Radicales

1.- Calcular las siguientes potencias:

a) $(5 \sqrt[4]{3})^2$ b) $(3 \sqrt{4})^2$ c) $(a \sqrt[3]{-5})^6$ d) $\left(\sqrt{\frac{2a^3 b}{3}}\right)^4$ e) $\left(2 \sqrt[3]{\frac{5xy^3}{z^2}}\right)^5$

2.- Poner bajo radical único y simplificar los resultados:

a) $\sqrt{\sqrt{3}}$ b) $\sqrt{2\sqrt{2}}$ c) $\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{4}}}$ d) $\sqrt[3]{\sqrt{32}}$ e) $\sqrt[3]{3\sqrt[3]{\frac{1}{9}}}$ f) $\sqrt{2\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}}}$
 g) $\sqrt{a\sqrt{\frac{1}{a}}}$ h) $\sqrt[4]{b\sqrt[3]{\frac{1}{b}\sqrt[3]{b\sqrt[4]{\frac{1}{b}}}}}$ i) $\sqrt[3]{\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}}$ j) $\sqrt[3]{\frac{a^2}{b}\sqrt{b}} \cdot \sqrt{b\sqrt[3]{\frac{a^2}{b}}}$

3.- Decidir cuáles son verdaderas de entre las siguientes fórmulas:

a) $\sqrt[n]{A \cdot B} = \sqrt[n]{A} \cdot \sqrt[n]{B}$ b) $\sqrt[n]{A+B} = \sqrt[n]{A} + \sqrt[n]{B}$ c) $\sqrt[n]{A-B} = \sqrt[n]{A} - \sqrt[n]{B}$
 d) $\sqrt[n]{A^p} = n\sqrt[n]{A}$ e) $\sqrt[n]{\sqrt[p]{A}} = n \cdot \sqrt[p]{A}$ f) $\sqrt[n]{A^p} = (\sqrt[n]{A})^p$
 g) $\sqrt[n]{\sqrt[p]{A}} = n\sqrt[p]{A}$ h) $\sqrt[n]{\sqrt[p]{A \cdot B}} = \sqrt[n]{A} \cdot \sqrt[p]{B}$ i) $\sqrt[n]{A^{m+p}} = \sqrt[n]{A^m} \cdot \sqrt[n]{A^p}$

4.- Escribir como potencias de exponente racional los siguientes radicales:

a) $\sqrt[4]{3}$ b) $\sqrt{20^3}$ c) $\frac{1}{\sqrt[3]{6^5}}$ d) $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^5}$ e) $\sqrt[5]{a+b}$ f) $\sqrt[4]{a\sqrt{a}}$ g) $\sqrt[4]{ab^2}$
 h) $\sqrt[5]{\frac{a+1}{a-1}}$ i) $\frac{3\sqrt{2}\sqrt[3]{2x}}{3\sqrt{3x^3}}$ j) $\frac{3\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x-1}}$ k) $\frac{2b\sqrt[3]{3x}}{3\sqrt{x}}$ l) $\sqrt[3]{\frac{5x^4}{7a^6}}$

5.- Formular las siguientes expresiones sin exponente fraccionario ni negativo:

a) $4^{\frac{5}{2}}$ b) $32^{\frac{3}{5}}$ c) $4^{\frac{3}{2}}$ d) $27^{\frac{1}{3}}$ e) $(3a)^{\frac{2}{5}}$ f) $(2-x)^{\frac{5}{2}}$ g) $(-2)^{\frac{2}{3}}$
 h) $3^{\frac{1}{2}} - 4^{\frac{2}{3}}$ i) $(3-x)^{\frac{1}{2}}$ j) $3a^{\frac{3}{2}} \cdot \left[5^{\frac{2}{3}} \cdot (3ab^2 - 5)^{\frac{3}{2}}\right]$ k) $3a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{-1}{2}} c^{\frac{3}{4}}$

6.- Racionalizar el denominador de las siguientes fracciones:

a) $\frac{5}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ d) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}$ f) $\frac{3}{2\sqrt[3]{4}}$ g) $\frac{3y}{x\sqrt{y}}$ h) $\frac{x\sqrt{y}}{y\sqrt{x}}$
 i) $\frac{3}{\sqrt{2-x}}$ j) $\frac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{2+x}}$ k) $\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ l) $\frac{2}{\sqrt{2}-1}$ m) $\frac{\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}$ n) $\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$
 ñ) $\frac{\sqrt{5}-2}{3-2\sqrt{5}}$ o) $\frac{3\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+3\sqrt{5}}$ p) $\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ q) $\frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ r) $\frac{\sqrt{2y}}{\sqrt{2}-\sqrt{y}}$ s) $\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}}$
 t) $\frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a+2})}$ u) $\frac{2}{a^2+\sqrt{a^2-1}}$ v) $\frac{a-\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}}$ w) $\frac{\sqrt{5}}{(\sqrt[3]{3}-1)(\sqrt[3]{3}+1)}$

Soluciones: 1) a) $25\sqrt{3}$, b) 63, c) $25a^6$, d) $4a^6b^2/9$, e) $(160xy^5/z^3)\sqrt[3]{25x^2/z}$. 2) a) $\sqrt[4]{3}$, b) $\sqrt[4]{8}$, c) $\sqrt[4]{24}$, d) $\sqrt[4]{32}$, e) $\sqrt[3]{3}$, f) $\sqrt[3]{32}$, g) $\sqrt[4]{a}$, h) $\sqrt[4]{b^3}$, i) $\sqrt[4]{a/b}$, j) $a \cdot \sqrt[4]{b}$. 3) a) F, b) F, c) F, d) F, e) F, f) V, g) V, h) F, i) V. 4) a) $3^{1/4}$, b) $20^{3/2}$, c) $6^{-5/3}$, d) $(2/3)^{5/2}$, e) $(a+b)^{1/5}$, f) $a^{3/8}$, g) $a^{1/4}b^{1/2}$, h) $[(a+1)/(a-1)]^{1/5}$, i) $2^{5/6}3^{-1/2}x^{-7/6}$, j) $3(x-1)^{1/6}$, k) $2 \cdot 3^{-2/3} \cdot b \cdot x^{-1/6}$, l) $(5/7)^{1/3}x^{4/3}a^{-2}$. 5) a) 2^5 , b) 8, c) $1/8$, d) $1/3$, e) $\sqrt[3]{9a^2}$, f) $\sqrt{(2-x)^5}$, g) $\sqrt[3]{4}$, h) $\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt[3]{2}$, i) $\frac{1}{\sqrt{3-x}}$, j) $3a\sqrt{a} \left[\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt{(3ab^2-5)^3} \right]$, k) $\frac{3 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{c^3}}{\sqrt{b}}$. 6) a) $\sqrt{5}$, b) 3, c) $\frac{\sqrt{6}}{3}$, d) $\frac{\sqrt{10}}{2}$, e) $\frac{\sqrt[4]{648}}{3}$, f) $\frac{3 \cdot \sqrt[3]{2}}{4}$, g) $\frac{3\sqrt{y}}{x}$, h) $\frac{\sqrt{xy}}{y}$, i) $\frac{3\sqrt{2-x}}{2+x}$, j) $\frac{\sqrt{4-x^2}}{2-x}$, k) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$, l) $2(\sqrt{2}+1)$, m) $\frac{3\sqrt{2}+2}{7}$, n) $2\sqrt{2}-3$, ñ) $\frac{\sqrt{5}-4}{11}$, o) $\frac{19-4\sqrt{15}}{11}$, p) $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y}$, q) $\frac{2\sqrt{x}+x}{4-x}$, r) $\frac{2\sqrt{y}+y\sqrt{2}}{2-y}$, s) $\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a+b}$, t) $\frac{a-2\sqrt{a}}{a^2-4a}$, u) $\frac{2a^2-2\sqrt{a^2-1}}{a^4-a^2+1}$, v) $\frac{(a-\sqrt{a})^3}{a^2-a}$, w) $\frac{\sqrt{15}+\sqrt{5}}{2}$