PRACTICA

1. Opera y reduce estas expresiones:

a) $-5x^3 \cdot (x^2 - 3x + 1)$ $= -5x^5 + 15x^4 - 5x^3$

b) $\left(\frac{x^2}{4} - \frac{5}{2}\right) \cdot \frac{x}{3}$ $= \frac{x^3}{12} - \frac{5x}{6}$

c) $(x^2 - 5x + 1) \cdot (2x - 3)$ $= 2x^3 - 3x^2 - 10x^2 + 15x + 2x - 3 = 2x^3 - 13x^2 + 17x - 3$

d) $(x - 3) \cdot (x + 4) \cdot (x - 6)$ $= (x^2 + 4x - 3x - 12) \cdot (x - 6) = (x^2 + x - 12)(x - 6) =$
$= x^3 - 6x^2 + x^2 - 6x - 12x + 72 = x^3 - 5x^2 - 18x + 72$

2. Desarrolla estas expresiones:

a) $\left(\frac{3x}{2} - 2\right)^2$ $= \left(\frac{3x}{2}\right)^2 + 2^2 - 2 \cdot \cancel{2} \cdot \frac{3x}{\cancel{2}} = \frac{9x^2}{4} + 4 - 6x = \frac{9x^2}{4} - 6x + 4$

b) $(5x + 4) \cdot (5x - 4)$ $= 25x^2 - 16$

c) $\left(2x + \frac{1}{2}\right)^2$ $= 4x^2 + \frac{1}{4} + 2 \cdot \cancel{2}x \cdot \frac{1}{\cancel{2}} = 4x^2 + 2x + \frac{1}{4}$

3. Reduce esta expresión:

$12 \cdot \left(\frac{3x - 2}{6} + \frac{1 - x}{4} - \frac{2x - 1}{3}\right)$ $= 2(3x - 2) + 3(1 - x) - 4(2x - 1)$
$= 6x - 4 + 3 - 3x - 8x + 4 = -5x + 3$

4. Transforma en producto

a) $25x^2 - 16$ $= (5x + 4)(5x - 4)$

b) $4x^2 + 12x + 9$ $= (2x + 3)^2$
$(2x)^2 \quad 2 \cdot 6x \quad 3^2$

c) $x^2 - 3x + \frac{9}{4}$ $= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2$
$(x)^2 \quad 2 \cdot \frac{3}{2}x \quad \left(\frac{3}{2}\right)^2$

d) $3x^3 - 6x^2 + 3x$ $= 3x\,(x^2 - 2x + 1) =$
$(x)^2 \quad 2 \cdot x \quad 1^2$
$= 3x \cdot (x - 1)^2$

PRACTICA

1. a) $-5x^5 + 15x^4 - 5x^3$

b) $\frac{x^3}{12} - \frac{5x}{6}$

c) $2x^3 - 13x^2 + 17x - 3$

d) $x^3 - 5x^2 - 18x + 72$

2. a) $\frac{9x^2}{4} - 6x + 4$

b) $25x^2 - 16$

c) $4x^2 + 2x + \frac{1}{4}$

3. $-5x + 3$

4. a) $(5x + 4)(5x - 4)$

b) $(2x + 3)^2$

c) $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2$

d) $3x(x^2 - 2x + 1) = 3x(\cancel{2}x - 1)^2$

APLICA. LA VIEJA CASA DEL ABUELO

1. Lado de la casa $\rightarrow x + 5$

2. Superficie de la casa $\rightarrow (x + 5)^2$

3. Superficie de la finca $\rightarrow (x + 5)^2 + 3x^2 =$
$= 4x^2 + 10x + 25$

4. Superficie de la tierra $\rightarrow 3x^2 = 1625 \text{ m}^2 \rightarrow$
$\rightarrow x \approx 23{,}27$ m

La casa mide, aproximadamente, 28,27 m de lado. Su superficie es de 799,2 m^2.

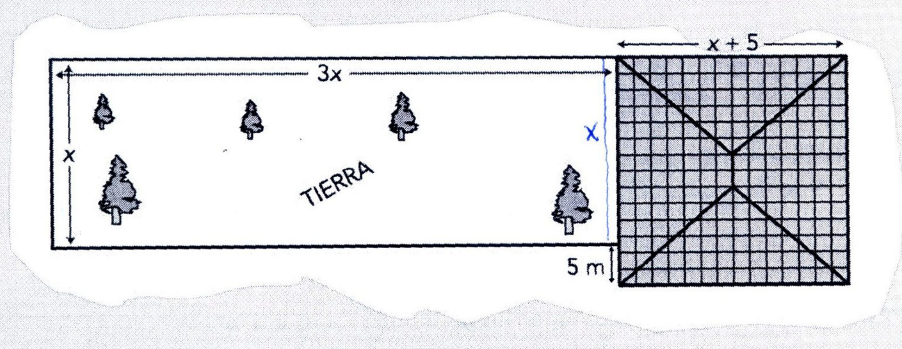
La tierra mide, aproximadamente, 23,27 m de ancha y 69,81 m de larga.

La finca completa tiene una superficie de 2 424,2 m^2.

Nombre y apellidos: ....

APLICA. LA VIEJA CASA DEL ABUELO

Rebuscando en el desván de la casa de sus abuelos, Adela (estudiante de 3.° de ESO) ha encontrado entre unos viejos papeles un plano de la casa y de un terreno de labor adyacente. El paso del tiempo ha borrado las medidas, pero queda un dato: la parte de la puerta de entrada a la casa, que indica 5 m.



Adela observa que la casa es un cuadrado perfecto y que la tierra de labor es, aproximadamente, el triple de larga que de ancha. Intrigada, decide investigar sobre las dimensiones de toda la finca.

1. Utilizando el lenguaje algebraico, busca una expresión para el lado de la casa.

El lado de la casa está ya dibujado, y es $x+5$, siendo x el ancho del terreno de labor.

2. ¿Qué expresión algebraica tendrá la superficie de la casa?

$$\underbrace{(x+5)\cdot(x+5)}_{\text{lado x lado}} = (x+5)^2$$

3. ¿Y cuál será la superficie de toda la finca, casa y tierra juntas?

$$\underbrace{(x+5)^2}_{\text{casa}} + \underbrace{3x\cdot x}_{\text{terreno}} = \underbrace{(x+5)^2}_{\text{casa}} + \underbrace{3x^2}_{\text{terreno}} = x^2+10x+5+3x^2 = 4x^2+10x+5$$

4. De repente, Adela recuerda lo que tantas veces ha oído decir al abuelo: "...gracias al cuarto de fanega de tierra, no pasamos hambre en la posguerra". Con estos datos, ¿podrá Adela averiguar las dimensiones y la superficie de la casa y de la finca completa?

(DATO: 1 fanega ≈ 6 500 m^2).

$\frac{1}{4}$ de fanega $= \frac{1}{4}\cdot 6500 = \frac{6500}{4} = 1625\ m^2$

Superficie del terreno: $3x^2 = 1625$; $x^2 = \frac{1625}{3}$; $x = \sqrt{\frac{1625}{3}} \simeq 23{,}27$ m

Superficie de la casa: $(23{,}27+5)^2 = 799{,}19$

Superficie finca: $1625 + 799{,}19 = 2424{,}19\ m^2$; ancho terreno $= 23{,}27$ m ; largo terreno $= 23{,}27\cdot 3 = 69{,}81$ m

PRACTICA

1. Considera los polinomios $A = x^3 - 2x + 3$, $B = \frac{x^2}{2} - 3x + 4$ y $C = 3x^2 - 1$.

Halla el valor de la expresión $(A - B) + (A - C) - (B - C)$.

$$(A-B)+(A-C)-(B-C) = A-B+A-\cancel{C}-B+\cancel{C} = 2A-2B =$$
$$= 2(x^3-2x+3)-2\left(\frac{x^2}{2}-3x+4\right) = 2x^3-4x+6-x^2+6x-8 =$$
$$= 2x^3-x^2+2x-2$$

2. Desarrolla estas expresiones:

a) $$\left(\frac{2x}{5}-\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{2x}{5}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2-2\cdot\frac{\cancel{2}x}{\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{5}}{\cancel{2}} = \frac{4x^2}{25}-2x+\frac{25}{4}$$

b) $$\left(\frac{3x}{4}+4\right)^2 = \frac{9x^2}{16}+16+2\cdot\frac{3x}{\cancel{4}}\cdot\cancel{4} = \frac{9x^2}{16}+6x+16$$

c) $$\left(\frac{3x}{2}+5\right)\cdot\left(\frac{3x}{2}-5\right) = \left(\frac{3x}{2}\right)^2-(5)^2 = \frac{9x^2}{4}-25$$

3. Multiplica esta expresión por el mínimo común múltiplo de los denominadores y simplifica el resultado: $m.c.m(8,6,4) = 24$

$$\left(\frac{2x-3}{8}+\frac{(1-x)^2}{6}-\frac{x-2}{4}\right)\cdot 24 = 3(2x-3)+4(1-x)^2-6(x-2) =$$
$$= 6x-9+4-8x+4x^2-6x+12 = 4x^2-8x+7$$

4. Descompón en factores estas expresiones (saca factor común, utiliza los productos notables...):

a) $$x^3-4x = x(\underbrace{x^2-(2)^2}_{\text{diferencia de cuadrados}}) = x(x+2)(x-2)$$

b) $$5x^5-20x^3+20x \quad 5x(x^4-4x^2+4) = 5x(x^2-2)^2$$

c) $$4x^3+16x^2+16x = 4x(x^2+4x+4) = 4x(x+2)^2$$

d) $$5x^2-\frac{16}{5} = (\sqrt{5}x)^2-\left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^2 = \left(\sqrt{5}x+\frac{4}{\sqrt{5}}\right)\left(\sqrt{5}x-\frac{4}{\sqrt{5}}\right) = *^1$$

→ saco "a" como factor común

e) $$a\cdot(a-1)+a\cdot(a+2) = a(a-1+a+2) = a(1+2a)$$

f) $$1-a^4 = \underbrace{1^2-(a^2)^2}_{\text{diferencia de cuadrados}} = (1+a^2)\underbrace{(1^2-a^2)}_{\text{de nuevo, diferencia de cuadrados}} = (1+a^2)(1+a)(1-a)$$

5. Opera y reduce:

a) $$\frac{1}{2x}-\frac{3x-1}{x^2}-\frac{2-x}{x} = \frac{x}{2x^2}-\frac{6x-2}{2x^2}-\frac{4x-2x^2}{2x^2} = \frac{2x^2-9x+2}{2x^2}$$

b) $$\frac{x}{\cancel{x-1}}\cdot\frac{\cancel{x-1}}{x+1} = \frac{x}{x+1}$$

sacando 5 factor común

$$*^1 = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\left(\sqrt{5}x+\frac{4}{\sqrt{5}}\right)\left(\sqrt{5}x-\frac{4}{\sqrt{5}}\right) = \left(\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}x+\frac{4\cancel{\sqrt{5}}}{\cancel{\sqrt{5}}}\right)\left(\frac{\cancel{\sqrt{5}}x}{\cancel{\sqrt{5}}}-\frac{4}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}\right) = (5x+4)\cdot\left(x-\frac{4}{5}\right) = 5\left(x+\frac{4}{5}\right)\left(x-\frac{4}{5}\right)$$

$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ es 1. Los puedo repartir como quiera. Observa que $3\cdot(2\cdot 7) = \begin{cases}6\cdot 7 = 42\\ 2\cdot 21 = 42\end{cases}$

El 3 lo multiplico por el que yo quiera (pero solo por uno).

PRACTICA

1. $2x^3 - x^2 + 2x - 2$

2. a) $\frac{4x^2}{25} - 2x + \frac{25}{4}$

b) $\frac{9x^2}{16} + 6x + 16$

c) $\frac{9x^2}{4} - 25$

3. $4x^2 - 8x + 7$

4. a) $1x\cdot(x+2)\cdot(x-2)$

b) $5x\cdot(x^2-2)^2$

c) $4x\cdot(x+2)^2$

d) $5\left(x+\frac{4}{5}\right)\cdot\left(x-\frac{4}{5}\right)$

e) $a(1+2a)$

f) $(1+a^2)\cdot(1+a)\cdot(1-a)$

5. a) $\frac{2x^2-9x+2}{2x^2}$

b) $\frac{x}{x+1}$

APLICA. TORRE PARA OFICINAS

1. Superficie planta oficinas → $x^2 + 30x$

Superficie planta zona acristalada → $15x - \frac{x^2}{2}$

2. Volumen oficinas → $6x^3 + 180x^2$

Volumen zona acristalada → $90x^2 - 3x^3$

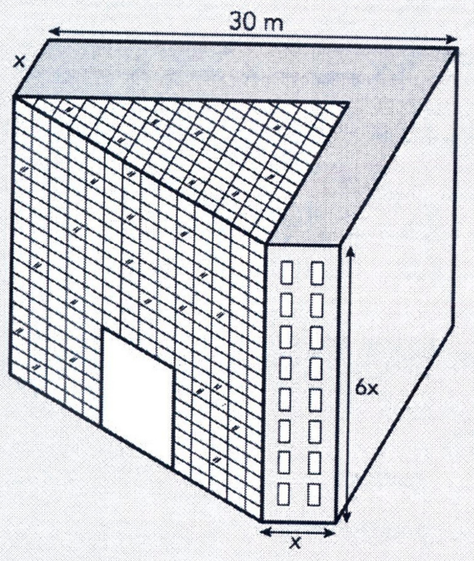
3. $6x = 120 \rightarrow x = 20$ m

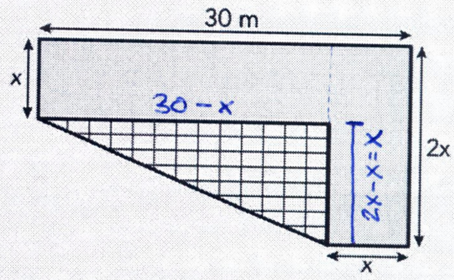
La superficie destinada a oficinas en cada planta será de $20^2 + 30\cdot 20 = 1000$ m^2.

Nombre y apellidos: ....

APLICA. TORRE PARA OFICINAS

El estudio de arquitectura Nuevos Espacios diseña una torre para oficinas, con la planta y el alzado que ves en la figura.





La torre se divide en dos zonas: una para oficinas y otra para servicios comunes, que será acristalada.

1. ¿Qué expresión algebraica dará el arquitecto para la superficie de cada planta destinada a oficinas? ¿Y para la zona acristalada?

Superficie oficinas: $(30-x)\cdot x + x\cdot 2x = 30x - x^2 + 2x^2 = x^2 + 30x$

Superficie servicios comunes: $\dfrac{(30-x)\cdot x}{2} = \dfrac{30x - x^2}{2} = 15x - \dfrac{x^2}{2}$

2. ¿Y qué expresión tendrá el volumen de cada zona del edificio, oficinas y servicios comunes?

Volumen oficinas: $(x^2 + 30x)\cdot 6x = 6x^3 + 180x^2$

Volumen servicios comunes: $\left(15x - \dfrac{x^2}{2}\right)\cdot 6x = 90x^2 - \dfrac{6x^3}{2} = 90x^2 - 3x^3$

3. El arquitecto estima en 120 m la altura del edificio. ¿Qué superficie se destinará a oficinas en cada planta?

$6x = 120$; $x = \dfrac{120}{6} = 20$ m

Una planta de oficinas mide $x^2 + 30x$. Para $x = 20$:

$20^2 + 30\cdot 20 = 400 + 600 = 1000$ m² cada planta de oficinas