

RADICALES

1.- Calcula las siguientes raíces con aproximación de décimas:

a) $\sqrt{48}$ b) $\sqrt{45}$ c) $\sqrt{82}$ d) $\sqrt{23}$

e) $\sqrt{38}$ f) $\sqrt{14}$ g) $\sqrt{50}$ h) $\sqrt{21}$

Sol: a) 6,9; b) 6,7; c) 9,0; d) 4,7; e) 6,1; f) 3,7; g) 7,0; h) 4,5

2.- Calcula por descomposición factorial, las siguientes raíces:

a) $\sqrt{62500}$ b) $\sqrt{360000}$ c) $\sqrt{2025}$ d) $\sqrt{4000000}$

e) $\sqrt{2500}$ f) $\sqrt{122500}$ g) $\sqrt{22500}$ h) $\sqrt{5625}$

Sol: a) 250; b) 600; c) 45; d) 2000; e) 50; f) 350; g) 150; h) 75

3.- Calcula de forma sencilla las siguientes raíces:

a) $\sqrt{49.36.100}$ b) $\sqrt{25.9.100}$ c) $\sqrt{625:25}$ d) $\sqrt{16:4}$

e) $\sqrt{81.4.25}$ f) $\sqrt{36.49.9}$ g) $\sqrt{25.100}$ h) $\sqrt{81.16.25}$

Sol: a) 7.6.10; b) 5.3.10; c) 5; d) 2; e) 9.2.5; f) 6.7.3; g) 5.10; h) 9.4.5

4.- Realiza las siguientes operaciones:

a) $\sqrt{125} : \sqrt{5}$ b) $\sqrt[3]{30} \cdot \sqrt[3]{36} \cdot \sqrt[3]{25}$ c) $\sqrt{3.a^2} \cdot \sqrt{3}$

d) $\sqrt{a^2 b} \cdot \sqrt{b^3}$ e) $\sqrt[3]{625} : \sqrt[3]{5}$

Sol: a) 5; b) 30; c) 3a; d) ab^2 ; e) 5

5.- Calcula las siguientes raíces:

a) $\sqrt[5]{1}$ b) $\sqrt{36}$ c) $\sqrt[4]{81}$ d) $\sqrt[5]{-1}$

e) $\sqrt[3]{-27}$ f) $\sqrt{144}$ g) $\sqrt[4]{16}$ h) $\sqrt[3]{2^6}$

Sol: a) 1; b) 6; c) 3; d) -1; e) -3; f) 12; g) 2; h) 4

6.- ¿Son ciertas las siguientes igualdades?

a) $\sqrt{16} + \sqrt{9} = \sqrt{25}$ b) $\sqrt{4} + \sqrt{36} = \sqrt{40}$

c) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{225}$ d) $\sqrt{36} - \sqrt{4} = \sqrt{32}$

e) $\sqrt{100} : \sqrt{4} = \sqrt{25}$ f) $\sqrt{36} : \sqrt{4} = \sqrt{9}$

Sol: c) e) f) sí

7.- Saca todos los factores que puedas fuera del signo radical, previa descomposición en factores primos:

a) $\sqrt{12}$ b) $\sqrt{72}$ c) $\sqrt{2250}$ d) $\sqrt[3]{256}$

e) $\sqrt{432}$ f) $\sqrt[3]{192}$ g) $\sqrt[5]{128}$ h) $\sqrt{1350}$

Sol: a) $2\sqrt{3}$; b) $6\sqrt{2}$; c) $15\sqrt{10}$; d) $4\sqrt[3]{4}$

e) $12\sqrt{3}$; f) $4\sqrt[3]{3}$; g) $2\sqrt[5]{4}$; h) $15\sqrt{6}$

8.- Extrae todos los factores posibles de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{2^5 \cdot 3^{10} \cdot 7^{11}}$ b) $\sqrt[3]{2^6 \cdot 3^9 \cdot 5^3}$ c) $\sqrt{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3}$ d) $\sqrt[3]{3^2 \cdot 2^4 \cdot 5}$

e) $\sqrt{3 \cdot 2^5 \cdot 5^3}$ f) $\sqrt[4]{3^6 \cdot 2^4 \cdot 5^5}$ g) $\sqrt{a^2 \cdot b^3 \cdot c}$ h) $\sqrt{x^3 \cdot a^2 \cdot c^3}$

Sol: a) $2^2 \cdot 3^5 \cdot 7^5 \cdot \sqrt{2 \cdot 7}$; b) $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$; c) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 5}$; d) $2 \cdot \sqrt[3]{3^2 \cdot 2 \cdot 5}$

e) $2^2 \cdot 5 \cdot \sqrt{3 \cdot 2 \cdot 5}$; f) $3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \sqrt[4]{3^2 \cdot 5}$; g) $a \cdot b \cdot \sqrt{b \cdot c}$; h) $x \cdot a \cdot c \cdot \sqrt{x \cdot c}$

9.- Efectúa las siguientes operaciones de radicales:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$ b) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5^2}$ c) $\sqrt[3]{9} : \sqrt[3]{3}$ d) $\sqrt{50} : \sqrt{2}$

e) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3}$ f) $\sqrt{100} : \sqrt{4}$ g) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9}$ h) $\sqrt[3]{375} : \sqrt[3]{3}$

Sol: a) 3; b) 5; c) $\sqrt[3]{3}$; d) 5; e) 9; f) 5; g) 3; h) 5

10.- Calcula el valor de "a" para que las siguientes raíces sean exactas:

a) $\sqrt{2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot a}$ b) $\sqrt{2 \cdot a \cdot 3^2 \cdot 5^3}$ c) $\sqrt{9 \cdot a \cdot 2 \cdot 5^3}$

d) $\sqrt{a \cdot 3^3 \cdot 5}$ e) $\sqrt{25 \cdot a \cdot 27}$ f) $\sqrt{3 \cdot 75 \cdot a}$

Sol: a) a = 6; b) a = 10; c) a = 10; d) a = 15; e) a = 3; f) a = 1

11.- Introduce en el radical los factores que aparecen fuera de él:

a) $2\sqrt{5}$ b) $5\sqrt{3}$ c) $2\sqrt[3]{3}$ d) $4\sqrt{3}$

e) $3\sqrt{2}$ f) $3\sqrt[3]{2}$ g) $2\sqrt[4]{3}$ h) $7\sqrt{3}$

Sol: a) $\sqrt{20}$; b) $\sqrt{75}$; c) $\sqrt[3]{24}$; d) $\sqrt{48}$; e) $\sqrt{18}$; f) $\sqrt[3]{54}$; g) $\sqrt[4]{48}$; h) $\sqrt{147}$

12.- Halla el valor de las letras en las siguientes igualdades:

a) $\sqrt{a} = 15$ b) $\sqrt{2x} = 5$ c) $\sqrt{3a} = 9$ d) $\sqrt{20x} = 10$

e) $\sqrt{6x} = 12$ f) $\sqrt[3]{2b} = 2$ g) $\sqrt[3]{27a} = 3$ h) $\sqrt[4]{27x} = 3$

Sol: a) a = 225; b) x = 25/2; c) a = 27; d) x = 5; e) x = 24; f) b = 4; g) a = 1; h) x = 3

13.- Escribe sin exponentes fraccionarios ni negativos las siguientes potencias:

a) $3^{1/2}$ b) $3^{3/5}$ c) $2^{-2/3}$ d) $\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{3}}$ e) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{3}{4}}$

f) $5^{-1/3}$ g) $2^{1/4}$ h) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ i) $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$ j) $3^{5/3}$ k) $1^{-3/4}$

Sol: a) $\sqrt{3}$; b) $\sqrt[5]{3^3}$; c) $\frac{1}{\sqrt[3]{2^2}}$; d) $\sqrt[3]{\frac{3}{5}}$; e) $\sqrt[4]{\left(\frac{2}{3}\right)^3}$

f) $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$; g) $\sqrt[4]{2}$; h) $\sqrt{2}$; i) $\sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^2}$; j) $\sqrt[3]{3^5}$; k) 1

14.- Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\left(\sqrt[5]{3}\right)^5$ b) $\left(\sqrt[5]{2^4}\right)^5$ c) $\left(\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}\right)^2$ d) $\left(2 \cdot \sqrt{3}\right)^2$ e) $\left(\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3}\right)^6$

f) $\left(3\sqrt{2}\right)^2$ g) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ h) $\left(\sqrt[3]{\frac{3}{2}}\right)^6$ i) $\left(\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{2}\right)^4$ j) $\left(\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2^2}\right)^3$

Sol: a) 3; b) 4; c) 6; d) 12; e) 108; f) 18; g) $\frac{3}{4}$; h) $\frac{9}{4}$; i) 18; j) 12

15.- Extrae de los radicales los factores que se indican:

a) De $\sqrt{27}$ el 3 b) De $\sqrt[3]{8^2}$ el 2 c) De $\sqrt[3]{81}$ el 3

d) De $\sqrt{125}$ el 5 e) De $\sqrt{50}$ el 5 f) De $\sqrt{80}$ el 2

Sol: a) $3\sqrt{3}$; b) 2^2 ; c) $3\sqrt[3]{3}$; d) $5\sqrt{5}$; e) $5\sqrt{2}$; f) $2^2\sqrt{5}$

16.- Simplifica las expresiones:

a) $3 \cdot \sqrt[3]{2} + 4 \cdot \sqrt[3]{2} - 2 \cdot \sqrt[3]{2}$

b) $2 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{3} - 9 \cdot \sqrt{3}$

c) $\sqrt{50} - \sqrt{72} - 2 \cdot \sqrt{2}$

d) $\sqrt{8} - 3 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{18} + \sqrt{50}$

e) $\sqrt{3} - 3 \cdot \sqrt{12} + 5 \cdot \sqrt{27}$

f) $\sqrt{12} + 5 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{27}$

g) $\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{3}$

h) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{8} - \sqrt{2}$

i) $\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{5}$

j) $\sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{3}$

k) $\sqrt{18} - 3\sqrt{8} - \sqrt{2} + 5\sqrt{2}$

l) $3\sqrt{5} - 2\sqrt{45} - \sqrt{20} + 3\sqrt{20}$

Sol: a) $5\sqrt[3]{2}$; b) $-4\sqrt{3}$; c) $-3\sqrt{2}$; d) $16\sqrt{2}$; e) $10\sqrt{3}$; f) $4\sqrt{3}$

g) 0; h) $5\sqrt{2}$; i) $4\sqrt{5}$; j) $-3\sqrt{3}$; k) $\sqrt{2}$; l) $\sqrt{5}$

17.- Racionaliza las siguientes fracciones:

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$

c) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

d) $\frac{3}{3 + \sqrt{5}}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

f) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$

g) $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

h) $\frac{3}{\sqrt{6}}$

Sol: a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; b) $\frac{2\sqrt{6}}{9}$; c) $\sqrt{6}$; d) $\frac{9 - 3\sqrt{5}}{4}$

e) $3 - \sqrt{6}$; f) $\sqrt[3]{2^2}$; g) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$; h) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

18.- Racionaliza las siguientes fracciones:

a) $\frac{3}{2\sqrt{5}}$

b) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

c) $\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

d) $\frac{7 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

e) $\frac{\sqrt{6} - 1}{2\sqrt{5}}$

f) $\frac{3}{\sqrt{5} + 2}$

g) $\frac{8}{6 - \sqrt{12}}$

h) $\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$

i) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5} + 2}$

j) $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$

k) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

l) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$

Sol: a) $\frac{3\sqrt{5}}{10}$; b) $\sqrt{6}$; c) $4\sqrt{3}$; d) $\frac{7\sqrt{3} - 6}{3}$; e) $\frac{\sqrt{30} - \sqrt{5}}{10}$; f) $3\sqrt{5} - 6$

g) $\frac{6 + 2\sqrt{3}}{3}$; h) $-\sqrt{2} - \sqrt{3}$; i) $10 - 4\sqrt{5}$; j) $-3 - 2\sqrt{2}$; k) $2\sqrt{6} - 5$; l) $-\sqrt{6} - 3$

Introduce dentro de una raíz:

$$a) \frac{\sqrt[6]{ab} \sqrt[3]{a^2 b^4} \sqrt{b^5}}{\sqrt[4]{a^2 b^3}}$$

$$b) \frac{\sqrt[3]{\frac{a}{b^2}} \sqrt{\frac{b^2}{a^3}} \sqrt{\frac{a}{b}}}{\sqrt{\frac{a^3}{b^2}} \sqrt[6]{\frac{b^2}{2}} \sqrt[8]{b}}$$

$$c) \frac{\sqrt[6]{\frac{ab}{c}} \sqrt{\frac{c^2}{b}} \sqrt[4]{\frac{c^3}{ab}}}{\sqrt[4]{\frac{ab}{c}} \sqrt{\frac{b^2 c}{b}} \sqrt[4]{\frac{c^3}{ab}}}$$

$$d) \frac{\sqrt{\frac{a^2 b}{\sqrt{a}}}}{\sqrt{\frac{a}{\sqrt{b}}}} : \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$$

$$e) \frac{\sqrt[4]{\frac{a \sqrt{b}}{\sqrt{b}}}}{\sqrt{\frac{b}{\sqrt{a}}}} \sqrt{\frac{a}{b \sqrt{a}}} : \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$f) \sqrt[3]{\frac{b^2}{c}} \sqrt[4]{\frac{c}{b}} \sqrt{\frac{b}{c^3}} : \sqrt[6]{\frac{b}{c^2}}$$

Sol: a) $b^3 \sqrt[12]{b^3 a^4}$; b) $\frac{1}{a^2} \sqrt[24]{\frac{b^9 2^4}{a^4}}$; c) $\frac{1}{b} \sqrt[12]{\frac{c^7}{ba}}$; d) $\sqrt[4]{a^3 b}$; e) $\sqrt{a}$; f) $\sqrt[24]{\frac{b^{11}}{c}}$

Racionaliza:

$$a) \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$$

$$b) \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a}}$$

$$c) \frac{3 \sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

$$d) \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{ab}}$$

$$e) \frac{3 \sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$$

$$f) \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}}$$

$$g) \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$h) \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{2ab}}$$

$$i) \frac{3 - \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}}$$

$$j) \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[3]{a^2}}$$

$$k) \frac{3 - \sqrt{2}}{3 \sqrt{2}}$$

$$l) \frac{1}{\sqrt[7]{a^3}}$$

Sol: a) $\frac{a + 2 \sqrt{ab} + b}{a - b}$; b) $\frac{a + \sqrt{ab}}{a}$; c) $3 \sqrt{6} - 6$; d) $\frac{a \sqrt{b} - b \sqrt{a}}{ab}$; e) $3 \sqrt[6]{2}$;

f) $\sqrt{b}$; g) $\sqrt{2} + 1$; h) $\frac{a \sqrt{2b} - b \sqrt{2a}}{2ab}$; i) $\frac{11 - 6 \sqrt{2}}{7}$; j) $\frac{\sqrt[6]{a^5} - \sqrt[6]{a^2 b^3}}{a}$; k) $\frac{3 \sqrt{2} - 2}{6}$;

l) $\frac{\sqrt[7]{a^4}}{a}$

Racionaliza:

$$a) \frac{\sqrt{4} + \sqrt{3}}{\sqrt{4} - \sqrt{3}}$$

$$b) \frac{a}{\sqrt[4]{a^3}}$$

$$c) \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a}}$$

$$d) \frac{(a - b) \sqrt{2}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

$$e) \frac{3 + a}{\sqrt{a}}$$

$$f) \frac{2 \sqrt{2} + 2 \sqrt{3}}{3 \sqrt{2}}$$

$$g) \frac{3 - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 3}$$

$$h) \frac{2 \sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

$$i) \frac{3 \sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

$$j) \frac{\sqrt{a} - \sqrt{bc}}{\sqrt{ac} - \sqrt{b}}$$

$$k) \frac{2 \sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}$$

$$l) \frac{\sqrt{a} + \sqrt{c}}{\sqrt{a} - \sqrt{c}}$$

$$m) \frac{3 \sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$n) \frac{\sqrt{ab} - \sqrt{bc}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

$$o) \frac{3 \sqrt{a} + 3 \sqrt{b}}{a - \sqrt{b}}$$

Sol: a) $7 + 2 \sqrt{12}$; b) $\sqrt[4]{a}$; c) $\sqrt[12]{a}$; d) $\sqrt{2a} - \sqrt{2b}$; e) $\frac{3 \sqrt{a} + a \sqrt{a}}{a}$; f) $\frac{2 + \sqrt{6}}{3}$

g) $\frac{-9 - a + 6 \sqrt{a}}{a - 9}$; h) $\sqrt{6} - 1$; i) $3\sqrt{6} - 6$; j) $\frac{a \sqrt{c} - c \sqrt{ba} - b \sqrt{c} + \sqrt{ab}}{ac - b}$;
 k) $5 + 3 \sqrt{2}$; l) $\frac{a + c + 2 \sqrt{ac}}{a - c}$; m) $9 - 4 \sqrt{6}$; n) $\frac{a \sqrt{b} - b \sqrt{a} - \sqrt{abc} + b \sqrt{c}}{a - b}$;
 o) $\frac{3 [a (\sqrt{a} + \sqrt{b}) + \sqrt{ab} + b]}{a^2 - b}$

- Resuelve:

a) $\frac{\sqrt{10000} \cdot \sqrt{100} \cdot \sqrt[3]{10^2 \cdot 1000}}{10^2 \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{100} \cdot 10^3 \cdot \sqrt{100}}$ b) $\sqrt{9000} + 10\sqrt{10^5} - 3\sqrt{16000} + 4\sqrt{90}$

Sol: a) $\frac{1}{12\sqrt{10}}$; b) $922\sqrt{10}$

- Simplifica:

a) $(\sqrt{3} - 4 \sqrt{48})$ b) $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{900}}}$ c) $\sqrt{\sqrt{16}}$ d) $\sqrt{2 \sqrt[3]{512}}$ e) $\sqrt{2 \sqrt{3}}$

Sol: a) $-15 \sqrt{3}$; b) $\sqrt[6]{30}$; c) 2; d) 4; e) $\sqrt[4]{12}$

- Racionaliza:

a) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ b) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ c) $\frac{3}{\sqrt[5]{2^3}}$ d) $\frac{4}{\sqrt[7]{4^2}}$ e) $\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$ f) $\frac{3}{\sqrt[5]{3^2}}$

g) $\frac{-5}{5 + \sqrt{5}}$ h) $\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$ i) $\frac{4}{\sqrt{5}}$ j) $\frac{7}{\sqrt[8]{7^3}}$ k) $\frac{2}{\sqrt{3} + 1}$ l) $\frac{4}{\sqrt[7]{4^3}}$

m) $\frac{5}{2 \sqrt{5}}$ n) $\frac{3}{\sqrt[5]{3^2}}$

Sol: a) $\sqrt{6} + 2$; b) $5 - 2 \sqrt{6}$; c) $\frac{3 \sqrt[5]{2^2}}{2}$; d) $\sqrt[7]{4^2}$; e) $-2 - \sqrt{3}$; f) $\sqrt[5]{3^3}$; g) $\frac{5 - \sqrt{5}}{-4} 2$;

h) $-7 + 4 \sqrt{3}$; i) $\frac{4 \sqrt{5}}{5}$; j) $\sqrt[8]{7^5}$; k) $\sqrt{3} - 13$; l) $\sqrt[7]{4^4}$; m) $\frac{\sqrt{5}}{2}$; n) $\sqrt[5]{3^3}$

- Extrae factores:

a) $\sqrt{\frac{27}{4}}$ b) $\sqrt[5]{\frac{5 x^{10}}{y^8}}$ c) $\sqrt[3]{\frac{8 x^4 y^{32}}{n^6}}$

Sol: a) $\frac{3}{2} \sqrt{3}$; b) $\frac{x^2}{y} \sqrt[5]{\frac{5}{y^3}}$; c) $\frac{2 x y^{10}}{n^2} \sqrt[3]{x y^2}$

- Opera:

a) $\sqrt{1 + \sqrt{6 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}}}$ b) $\sqrt{28 \sqrt{81 \sqrt{256}}}$

$$\text{c) } 7\sqrt{54} - 3\sqrt{24} - \sqrt{6} \quad \text{d) } (3 + 9)\sqrt{5} - \sqrt{125} + \sqrt{5a^2}$$

$$\text{Sol: a) } 2; \text{ b) } 12\sqrt{7}; \text{ c) } 14\sqrt{6}; \text{ d) } (7 + a)\sqrt{5}$$

- Simplifica:

$$\text{a) } 2\sqrt{48} + \sqrt{75} + \frac{3}{2}\sqrt{12} \quad \text{b) } \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \quad \text{c) } \frac{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt[4]{4}} \quad \text{d) } \sqrt[4]{\frac{x^5 \cdot 81}{y^6}}$$

$$\text{e) } \frac{3}{2}\sqrt[3]{4}$$

$$\text{Sol: a) } 14\sqrt{3}; \text{ b) } 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}; \text{ c) } \sqrt[3]{3}; \text{ d) } \frac{3x^4}{y}\sqrt{\frac{x}{y^2}}; \text{ e) } \sqrt[3]{\frac{3^3}{2}}$$

Extrae factores de las raíces

$$\text{a) } \sqrt{8 a^3 b^2} \quad \text{b) } \sqrt[3]{24 a^5 b^3} \quad \text{c) } \sqrt{\frac{16 a^3}{b^2 c^3}} \quad \text{d) } \sqrt[4]{\frac{81 a^5 b^2}{c^7 d^8}}$$

$$\text{e) } \sqrt{\frac{a^4}{b^6}} \quad \text{f) } \sqrt[3]{\frac{-a^3 b^9}{c^{12}}} \quad \text{g) } \sqrt[3]{\frac{a^7 b c^4}{d^5}} \quad \text{h) } \sqrt{a^2 \sqrt{b^3 c^5}}$$

$$\text{Sol: a) } 2 a b \sqrt{2 a} ; \text{ b) } 2 a b \sqrt[3]{3 a^2} ; \text{ c) } \frac{4 a}{b c} \sqrt{\frac{a}{c}} ; \text{ d) } \frac{3 a}{c d^2} \sqrt[4]{\frac{a b^2}{c^3}}$$

$$\text{e) } \frac{a^2}{b^3} ; \text{ f) } \frac{-a b^3}{c^4} ; \text{ g) } \frac{a^2 c}{d} \sqrt[3]{\frac{a b c}{d^2}} ; \text{ h) } a c \sqrt[4]{b^3 c}$$

Realiza las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{125} - 2 \sqrt{5} + \sqrt{20} & \text{b) } \sqrt{75} - \sqrt{8} + 3 \sqrt{12} - 2 \sqrt{32} \\ \text{c) } \sqrt{4 a^2 b} - \sqrt{9 a b^2} + 3 \sqrt{a} - 2 a \sqrt{b} & \text{d) } 2 \sqrt{a} + \sqrt{8 b} - 3 \sqrt{2 b} + 3 \sqrt{a^3} \\ \text{e) } \sqrt{\frac{16}{3}} - 2 \sqrt{\frac{4}{3}} + 3 \sqrt{\frac{1}{27}} - 2 \sqrt{\frac{25}{3}} & \text{f) } \sqrt{\frac{8}{9}} - 3 \sqrt{\frac{2}{9}} - 2 \sqrt{\frac{2}{16}} + \sqrt{32} \\ \text{g) } \sqrt{125} - \sqrt{\frac{5}{4}} + 2 \sqrt{\frac{45}{9}} - 2 \sqrt{5} & \text{h) } \sqrt{50} + \sqrt{8} + \sqrt{2} - 3 \sqrt{2} \\ \text{i) } \sqrt{18} + \sqrt{20} - 2 \sqrt{8} + \sqrt{45} & \text{j) } 3 \sqrt{a} - \sqrt{4 b} + 3 \sqrt{4 a} + 3 \sqrt{b} \end{array}$$

$$\text{Sol: a) } 5 \sqrt{5} ; \text{ b) } 11 \sqrt{3} - 10 \sqrt{2} ; \text{ c) } (3-3b) \sqrt{a} ; \text{ d) } (2+3a) \sqrt{a} - \sqrt{2 b}$$

$$\text{e) } -9 \sqrt{\frac{1}{3}} ; \text{ f) } \frac{19}{6} \sqrt{2} ; \text{ g) } \frac{9}{2} \sqrt{5} ; \text{ h) } 5 \sqrt{2} ; \text{ i) } 5 \sqrt{5} - \sqrt{2} ; \text{ j) } 9 \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

Introduce dentro de la raíz:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } a b \sqrt{c b} & \text{b) } a b \sqrt[3]{a b^2} & \text{c) } \frac{a b^2}{c} \sqrt[3]{\frac{2 c^2}{b}} & \text{d) } \frac{a b c}{d} \sqrt{\frac{c d}{a}} \\ \text{e) } 2 a b \sqrt[5]{\frac{c}{4 a}} & \text{f) } \sqrt[3]{b c^2} \sqrt{\frac{a}{c}} & \text{g) } \sqrt{a b} \sqrt{\frac{c}{a b}} & \text{h) } a^2 c \sqrt[4]{\frac{a b^2}{c^3}} \\ \text{i) } -2 a b \sqrt[3]{\frac{b}{4 a}} & & & \end{array}$$

$$\text{Sol: a) } \sqrt{a^2 b^3 c} ; \text{ b) } \sqrt[3]{a^4 b^5} \text{ c) } \sqrt[3]{\frac{a^3 b^5 2}{c}} ; \text{ d) } \sqrt{\frac{a b^2 c^3}{d}}$$

$$\text{e) } \sqrt[5]{8 a^4 b^5 c} ; \text{ f) } \sqrt[6]{b^2 c^3 a} ; \text{ g) } \sqrt[4]{a b c} ; \text{ h) } \sqrt[4]{a^9 b^2 c} ; \text{ i) } \sqrt[3]{-2 a^2 b^4}$$

Multiplíca:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \sqrt{3 a b} \cdot \sqrt[3]{2 a b^2} & \text{b) } \sqrt{a^2 b} \cdot \sqrt[4]{a b c} & \text{c) } \sqrt{3 a^2 b} \cdot \sqrt[6]{2 a c} \cdot \sqrt[3]{3 a c^2} \\ \text{d) } \sqrt[4]{\frac{2 a b}{c}} \cdot \sqrt{\frac{3 a c^2}{b^2}} & \text{e) } \sqrt[3]{a b c} \cdot \sqrt{a^2 b} \cdot \sqrt[4]{a b^2} & \text{f) } \sqrt[3]{a^2 b c} \cdot \sqrt[5]{a b^2 c} \end{array}$$

$$g) \sqrt[3]{a^2 b c} \cdot \sqrt{a b^2 c} \quad h) \sqrt{\frac{4 a b^2}{c d}} \cdot \sqrt[4]{\frac{b c d^2}{2 a}}$$

$$i) \sqrt{a b c^3} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2 c}{b}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a b}{c^3}}$$

$$j) \sqrt[6]{a b} \cdot \sqrt[4]{3 a b} \cdot \sqrt[3]{2 a^2 b}$$

$$\text{Sol: a) } \sqrt[6]{3^3 2^2 a^5 b^7}; \text{ b) } \sqrt[4]{a^5 b^3 c}; \text{ c) } \sqrt[6]{3^5 2 a^9 c^5 b^3}; \text{ d) } \sqrt[4]{\frac{2 \cdot 3^2 a^3 c^3}{b^3}};$$

$$\text{e) } \sqrt[12]{a^{19} b^{16} c^4}; \text{ f) } \sqrt[15]{a^{13} b^8 c^{11}}; \text{ g) } \sqrt[6]{a^7 b^8 c^5}; \text{ h) } \sqrt[4]{\frac{8 a b^5}{c}}; \text{ i) } \sqrt[3]{a^4 b c^4};$$

$$\text{j) } \sqrt[12]{2^4 a^{13} b^9 3^3}$$

Racionaliza:

$$a) \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$b) \frac{1}{2 \sqrt{3}}$$

$$c) \frac{2 \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$d) \frac{3 \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$e) \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$$

$$f) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$$

$$g) \frac{2 - \sqrt{2}}{3 \sqrt{6}}$$

$$h) \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$i) \frac{6}{2 \sqrt{2}}$$

$$j) \frac{2 \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$$

$$k) \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{2}}$$

$$l) \frac{1 + \sqrt{5}}{1 - \sqrt{2}}$$

$$m) \frac{2 \sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$n) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$o) \frac{\sqrt{8} - 1}{2 \sqrt{2}}$$

$$p) \frac{3 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}}$$

$$\text{Sol: a) } \frac{\sqrt{3}}{3}; \text{ b) } \frac{\sqrt{3}}{6}; \text{ c) } \frac{2 \sqrt{6}}{3}; \text{ d) } \sqrt{6}; \text{ e) } 2 - \sqrt{3}; \text{ f) } \sqrt{6} - 2; \text{ g) } \frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{9};$$

$$\text{h) } -5 - 2 \sqrt{6}; \text{ i) } \frac{3 \sqrt{2}}{2}; \text{ j) } 6 + 4 \sqrt{3}; \text{ k) } \frac{2 \sqrt{2} - 2 \sqrt{3} + \sqrt{6} - 2}{2};$$

$$\text{l) } -1 - \sqrt{2} - \sqrt{5} - \sqrt{10}; \text{ m) } 6 - 2 \sqrt{6}; \text{ n) } 3 + \sqrt{6}; \text{ o) } \frac{4 - \sqrt{2}}{4}; \text{ p) } \frac{11 + 6 \sqrt{2}}{7}$$

Multiplica:

$$a) (2 + \sqrt{3}) \cdot (2 - \sqrt{3}) \quad b) (3 - \sqrt{2}) \cdot (3 + \sqrt{2}) \quad c) (3 + \sqrt{2}) \cdot (3 + \sqrt{2})$$

$$d) (2 + \sqrt{2}) \cdot (3 - \sqrt{2}) \quad e) (2 \sqrt{8} + 3) \cdot (3 \sqrt{2} - 1)$$

$$f) (3 + 2 \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{3} - 2)$$

$$g) (\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3}) \quad h) (\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (3 \sqrt{2} + 2 \sqrt{3})$$

$$i) (3 - \sqrt{2}) \cdot (2 + \sqrt{2}) \quad j) (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3}) \quad k) (\sqrt{2} + \sqrt{8}) \cdot (2 \sqrt{2} - \sqrt{8})$$

$$\text{Sol: a) } 1; \text{ b) } 7; \text{ c) } 11 + 6 \sqrt{2}; \text{ d) } 4 + \sqrt{2}; \text{ e) } 21 + 5 \sqrt{2}; \text{ f) } -\sqrt{3}; \text{ g) } -1;$$

$$\text{h) } 12 + 5 \sqrt{6}; \text{ i) } 4 + \sqrt{2}; \text{ j) } 2 \sqrt{6} - 5; \text{ k) } 0$$

Divide:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \frac{3\sqrt{32}}{\sqrt{2}} & \text{b)} \frac{3\sqrt{32} - 2\sqrt{8}}{\sqrt{8}} & \text{c)} \frac{\sqrt{8} - \sqrt{32} + 3\sqrt{72}}{\sqrt{2}} & \text{d)} \frac{\sqrt{8a^3b}}{\sqrt{2ab}} \\
 \text{e)} \frac{\sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{ab}} & \text{f)} \frac{\sqrt{3a^2b}}{\sqrt{2ab}} & \text{g)} \frac{\sqrt[3]{ab^2c^2}}{\sqrt[3]{a^2bc}} & \text{h)} \frac{\sqrt{2ab}}{\sqrt[3]{2ab}} \\
 \text{i)} \frac{\sqrt[4]{2a^2b}}{\sqrt{2a}} & \text{j)} \frac{\sqrt[3]{2a^3b^4c}}{\sqrt{2abc^2}} & \text{k)} \frac{\sqrt{2ab} \cdot \sqrt[3]{2a^2b}}{\sqrt[6]{2ab}} & \\
 \text{l)} \frac{\sqrt{3a^2b}}{\sqrt[3]{abc} \cdot \sqrt[6]{3bc}} & & & \\
 \text{m)} \frac{\sqrt[4]{a^3b^3}}{\sqrt{abc}} & \text{n)} \frac{\sqrt[3]{a^2b^3c^3d}}{\sqrt{ab^2c}} & &
 \end{array}$$

Sol: a) 12; b) 4; c) 16; d) $2a$; e) $\sqrt[3]{b}$; f) $\sqrt{\frac{3a}{2}}$; g) $\sqrt[3]{\frac{bc}{a}}$; h) $\sqrt[6]{2ab}$; i) $\sqrt[4]{\frac{b}{2}}$
j) $\sqrt[6]{\frac{a^3b^5}{2c^4}}$; k) $\sqrt[3]{2^2a^3b^2}$; l) $\sqrt[6]{\frac{3^2a^4}{c^3}}$; m) $\sqrt[4]{\frac{ab}{c^2}}$; n) $\sqrt[6]{\frac{a^3d^2}{b^4}}$

Realiza la operación y expresa el resultado en forma de raíz:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{2}{3}} & \text{b)} a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}} & \text{c)} a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} & \text{d)} a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{2}} \\
 \text{e)} x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} & \text{f)} a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{6}} & \text{g)} x^{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{4}{6}} & \\
 \text{h)} x^2 \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{-1} & & & \\
 \text{i)} \sqrt{a} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a & \text{j)} \frac{a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt{a}} & \text{k)} \frac{3a^{\frac{1}{2}} \cdot 2a^{\frac{1}{3}}}{4a^{\frac{1}{6}} \cdot a^{\frac{2}{3}}} &
 \end{array}$$

Sol: a) $\sqrt[6]{a^7}$; b) a ; c) $\sqrt[6]{a^5}$; d) $\sqrt[12]{a}$; e) $x\sqrt[3]{2}$; f) $\sqrt[6]{\frac{b}{a}}$; g) $\sqrt{x^5}$; h) $\sqrt[3]{x^5}$
i) $\sqrt[6]{a^{11}}$; j) $\sqrt[3]{a}$; k) $\frac{3}{2}$

Opera y extrae de las raíces:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a)} \sqrt{\sqrt[3]{a^2}} & \text{b)} \sqrt[3]{8a\sqrt{a^4b^3}} & \text{c)} \sqrt{a^3b^2c} & \text{d)} \sqrt{a^2b\sqrt{a^3b^5}} \\
 \text{e)} \sqrt{\frac{a^2b^3c}{\sqrt[3]{4a^4b^2c}}} & \text{f)} \sqrt{\frac{a^3\sqrt{b^5}}{ab^2c}} & \text{g)} \sqrt[3]{\frac{a^5b^6c}{c^5b}} & \text{h)} \sqrt[3]{\frac{\sqrt{x^6a^2}}{\sqrt[3]{b^9c^3}}} \\
 \text{i)} \sqrt[4]{a^6b^3c^4} & \text{j)} \sqrt{a^2b\sqrt{c^3b^3}} & &
 \end{array}$$

Sol: a) $\sqrt[3]{a}$; b) $2a\sqrt{b}$; c) $ab\sqrt{ac}$; d) $ab\sqrt[4]{a^3b^3}$; e) $ab\sqrt[3]{\frac{bc}{2a^2}}$

$$f) a \sqrt[4]{\frac{b}{c^2}}; g) \frac{a b^2}{c} \sqrt[3]{\frac{a^2}{c b}}; h) \frac{x}{b} \sqrt[3]{\frac{a}{c}}; i) a c \sqrt[4]{a^2 b^3}; j) a b \sqrt[4]{c^3 b}$$

Opera y extrae los factores que puedas:

$$a) \left(\sqrt[3]{3 a^2 b c^3} \right)^2 \quad b) \left(\sqrt{a b^2 c} \right)^3 \quad c) \left(\sqrt[4]{2 a^3 b^2 c^5} \right)^2 \quad d) \left(2 \sqrt[3]{a^2 b c^3} \right)^2$$

$$e) \left(\sqrt[3]{2 a^2 b c^3} \right)^4 \quad f) \left(\sqrt[3]{a^2 b^4 \sqrt{a b}} \right)^2 \quad g) \left(\sqrt[6]{a^7 b^4 c^2} \right)^2 \quad h) \left(\sqrt{\sqrt[3]{a^2 b^4 c}} \right)^4$$

$$i) \left(\sqrt[3]{a^2 b} \sqrt[4]{a^3 b^5} \right)^2 \quad j) \left(\sqrt{\frac{a^2 b}{c^3}} \right)^3$$

$$\text{Sol: } a) a c^2 \sqrt[3]{3^2 a b^2}; b) a b^3 c \sqrt{a c}; c) a b c^2 \sqrt{2 a c}; d) 2^2 a c^2 \sqrt[3]{a b^2}$$

$$e) 2 a^2 b c^4 \sqrt[3]{2 a^2 b}; f) a b^3 \sqrt[3]{a^2}; g) a^2 b \sqrt[3]{a b c^2}; h) a b^2 \sqrt[3]{a b^2 c^2}$$

$$i) a b \sqrt[6]{a^5 b^3}; j) \frac{a^3 b}{c^4} \sqrt{\frac{b}{c}}$$