

## MEDIDAS Y ERRORES.

1) En la medida de 1 m se ha cometido un error de 1 mm, y en 300 Km, 300 m. ¿Qué error relativo es mayor?.

2) Como medida de un radio de 7 dm hemos obtenido 70.7 cm. Calcule:

- a) El error absoluto y el relativo.
- b) El error absoluto y relativo de la longitud de la circunferencia de tal radio.
- c) Idem del área.

3) Se mide en tres ocasiones sucesivas y por medio de un ohmímetro A una resistencia de  $100 \Omega$ . Los resultados fueron:

$$R_{A1} = (106 \pm 7) \Omega \quad R_{A2} = (107 \pm 7) \Omega \\ R_{A3} = (107 \pm 7) \Omega$$

Un segundo ohmímetro mide la misma resistencia y obtiene los siguientes resultados:

$$R_{B1} = (98 \pm 7) \Omega \quad R_{B2} = (100 \pm 7) \Omega \\ R_{B3} = (103 \pm 7) \Omega$$

Responda a las siguientes cuestiones:

- a) ¿Es necesario realizar mas medidas con el ohmímetro A?.
- b) ¿Es necesario realizar mas medidas con el ohmímetro B?.
- c) ¿Cuál de los dos ohmímetros es mas preciso y cual es más exacto?.
- d) Calcule el valor exacto de las medidas ofrecidas por los ohmímetros A y B (acompañadas de su error, por supuesto)

4) Redondee las siguientes expresiones:

|                            |                       |
|----------------------------|-----------------------|
| $0.1724 \pm 0.0413$        | $0.0124 \pm 0.0684$   |
| $12.3401 \pm 0.662$        | $16554.341 \pm 630$   |
| $180.503 \pm 3.5137$       | $12 \pm 0.8547$       |
| $1.0 \pm 0.00720$          | $21000 \pm 38.3011$   |
| $6170.006 \pm 406.03$      | $100.00027 \pm 0.934$ |
| $19.2 \pm 7.80311$         | $431.047 \pm 97.304$  |
| $0.12967 \pm 0.00958$      | $0.83710 \pm 0.1310$  |
| $11397.0 \pm 19.704$       | $24.083 \pm 1.9211$   |
| $0.07654001 \pm 0.0001350$ | $23.155 \pm 1.0721$   |
| $3402.013 \pm 209.311$     | $0.188201 \pm 0.0247$ |
| $100.97 \pm 21.01$         | $37613.01 \pm 253.12$ |
| $105.00234 \pm 29.708$     | $13.10 \pm 3.21$      |

5) Se miden las dimensiones de un cilindro y resultan ser de :

$$\text{Radio} = (10.4 \pm 0.1) \text{ cm.} \quad \text{Altura} = (0.030 \pm 0.005) \text{ m.}$$

- Calcule:
- a) El área del cilindro.
  - b) El volumen del cilindro.

6) Se miden las dimensiones de la circunferencia máxima de una esfera y se obtiene el siguiente resultado:

$$C_{\max} = (20.3 \pm 0.1) \text{ cm.}$$

calcule:

- a) El volumen de la esfera.
- b) El área de la esfera.
- c) El cociente (área / volumen) de la esfera.

7) La intensidad de corriente que pasa por cierta resistencia es de  $(1.37 \pm 0.08) \text{ A}$  y el voltaje en sus extremos es de  $(23 \pm 5) \text{ mV}$ . Calcule:

- a) El valor experimental de la resistencia.
- b) El valor experimental de la potencia disipada en esa resistencia.  
datos: (Ley de Ohm  $V = IR$ ) (Potencia disipada en una resistencia  $P = VI$ ).

8) Un coche de pruebas recorre un espacio  $s_0 = (1000 \pm 3) \text{ m}$  en un tiempo  $t_0 = (60 \pm 1) \text{ s}$ ; suponiendo que la marcha del coche es constante a lo largo del recorrido calcule la velocidad media.

9) Midiendo una longitud con una cinta de agrimensor cometemos errores del 0.5 %. ¿Cuál es el error absoluto y el relativo en la medida del área de un terreno rectangular de  $100 \times 50 \text{ m}^2$ ?

10) Demuestre que el error relativo en la medida del volumen de un cubo es tres veces mayor que en el de su arista.

11) Determine el error relativo en la medida de la aceleración de la gravedad, conocidos los errores relativos en las medidas de la longitud de un péndulo simple y de su período. Se suponen oscilaciones pequeñas para que se cumpla:  $T = 2\pi(l/g)^{1/2}$ .

12) Hemos realizado diez veces la pesada de un cuerpo obteniendo los siguientes resultados expresados en gramos:

12.372 12.373 12.372 12.371 12.370  
12.374 12.372 12.372 12.371 12.373

Expresar correctamente el resultado de la pesada y calcule, además, su error relativo.

13) En la medida de una longitud hemos determinado los siguientes valores en cm:

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 1.32 | 1.3  | 1.32 | 1.33 | 1.32 |
| 1.31 | 1.32 | 1.31 | 1.31 | 1.31 |

Determine el error de la media aritmética y los errores relativos de las medidas del área de un cuadrado y el volumen de un cubo que tenga por arista tal longitud.

14) En un experimento de péndulo simple para medir la aceleración de la gravedad con la expresión del periodo

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

se obtienen en la longitud 50.50, 50.49 y 50.50 cm. siendo el error instrumental de esta medida 0.01 cm; y en el periodo las tres primeras medidas son 1.43, 1.35, 1.45 seg. y por si las necesitamos las siguientes son 1.48, 1.41 y 1.44 seg. todas con un error instrumental de 0.01 seg.

Obtenga el valor de g.

15) Se obtienen los valores experimentales de una variable Y en función de una variable X; los resultados quedan reflejados en la siguiente tabla:

|   |     |     |   |     |     |     |
|---|-----|-----|---|-----|-----|-----|
| X | 1   | 2   | 3 | 4   | 5   | 6   |
| Y | 2.1 | 3.1 | 4 | 4.5 | 5.4 | 6.1 |

a) Se sospecha, a la vista de la representación gráfica de los valores (realícese dicha representación) que la relación Y(X) es lineal. Utilícese el método de los mínimos cuadrados para obtener la ordenada en el origen, la pendiente y el factor de correlación.

b) La dimensión de la variable Y es  $[L^{-1}TM^3]$  y la dimensión de la variable X es  $[MT^{-1}]$ . ¿Cuál es la dimensión de la ordenada en el origen y de la pendiente?.

## SOLUCIONES

1) Iguales      2) a) 0.7 cm; 1%; b)  $1.4\pi$  cm; 1%; c) 98P cm; 2%.

3) a) No; b) No; c) el ohmímetro B es el más exacto y el A más preciso. d) valor exacto ( A ) =  $107 \pm 7 \Omega$ . valor exacto ( B ) =  $100 \pm 7 \Omega$ .

|    |                       |                   |
|----|-----------------------|-------------------|
| 4) | $0.17 \pm 0.04$       | $0.01 \pm 0.07$   |
|    | $12.3 \pm 0.7$        | $16500 \pm 600$   |
|    | $181 \pm 4$           | $12.0 \pm 0.9$    |
|    | $1.000 \pm 0.007$     | $21000 \pm 40$    |
|    | $6200 \pm 400$        | $100.0 \pm 0.9$   |
|    | $19 \pm 8$            | $400 \pm 100$     |
|    | $0.130 \pm 0.010$     | $0.84 \pm 0.13$   |
|    | $11400 \pm 20$        | $24.1 \pm 1.9$    |
|    | $0.07654 \pm 0.00014$ | $23.2 \pm 1.1$    |
|    | $3400 \pm 210$        | $0.188 \pm 0.025$ |
|    | $101 \pm 21$          | $37610 \pm 250$   |
|    | $110 \pm 30$          | $13 \pm 3$        |

5)  $r = 0.104 \pm 0.001$  m ;  $h = 0.030 \pm 0.005$  m

a) Area Total del cilindro será la suma de las bases más la lateral =  $2\pi r^2 + 2\pi r h = 0.0875$  m<sup>2</sup>

$$\Delta \text{Area Total} = (4\pi r + 2\pi h) \Delta r + (2\pi r) \Delta h = 4.96 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\text{Area Total} = 0.088 \pm 0.005 \text{ m}^2.$$

b) Volumen =  $\pi r^2 h = 1.01938 \times 10^{-3}$  m<sup>3</sup>

$$\Delta \text{Volumen} = (2\pi r h) \Delta r + (\pi r^2) \Delta h = 0.189 \times 10^{-3}$$

$$\text{Volumen} = 1.02 \times 10^{-3} \pm 0.19 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

6) a)  $(1.413 \pm 0.021) \cdot 10^{-4}$  m<sup>3</sup>. b)  $0.01312 \pm 0.00013$  m<sup>2</sup>. c)  $92.9 \pm 0.5$  m<sup>-1</sup>.

7) a)  $0.017 \pm 0.005 \Omega$ ; b)  $0.032 \pm 0.009$  w.

8) velocidad media =  $16.7 \pm 0.3$  m/s.

9)  $50 \text{ m}^2$ ; 1 %

10) Como el volumen es:  $V = a^3$ ; Se puede tomar logaritmos y queda:  $\ln V = 3 \ln a$  ahora podemos diferenciar esta ecuación:

$$\frac{dV}{V} = 3 \frac{da}{a}$$

donde pasando las diferenciales a incrementos, los cocientes coinciden con la definición de errores relativos:

$$\epsilon_r(V) = \frac{\Delta V}{V} = 3 \frac{\Delta a}{a} = 3 \epsilon_r(a)$$

11)

$$\varepsilon_r(g) = \frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta T}{T} = \varepsilon_r(l) + 2 \varepsilon_r(T)$$

12)  $M = 12.372 \pm 0.001$ ; 0.008 %

13) 0.010 cm; 1.52 %; 2.28 %

14) En primer lugar calculamos la longitud:  $L_{\text{media}} = 50.4966$  cm

Su dispersión es  $D_L = 0.02$  que es mayor que el error instrumental; necesitamos entonces el tanto por ciento de dispersión  $T_{DL} = 100 \times 0.02 / 50.50 = 0.0396$  % que es menor que 2 % esto indica que bastan esas tres medidas y  $L = 50.50 \pm 0.01$  cm

Para el periodo  $T_{\text{media}} = 1.41$  s

La dispersión  $D_T = 0.1$  que es mayor que el instrumental; calculamos  $T_{DT} = 100 \times 0.1 / 1.41 = 7$  % que está entre 2 y 8 %; quiere decir que necesitamos las seis medidas (las tomamos de los datos del problema) y ahora la nueva media es  $T_{\text{media}} = 1.4266$  s

La nueva dispersión  $D_T = 0.13$ ; y  $D/4 = 0.0325$  que es mayor que el error instrumental por lo que usaremos como error  $D/4 = 0.03$

La medida final será  $T = 1.43 \pm 0.03$  s.

La gravedad será:

$$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2} = 974.94 \text{ cm/s}^2$$

Su error:

$$\begin{aligned} \Delta g &= \left| \frac{\partial g}{\partial L} \right| \Delta L + \left| \frac{\partial g}{\partial T} \right| \Delta T = \\ &= \frac{4\pi^2}{T^2} \Delta L + 4\pi^2 L \left| \frac{-2}{T^3} \right| \Delta T = 41.099 \text{ cm/s}^2 \end{aligned}$$

Redondeando el resultado final es:  $g = 9.7 \pm 0.4 \text{ m/s}^2$

15)  $Y = a + bX$ .  $a = 1.46$ ;  $b = 0.78$ ;  $r = 0.99$ .