$ Valor real $-$ Valor aproximado $= 29238 - 29000 = 238$ habitantes

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{238}{29{,}238} \approx 0{,}008$$

Ejercicio nº 2.-

a) Si calculamos 2^{-20} con la calculadora, obtenemos en pantalla:

9.536743164-07

Expresa el número anterior en notación científica y en forma decimal.

b) Aproxima el resultado anterior dando dos cifras significativas. Da una cota para el error absoluto y otra para el error relativo cometidos al hacer la aproximación.

Solución:

a) $9{,}536743164 \cdot 10^{-7} \rightarrow$ Notación científica

$0{,}0000009536743164 \rightarrow$ Notación decimal

b) Aproximación $\rightarrow 9{,}5 \cdot 10^{-7}$

$|\text{Error absoluto}| < 5 \cdot 10^{-9} = \varepsilon$

$$|\text{Error relativo}| < \frac{\varepsilon}{\text{Valor aproximado}} = \frac{5 \cdot 10^{-9}}{9{,}5 \cdot 10^{-7}} \approx 0{,}005$$

Ejercicio nº 3.-

Clasifica los siguientes números como naturales, enteros, racionales, irracionales y/o reales:

$$\frac{6}{3};\quad \frac{3}{6};\quad \sqrt{2};\quad 4{,}5;\quad -4;\quad \frac{\sqrt{5}}{2};\quad \sqrt{49};\quad 2{,}444...$$

Solución:

Naturales $\rightarrow$ $\frac{6}{3};\quad \sqrt{49}$

Enteros $\rightarrow$ $\frac{6}{3};\quad -4;\quad \sqrt{49}$

Racionales $\rightarrow$ $\frac{6}{3};\quad \frac{3}{6};\quad 4{,}5;\quad -4;\quad \sqrt{49};\quad 2{,}444...$

Irracionales $\rightarrow$ $\sqrt{2};\quad \frac{\sqrt{5}}{2}$

Reales $\rightarrow$ Todos

<u>Ejercicio nº 4.-</u>

I) Escribe en forma de intervalo y representa:

a) $\{x / x > -1\}$

b) $\{x / -1 < x < 0\}$

II) Escribe en forma de desigualdad y representa:

a) $[3,\ 5)$

b) $(3,\ +\infty)$

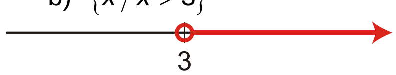
Solución:

I) a) $(-1,\ +\infty)$

b) $(-1,\ 0)$

II) a) $\{x\ /\ 3 \leq x < 5\}$

b) $\{x / x > 3\}$



<u>Ejercicio nº 5.-</u>

a) Opera y simplifica: $\sqrt{24} + \frac{1}{2}\sqrt{54} - \sqrt{600}$

b) Racionaliza y simplifica: $\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

Solución:

a) $\sqrt{24}+\dfrac{1}{2}\sqrt{54}-\sqrt{600}=\sqrt{2^3\cdot 3}+\dfrac{1}{2}\sqrt{2\cdot 3^3}-\sqrt{2^3\cdot 3\cdot 5^2}=2\sqrt{6}+\dfrac{3}{2}\sqrt{6}-10\sqrt{6}=-\dfrac{13}{6}\sqrt{6}$

b) $\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}=\dfrac{6+\sqrt{6}}{12-2}=\dfrac{6+\sqrt{6}}{10}$

<u>Ejercicio nº 6.-</u>

Halla, con ayuda de la calculadora:

a) $\dfrac{2,96\cdot 10^{9}+3,5\cdot 10^{10}}{2,3\cdot 10^{-5}}$

b) $\sqrt[5]{425}$

Solución:

a) (2,96 EXP 9 + 3,5 EXP 10) ÷ 2,3 EXP 5 +/− =

1.650434783 15

Por tanto:

$\dfrac{2,96\cdot 10^{9}+3,5\cdot 10^{10}}{2,3\cdot 10^{-5}}\approx 1,65\cdot 10^{15}$

b) 425 $x^{1/y}$ 5 = 3.354886144

Por tanto:

$\sqrt[5]{425}\approx 3,35$

<u>Ejercicio nº 7.-</u>

a) Desarrolla y simplifica:

$(2x-1)^2-(4x^2-3x)$

b) Halla el cociente y el resto de la división:

$(6x^4-3x^2+2x-3):(x^2+x-1)$

Solución:

a) $(2x-1)^2-(4x^2-3x)=4x^2-4x+1-4x^2+3x=-x+1$

b)
$$
\begin{array}{rrrrr|l}
6x^4 & & -3x^2 & +\ 2x & -3 & x^2+x-1 \\
\cline{6-6}
-6x^4 & -6x^3 & +6x^2 & & & 6x^2-6x+9 \\
\cline{1-5}
 & -6x^3 & +3x^2 & +\ 2x & -3 & \\
 & 6x^3 & +6x^2 & -\ 6x & & \\
\cline{2-5}
 & & 9x^2 & -\ 4x & -3 & \\
 & & -9x^2 & -\ 9x & +9 & \\
\cline{3-5}
 & & & -13x & +6 &
\end{array}
$$

Cociente $= 6x^2-6x+9$

Resto $= -13x+6$

<u>Ejercicio nº 8.-</u>

Descompón en factores el polinomio:

$x^4+6x^3-x^2-6x$

Solución:

- Sacamos x factor común: $x\,(x^3+6x^2-x-6)$
- Utilizamos la regla de Ruffini para factorizar x^3+6x^2-x-6:

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 6 & -1 & -6 \\
1 & & 1 & 7 & 6 \\
\hline
 & 1 & 7 & 6 & \boxed{0} \\
-1 & & -1 & -6 & \\
\hline
 & 1 & 6 & \boxed{0} &
\end{array}
$$

Por tanto: $x^4+6x^3-x^2-6x = x\,(x-1)\,(x+1)\,(x+6)$

<u>Ejercicio nº 9.-</u>

Opera y simplifica:

a) $\dfrac{\mathbf{2}\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}-\mathbf{1}}-\dfrac{\mathbf{2}}{\boldsymbol{x}-\mathbf{1}}$

b) $\dfrac{\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}-\mathbf{2}\boldsymbol{x}+\mathbf{1}}{\boldsymbol{x}+\mathbf{3}}:\dfrac{\boldsymbol{x}-\mathbf{1}}{\boldsymbol{x}^{\mathbf{2}}-\mathbf{9}}$

Solución:

a) $\dfrac{2x}{x^2-1}-\dfrac{2}{x-1}=\dfrac{2x}{(x-1)(x+1)}-\dfrac{2(x+1)}{(x-1)(x+1)}=\dfrac{2x-2x-2}{(x-1)(x+1)}=\dfrac{-2}{x^2-1}$

b) $\dfrac{x^2-2x+1}{x+3}:\dfrac{x-1}{x^2-9}=\dfrac{(x-1)^2}{(x+3)}:\dfrac{(x-1)}{(x+3)(x-3)}=\dfrac{(x-1)^2(x+3)(x-3)}{(x+3)(x-1)}=$

$$=(x-1)(x-3)=x^2-4x+3$$

<u>Ejercicio nº 10.-</u>

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\boldsymbol{x^4-4x^2+3=0}$

b) $\boldsymbol{\dfrac{x}{2}+\dfrac{2}{x}=\dfrac{5}{2}}$

Solución:

a) Hacemos el cambio: $x^2=z \quad \to \quad x^4=z^2$

Así obtenemos:

$$z^2-4z+3=0 \;\to\; z=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{4\pm 2}{2}\begin{cases}\dfrac{6}{2}=3\\[2ex]\dfrac{2}{2}=1\end{cases}$$

Si $z=3 \quad \to \quad x^2=3 \quad \to \quad x=\pm\sqrt{3}$

Si $z=1 \quad \to \quad x^2=1 \quad \to \quad x=\pm 1$

Por tanto, hay cuatro soluciones: $x_1=-\sqrt{3},\; x_2=\sqrt{3},\; x_3=-1,\; x_4=1$

b) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{2}{x}=\dfrac{5}{2} \;\to\; \dfrac{x^2}{2x}+\dfrac{4}{2x}=\dfrac{5x}{2x} \;\to\; x^2+4=5x \quad \to$

$$\rightarrow \quad x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \begin{cases} x = 4 \\ x = 1 \end{cases}$$

<u>Ejercicio nº 11.-</u>

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x^2 + y^2 = 10} \\ \boldsymbol{xy = 3} \end{cases}$$

Solución:

Despejamos y de la segunda ecuación y sustituimos en la primera:

$$y = \frac{3}{x}$$

$$x^2 + \left(\frac{3}{x}\right)^2 = 10 \quad \rightarrow \quad x^2 + \frac{9}{x^2} = 10 \quad \rightarrow \quad x^4 + 9 = 10x^2 \quad \rightarrow \quad x^4 - 10x^2 + 9 = 0$$

Hacemos el cambio: $z = x^2 \quad \rightarrow \quad x^4 = z^2$

Así obtenemos :

$$z^2 - 10z + 9 = 0 \quad \rightarrow \quad z = \frac{10 \pm \sqrt{100-36}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} \begin{cases} z = 9 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\text{Si } z = 9 \quad \rightarrow \quad x^2 = 9 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \quad \begin{cases} \text{Si } x = -3 \quad \rightarrow \quad y = -1 \\ \text{Si } x = 3 \quad \rightarrow \quad y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Si } z = 1 \quad \rightarrow \quad x^2 = 1 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{1} = \pm 1 \quad \begin{cases} \text{Si } x = -1 \quad \rightarrow \quad y = -3 \\ \text{Si } x = 1 \quad \rightarrow \quad y = 3 \end{cases}$$

Por tanto, hay cuatro soluciones.

<u>Ejercicio nº 12.-</u>

El producto de dos números es 28 y la suma de sus cuadrados es 65. ¿De qué números se trata?

Solución:

Llamamos x e y a los números que buscamos. Por tanto, tenemos que:

$$\begin{cases} x \cdot y = 28 \\ x^2 + y^2 = 65 \end{cases}$$

Despejamos y en la primera ecuación y sustituimos en la segunda:

$$y = \frac{28}{x}$$

$$x^2 + \left(\frac{28}{x}\right)^2 = 65 \quad \rightarrow \quad x^2 + \frac{784}{x^2} = 65 \quad \rightarrow \quad x^4 + 784 = 65x^2$$

Hacemos el cambio: $x^2 = z \quad \rightarrow \quad x^4 = z^2$
Así obtenemos: $z^2 - 65z + 784 = 0 \quad \rightarrow$

$$\rightarrow \quad z = \frac{65 \pm \sqrt{4225 - 3136}}{2} = \frac{65 \pm \sqrt{1089}}{2} = \frac{65 \pm 33}{2} \begin{cases} z = 49 \\ z = 16 \end{cases}$$

$$\text{Si } z = 49 \quad \rightarrow \quad x^2 = 49 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{49} = \pm 7 \begin{cases} \text{Si } x = -7 \quad \rightarrow \quad y = -4 \\ \text{Si } x = 7 \quad \rightarrow \quad y = 4 \end{cases}$$

$$\text{Si } z = 16 \quad \rightarrow \quad x^2 = 16 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{16} = \pm 4 \begin{cases} \text{Si } x = -4 \quad \rightarrow \quad y = -7 \\ \text{Si } x = 4 \quad \rightarrow \quad y = 7 \end{cases}$$

<u>Ejercicio nº 13.-</u>

Resuelve y representa gráficamente las soluciones.

a) $\boldsymbol{x^2 + 3x - 4 \geq 0}$

b) $\begin{cases} \boldsymbol{2x + 3 \leq 7} \\ \boldsymbol{x - 1 > 0} \end{cases}$

Solución:

a) Resolvemos la ecuación $x^2 + 3x - 4 = 0$:

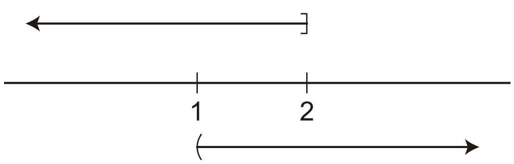
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

Estudiamos el signo de $x^2 + 3x - 4$ en cada intervalo:

x	$(-\infty, -4)$	$(-4, 1)$	$(1, +\infty)$
Signo de $x^2 + 3x - 4$	$+$	$-$	$+$

La solución de la inecuación es $(-\infty, -4] \cup (1, +\infty)$

b) $\left.\begin{array}{r} 2x + 3 \le 7 \\ x - 1 > 0 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 2x \le 4 \\ x > 1 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x \le 2 \\ x > 1 \end{array}\right\}$



La solución del sistema es $(-1, 2]$.