LAS FUERZAS Y EL MOVIMIENTO

DINÁMICA: ***Es la parte de la Física que estudia las fuerzas como productoras de movimientos***.

FUERZA: ***Es toda causa capaz de modificar el estado de reposo o movimiento de un cuerpo o de deformarlo.***

Las fuerzas pueden ser **interiores** o **exteriores**.

- **Fuerzas interiores**. ***Son aquellas que se ejercen entre partes de un mismo cuerpo o sistema.*** Ejemplo. La fuerza que hace que un muelle recupere su forma después de estirarlo.

- **Fuerzas exteriores**. ***Son aquellas que se ejercen entre cuerpos o sistemas diferentes.***

Ejemplo. La fuerza que una persona hace al empujar un libro sobre una mesa.

Las fuerzas que se producen entre los cuerpos pueden actuar **a distancia** ***o*** **por contacto** entre ellos.

Ejemplos: a. Fuerzas a distancia son la atracción gravitatoria de los cuerpos en el Universo, atracción repulsión entre cargas o entre imanes...

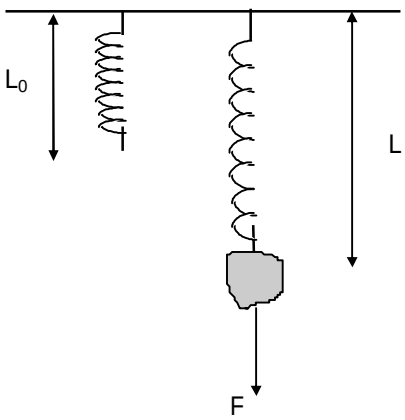
b. Fuerzas por contacto es la fuerza que hace un caballo tirando de un carro, una cuerda sujetando un objeto, la fuerza con que el suelo responde a un cuerpo apoyado en él,...

CARÁCTER VECTORIAL DE LAS FUERZAS.

Las fuerzas son magnitudes vectoriales, por lo tanto, **se representan mediante vectores**. Para definirlas hay que conocer su módulo, dirección, sentido y punto de aplicación.

FUERZAS Y DEFORMACIONES: LEY DE HOOKE

Ley de Hooke ***" En todo cuerpo elástico se cumple dentro de ciertos límites, denominados límites de elasticidad, que la deformación producida es directamente proporcional al valor de la fuerza deformadora "***



Matemáticamente se expresa:

$$F = K . (L - L_0) = K . \Delta L$$

$$\boxed{F = K . \Delta L}$$

F = Fuerza aplicada

K = constante del muelle

ΔL = deformación = $L - L_0$

L_0 = longitud inicial del muelle

L = longitud del muelle al aplicarle una fuerza F

- **Ejercicio 1**. ***Un muelle tiene una constante K = 2500 N/m. Al aplicar sobre él una fuerza de 400 N alcanza una longitud de 60 cm. ¿Cuánto mide el muelle cuando no actúa ninguna fuerza?***

Solución:

$F = K . \Delta L$; $400 = 2500 . \Delta L$; $\Delta L = 400/2500 = 0,16$ m

$\Delta L = L - L_0$; $0,16 = 0,6 - L_0$; $L_0 = 0,6 - 0,16 = 0,44$ m = **44 cm.**

- **Ejercicio 2**. ***Un muelle alcanza una longitud de 35 cm si tiramos de él con una fuerza de 225 N Si tiramos con una fuerza de 420 N, la longitud es de 48 cm. ¿Cuánto mide cuando no actúa ninguna fuerza? ¿Cuál es el valor de la constante K del muelle? ¿Cuánto medirá el muelle al actuar sobre él una fuerza de 300 N?***

Solución:

$F = K. \Delta L = K. (L - L_0)$;

$F_1 = K (L_1 - L_0)$; $225 = K . (0,35 - L_0)$; $K = 225 /(0,35 - L_0)$

$F_2 = K (L_2 - L_0)$; $420 = K . (0,48 - L_0)$; $K = 420 /(0,48 - L_0)$

$$\frac{225}{0,35 - L_0} = \frac{420}{0,48 - L_0};$$

$225. (0,48 - L_0) = 420. (0,35 - L_0)$

$225. 0,48 - 225. L_0 = 420. 0,35 - 420. L_0$

$108 - 225. L_0 = 147 - 420. L_0$; $420 L_0 - 225 L_0 = 147 - 108$;

$195 L_0 = 39$; $L_0 = 39 / 195 = 0,2$ m = **20 cm.**

$$K = \frac{225}{0,35 - L_0} = \frac{225}{0,35 - 0,2} = \frac{225}{0,15} = \mathbf{1500\ N/m.}$$

$F_3 = K. (L_3 - L_0)$; $300 = 1500. (L_3 - 0,2)$; $300 = 1500 L_3 - 1500. 0,2$

$300 = 1500 L_3 - 300$; $300 + 300 = 1500 L_3$; $L_3 = 600/1500 = 0,4$ m. = **40 cm.**

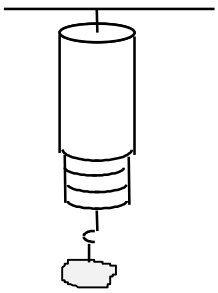
- **Ejercicio 3.** ***Responde a los siguientes apartados:***

a) Un muelle mide 30 cm cuando sobre él no actúa ninguna fuerza. Si la constante K = 2000 N/m, ¿cuánto medirá el muelle si tiramos de él con una fuerza de 200 N?

b) Un muelle alcanza una longitud de 40 cm si tiramos de él con una fuerza de 195 N; si lo hacemos con una fuerza de 390 N, ***la longitud es de 55 cm. ¿Cuánto mide cuando no actúa ninguna fuerza? ¿Cuál es el valor de la constante del muelle?***

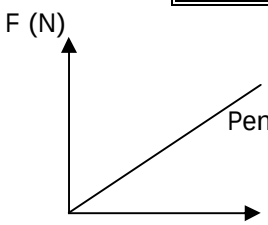
Solución: ***a) 40 cm. b) 25 cm; 1.300 N/m.***

MEDIDA DE FUERZAS



Basándonos en la ley de Hooke podemos **medir fuerzas.** Cuanta mayor sea la fuerza mayor será la deformación del muelle, es decir su alargamiento:

$$F = -k\Delta l = -kx$$



Los aparatos que se utilizan para medir fuerzas se llaman **dinamómetros**.
Existen diversos tipos, es muy frecuente el uso de los de muelles.

COMPOSICIÓN DE FUERZAS

Componer un sistema de fuerzas es hallar una única fuerza llamada <u>resultante</u> que produzca el mismo efecto que las componentes.

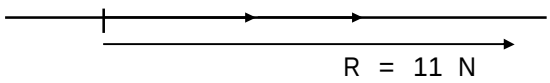
En la composición de fuerzas se pueden presentar los siguientes casos:

1) ***Fuerzas con la misma dirección.***
2) ***Fuerzas con direcciones paralelas.***
3) ***Fuerzas angulares.***

1. FUERZAS CON LA MISMA DIRECCIÓN

– ***Si tienen el mismo sentido, la resultante es otra fuerza de la misma dirección y sentido y cuyo módulo es igual a la suma de los módulos de las componentes.***

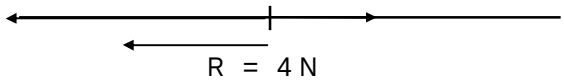
Ejemplo. $F_1 = 4$ N $F_2 = 7$ N



R = 11 N

– ***Si son de sentidos opuestos, la resultante es otra fuerza de la misma dirección, sentido el de la mayor y cuyo módulo es la diferencia de los módulos de las componentes***.

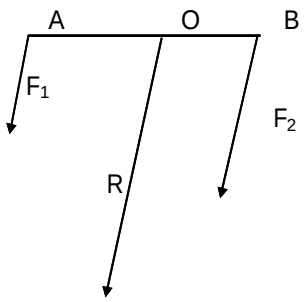
Ejemplo. $F_1 = 7$ N $F_2 = 3$ N



R = 4 N

2. FUERZAS CON DIRECCIONES PARALELAS

– ***<u>Si tienen el mismo sentido</u>, la resultante es una fuerza paralela a ellas y del mismo sentido. Su módulo es igual a la suma de los módulos. Su punto de aplicación está entre ambas fuerzas cumpliendo:***

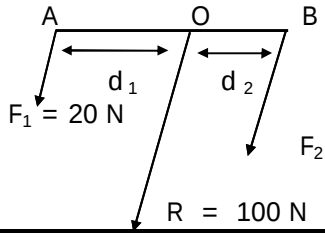


$$F_1 \cdot \overline{OA} = F_2 \cdot \overline{OB}$$

$$R = F_1 + F_2$$

- **Ejercicio 4**. ***Calcula la resultante y la posición del punto de aplicación de la resultante de dos fuerzas paralelas si tienen el mismo sentido y cuyos valores son de 20 N y 80 N La distancia entre los puntos de aplicación de las dos fuerzas es de 4 m.***

Solución:



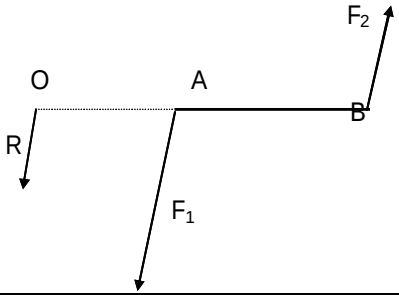
$R = F_1 + F_2$; $F_1 . \overline{OA} = F_2 . \overline{OB}$

$F_1 . d_1 = F_2 . d_2$; $R = 20 + 80 =$ **100 N**

$F_1 . d_1 = F_2 . d_2$; $20\ d_1 = 80\ d_2$ **d_1 = 3,2 m.**

$d_1 + d_2 = 4$; $d_1 + d_2 = 4$ **d_2 = 0,8 m.**

– ***Si tienen sentidos opuestos, la resultante es una fuerza paralela a ellas, de sentido el de la mayor y cuyo módulo es igual a la diferencia de los módulos. Su punto de aplicación es exterior a ambas y cumple:***

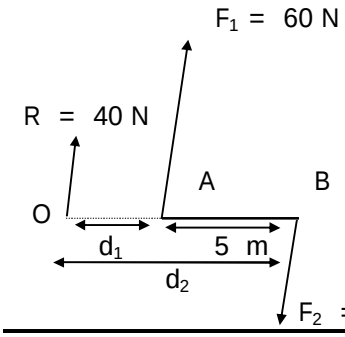


$F_1 . \overline{OA} = F_2 . \overline{OB}$

$R = F_1 - F_2$

- **Ejercicio 5**. ***Calcula la resultante y la posición del punto de aplicación de la resultante de dos fuerzas paralelas si tienen sentidos opuestos y cuyos valores son de 60 N y 20 N La distancia entre ellas es de 5 m.***

Solución:



$R = F_1 - F_2 = 60 - 20 =$ **40 N**

$F_1 . \overline{OA} = F_2 . \overline{OB}$; $F_1 . d_1 = F_2 . d_2$

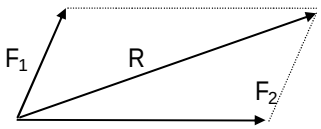
$F_1 . d_1 = F_2 . d_2$; $60\ d_1 = 20\ d_2$

$d_2 = d_1 + 5$; $d_2 = d_1 + 5$

d_1 = 2,5 m. ; d_2 = 7,5 m.

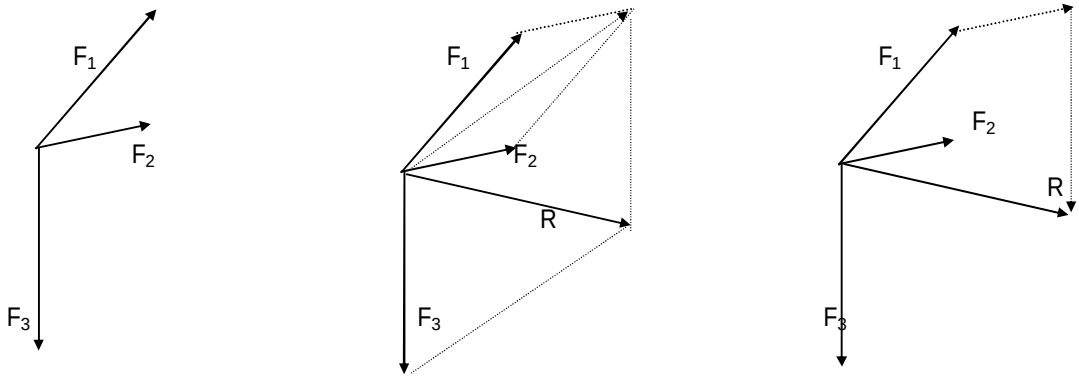
3. FUERZAS ANGULARES

La resultante de dos fuerzas F_1 y F_2 angulares se obtiene gráficamente mediante la formación de un paralelogramo cuyos lados coinciden con las fuerzas. El valor de la resultante R es la diagonal del paralelogramo.

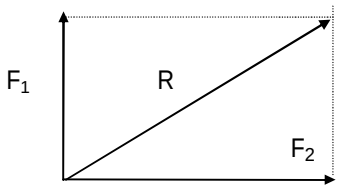


Cuando hay varias fuerzas, podemos componer dos de ellas, después la resultante de esta composición con la tercera fuerza, y así sucesivamente hasta obtener la resultante final.

También se puede calcular la resultante de un conjunto de fuerzas por el ***método poligonal***, ***que consiste en colocar una fuerza, a continuación otra y así hasta poner la última. La resultante se obtiene uniendo el origen de la primera con el extremo de la última.***



Si tenemos **dos fuerzas de direcciones perpendiculares**, el cálculo numérico del módulo de la resultante resulta sencillo.

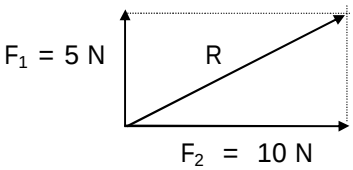


$$R^2 = F_1^2 + F_2^2$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

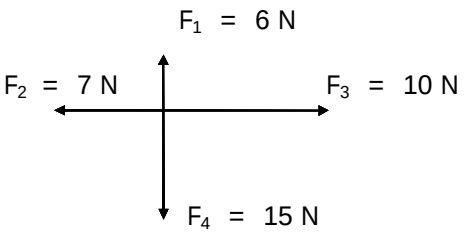
- **Ejercicio 6**. ***Halla el módulo de la resultante de dos fuerzas perpendiculares de 5 y 10 N, respectivamente.***

Solución:



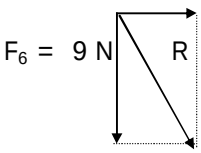
$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125} = 11{,}18$ N

- **Ejercicio 7**. ***Halla el módulo de la resultante del siguiente sistema de fuerzas.***



Solución:

El sistema dado se puede reducir al siguiente:



$R = \sqrt{F_5^2 + F_6^2} = \sqrt{3^2 + 9^2} = \sqrt{90} =$ **9,48 N**

- **Ejercicio 8.** ***Responde a los siguientes apartados:***

a) Halla la resultante del sistema de fuerzas de la figura 1.

b) Halla la resultante y el punto de aplicación de la resultante de la figura 2.

c) Calcula el valor de la resultante e indica donde se encuentra el punto de aplicación de la resultante en el sistema de fuerzas de la figura 3.

d) Dibuja la resultante de la figura 4 e indica donde se encuentra su punto de aplicación. La resultante tiene un valor de 20 N

e) Calcula el valor de la resultante de la figura 5.

f) Halla el valor de R en la figura 6.

g) Calcula la resultante del sistema de fuerzas de la figura 7.

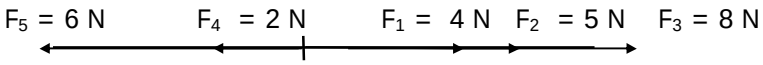


figura 1.

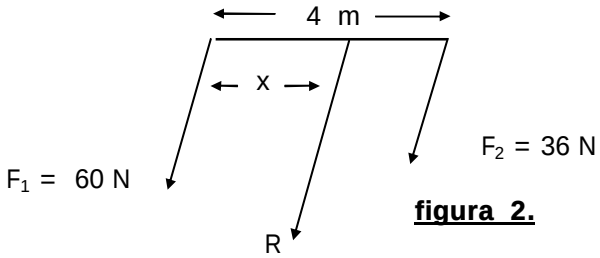


figura 2.

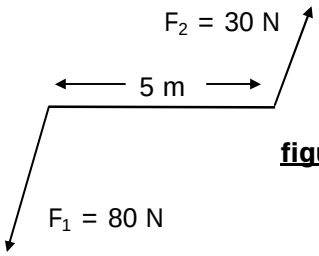


figura 3.

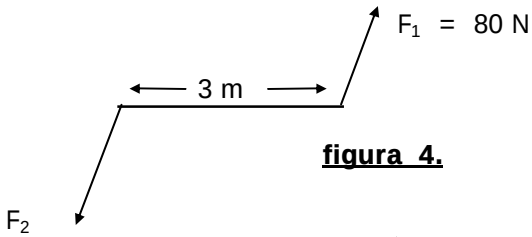


figura 4.

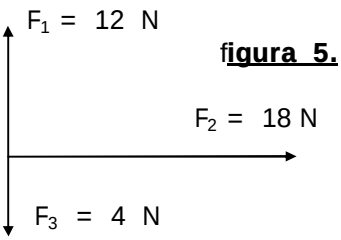


figura 5.

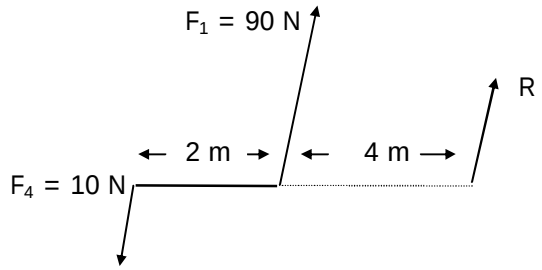


figura 6.

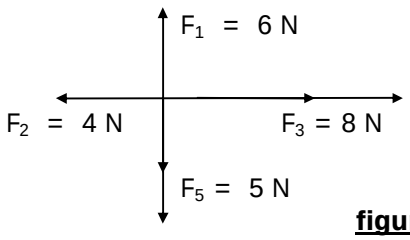


figura 7.

Solución:

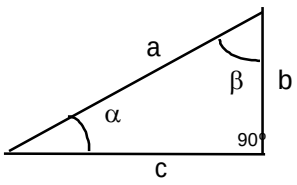
a) R = 9 N b) R = 96 N; x = 1,5 m. c) R = 50 N; O (3 m de la mayor)

d) 1ª Sol. F_2 = 100 N; O (12 m de F_2); 2ª Sol. F_2 = 60 N; O (9 m de F_1)

e) R = 19,69 N f) R = 30 N g) R = 16,12 N

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO.

Existen unas razones trigonométricas que relacionan, para un triángulo rectángulo, las longitudes de sus catetos con la hipotenusa y con los ángulos.



$$\textbf{sen } \alpha = \frac{\textbf{cateto opuesto}}{\textbf{hipotenusa}} = \frac{b}{a} \qquad \text{sen } \beta = \frac{c}{a}$$

$$\textbf{cos } \alpha = \frac{\textbf{cateto contiguo}}{\textbf{hipotenusa}} = \frac{c}{a} \qquad \cos \beta = \frac{b}{a}$$

$$\textbf{tg } \alpha = \frac{\textbf{cateto opuesto}}{\textbf{cateto contiguo}} = \frac{b}{c} \qquad \text{tg } \beta = \frac{c}{b}$$

- **Ejercicio 9**. ***En el triángulo rectángulo de la figura anterior α = 30 º y la hipotenusa "a" mide 8 m. Sabiendo que el sen 30 º = 0,5, calcular: a) ¿Cuánto miden los catetos? b) ¿Cuánto valdrá el ángulo β? c) ¿Cuánto valdrá el sen de 60 º? d) ¿Cuánto valdrá la tangente de 30 º?***

Solución:

a) $\text{sen } \alpha = \frac{b}{a}$; $\text{sen } 30 = \frac{b}{a}$; $0,5 = \frac{b}{8}$; $b = 0,5 \cdot 8 =$ **4 m**

Hallaremos el valor de c aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo dado:

$a^2 = b^2 + c^2$; $c^2 = a^2 - b^2$; $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} =$ **6,92 m**

b) Como la suma de los ángulos interiores de un triángulo vale 180 º; **β = 60 º**

c) $\text{sen } 60 = \text{sen } \beta = \frac{c}{a} = \frac{6,92}{8} =$ **0,86**

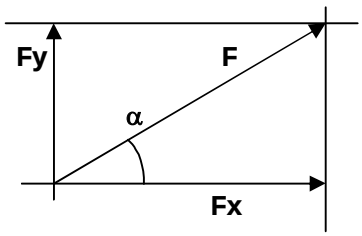
d) $\text{tg } 30 = \text{tg } \alpha = \frac{b}{c} = \frac{4}{6,92} =$ **0,57**

DESCOMPOSICIÓN DE FUERZAS

Descomponer una fuerza en otras varias es hallar un sistema de fuerzas que produzcan el mismo efecto que la fuerza dada.

Existen infinitos sistemas de fuerzas capaces de sustituir a la dada.

Un **caso muy interesante** es la descomposición de una fuerza en dos componentes que **sean perpendiculares** entre sí.

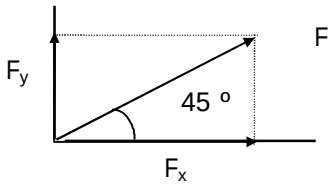


$$sen\,\alpha = \frac{Fy}{F} \Rightarrow Fy = F.sen\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{Fx}{F} \Rightarrow Fx = F.\cos\alpha$$

- **Ejercicio 10**. ***Halla las componentes perpendiculares de la fuerza F = 20 N de la figura.***

sen 45 = 0,7 ; cos 45 = 0,7



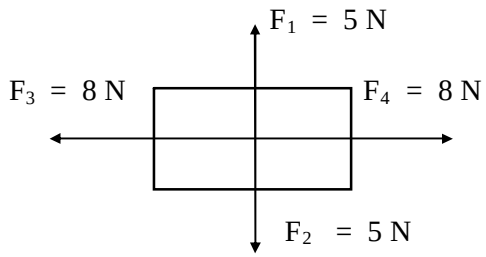
Solución:

F_x = F. cos α = 20. cos 45 = 20. 0,7 = **14 N**

F_y = F. sen α = 20. sen 45 = 20. 0,7 = **14 N**

EQUILIBRIO DE FUERZAS. CONDICIONES DE EQUILIBRIO

Un sistema está en equilibrio cuando **la resultante de las fuerzas que actúan sobre él es nula.** **(O cuando una de ellas es igual y opuesta a la suma de todas las demás)**



Sistema en equilibrio

Cuando un sistema está en equilibrio pueden darse dos casos:

- Que el objeto sobre el que actúan las fuerzas esté en reposo y se llama *" **equilibrio estático**".*
- Que el objeto sobre el que actúan las fuerzas esté siguiendo una trayectoria recta con velocidad constante y entonces se llama *"**equilibrio dinámico**".*

LEYES DE LA DINÁMICA

La dinámica se basa en <u>tres leyes o principios</u> que fueron enunciados por <u>NewtoN</u> Son:

☆ PRIMERA LEY O LEY DE INERCIA

"Sí sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza o la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él es cero, el cuerpo estará en reposo o se moverá con movimiento rectilíneo y uniforme".

Conclusiones:

1. Todo cuerpo libre (no sometido a interacciones) estará en reposo o se moverá con velocidad constante en trayectoria recta.

2. Si un cuerpo está sometido a una aceleración, sobre él estará actuando alguna fuerza resultante.

3. Todo cuerpo en reposo seguirá en reposo mientras no se le aplique una fuerza.

4. La tendencia de los cuerpos a conservar su estado de reposo o de movimiento se llama **<u>inercia</u>**. **<u>La inercia</u>** ***es la propiedad de un cuerpo que mide la resistencia del mismo a variar su estado de reposo o de movimiento***. Cuanto **<u>mayor</u>** sea la **<u>masa</u>** de un cuerpo, **<u>mayor será su inercia</u>**.

☆ SEGUNDA LEY

"Existe una relación constante entre las fuerzas aplicadas a un cuerpo y las aceleraciones que se producen en el mismo, siendo la constante de proporcionalidad la masa del cuerpo."

$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \ldots\ldots\ldots = \frac{F}{a} = cte. = m$$

Matemáticamente se expresa:

$$\boxed{\sum \vec{F} = m.\vec{a}}$$

Es decir, la fuerza resultante (suma <u>vectorial</u> de todas las fuerzas) que actúa sobre un cuerpo es igual al producto de su masa por la aceleración.

La última fórmula escrita se conoce como **<u>ecuación fundamental de la dinámica.</u>**

☆ *<u>Consecuencias de la segunda ley de Newton</u>*

- Una consecuencia de esta ley son **<u>las unidades de fuerza</u>**. En el S. I. es el **<u>Newton</u>**

1 Newton = 1N = 1 kg. 1 m/s^2

Se define el Newton como la fuerza que aplicada a 1 kg de masa le produce una aceleración de 1 m/s^2.

- Otra unidad de fuerza es el **<u>kilopondio (kp)</u>** ***Kilopondio es la fuerza con que la Tierra atrae a 1 kg de masa al nivel del mar y a 45° de latitud.***

1 kp = 1 kg. 9,8 m/s^2 = 9,8. 1 kg. 1 m/s^2 = 9,8 N; **1 kp = 9,8 N**

Otra unidad de fuerzas poco utilizada es la **dina**.

1 Newton = 10^5 dinas ; 1 kp = 9,8. 10^5 dinas.

- Otra consecuencia de esta ley es el **peso de un cuerpo**. **Como el peso de un cuerpo es la fuerza con que la Tierra lo atrae:**

$$P = m \cdot g$$

☆ TERCERA LEY. LEY DE ACCIÓN Y REACCIÓN

" Si un cuerpo actúa sobre otro con una fuerza (acción) éste reacciona contra el primero con una fuerza igual y de sentido contrario (reacción) ".

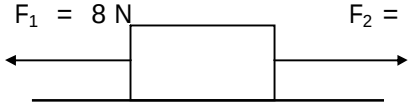
Estas dos fuerzas **no se anulan porque actúan sobre cuerpos diferentes**.

Ejemplo. Cuando una persona intenta saltar a tierra desde una barca, la persona empuja la barca hacia atrás (acción) para que la barca le empuje hacia adelante (reacción).

- **Ejercicio 11**. ***Sobre un cuerpo que pesa 20 N y que se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal se aplican dos fuerzas paralelas a la superficie de sentido contrario y de valores 8 N y 14 N Calcular:***
  a) Velocidad que tendrá el cuerpo a los 5 s. b) Espacio que recorrerá en 4 s.

Solución:

Aplicaremos la ecuación fundamental de la dinámica:



$F = m\ a$

La fuerza resultante vale: $F = 14 - 8 = 6$ N

$P = m.g$; $20 = m\ 10$; $m = 20 / 10 = 2$ kg.

$6 = 2\ a$; $a = 6 / 2 = 3$ m/s^2.

(a) $v = v_0 + a\ t = 0 + 3.5 =$ **15 m/s.**

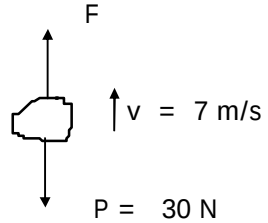
(b) $e = v_0\ t + 1/2\ a\ t^2 = 0 + 1/2.3.4^2 =$ **24 m.**

- **Ejercicio 12**. ***¿Qué fuerza hemos de realizar sobre un cuerpo de 3 kg, si queremos:***
  a) Levantarlo con una velocidad constante de 7 m/s.
  b) Bajarlo con una aceleración de 4 m/s^2.
  c) Que esté en reposo.
  d) Subirlo con una aceleración de 2 m/s^2.
  e) Bajarlo con velocidad constante de 5 m/s.
  f) Bajarlo con una aceleración de 13 m/s^2.
  Dibuja la fuerza que hay que hacer en cada caso.

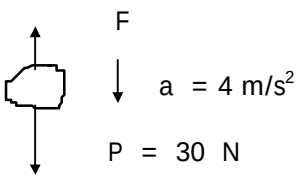
Solución:

$P = m.g = 3.10 = 30$ N

a)

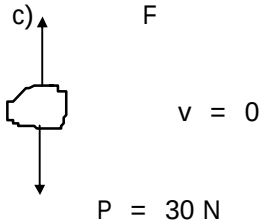


b)



$P - F = m.a$

c)

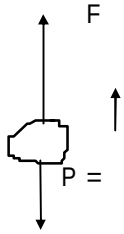


F = P = **30 N**

30 – F = 3. 4; F = **18 N**

F = P = **30 N**

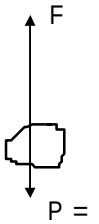
d)



F – P = m. a

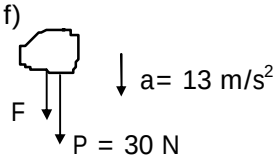
F – 30 = 3. 2; F = **36 N**

e)



F = P = **30 N**

f)



F + P = m. a

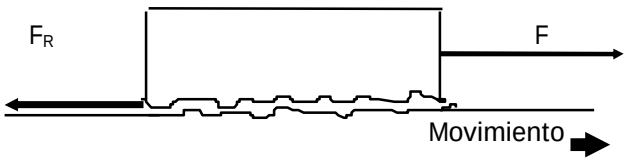
F + 30 = 3. 13

F = 39 – 30 = **9 N**

FUERZAS DE ROZAMIENTO

Fuerza de rozamiento ***es la fuerza que aparece en la superficie de contacto de dos cuerpos cuando se intenta deslizar uno sobre otro.*** La fuerza de rozamiento siempre **se opone al movimiento**.

La fuerza de rozamiento entre dos cuerpos se debe a que la superficie de contacto nunca es perfectamente lisa, sino que presenta **rugosidades**.



F_R = Fuerza de rozamiento

F = Fuerza aplicada

La expresión matemática de la fuerza de rozamiento es:

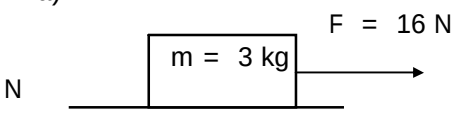
$$F_R = \mu . N$$

F_R = Fuerza de rozamiento
μ = Coeficiente de rozamiento dinámico
N = Normal

La **normal (N)** es la fuerza **perpendicular a la superficie de desplazamiento** Es la reacción que realiza el plano contra la acción del peso del cuerpo sobre él.

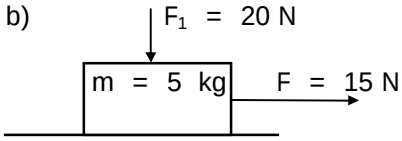
[**Ejercicio 13**. ***Halla la fuerza de rozamiento y dibújala en los tres casos siguientes***:

a)



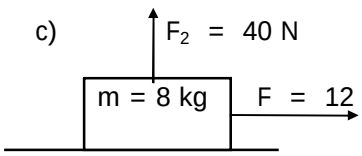
μ = 0,1

b)



μ = 0,2

c)

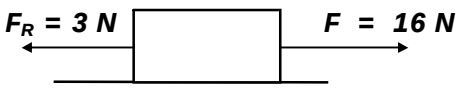


μ = 0,25

Solución:

a) N = P = m. g = 3 . 10 = 30 N

F_R = μ. N = 0,1. 30 = 3 N

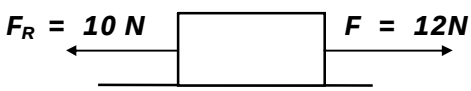


b) N = P + F_1 = m. g + F_1 = 5. 10 + 20 = 70 N

F_R = μ. N = 0,2. 70 = 14 N

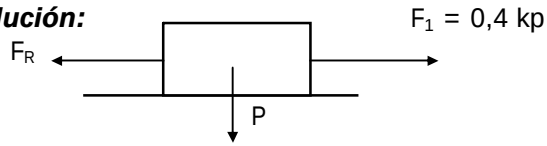
c) N = P – F_2 = m. g – F_2 = 8. 10 – 40 = 40 N

F_R = μ. N = 0,25. 40 = 10 N



- **Ejercicio 14**. ***Sobre un cuerpo de 500 g que se mueve con una velocidad de 2 m/s sobre una superficie horizontal se le aplica una fuerza constante de 0,4 Kp paralela a la superficie. Si el coeficiente de rozamiento vale μ = 0,25. Calcular:***
  a) ¿En qué momento tendrá una velocidad de 20 m/s.?
  b) ¿Qué espacio recorrerá en 6 s.?

Solución:



Calcularemos la aceleración aplicando la ecuación fundamental de la dinámica:

$$\mathbf{F = m.\ a} \quad ; \quad \mathbf{F_1 - F_R = m.\ a}$$

F_1 = 0,4 kp = 0,4. 10 = 4 N ; P = m. g = 0,5. 10 = 5 N

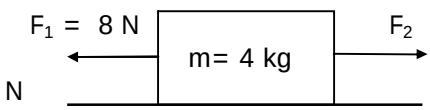
F_R = μ . N = μ . P = 0,25. 5 = 1,25 N

4 – 1,25 = 0,5. a ; 2,75 = 0,5. a ; a = 2,75 / 0,5 = 5,5 m/s^2

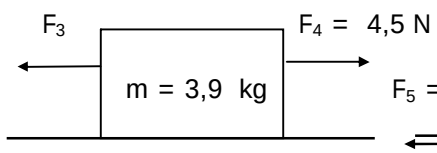
(a) v = v_0 + a. t; 20 = 2 + 5,5. t; 18 = 5,5 t; t = 18 / 5,5 = **3,27 s**.

(b) e = v_0 t + 1 / 2 a t^2 = 2. 6 + 1 / 2. 5,5. 6^2 = 12 + 99 = **111 m.**

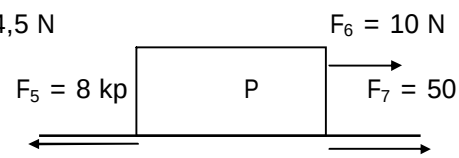
- **Ejercicio 15.** ***Responde a los siguientes apartados:***
  a) ¿Qué fuerza hemos de realizar sobre un cuerpo de 6 kg para bajarlo con una aceleración constante de 4 m/s^2?
  b) ***¿Qué fuerza hemos de realizar sobre un cuerpo de 2 kg para subirlo con una velocidad constante de 3 m/s?***
  c) ***¿Qué fuerza hemos de realizar sobre un cuerpo de 8 kg para bajarlo con una aceleración constante de 12 m/s^2?***
  d) ***¿Qué fuerza hemos de realizar sobre un cuerpo de 3 kg para subirlo con una aceleración constante de 5 m/s^2?***
  e) ***¿Cuánto debe valer la fuerza F_2 del dibujo uno sabiendo que el cuerpo se mueve hacia la izquierda con una aceleración de 0,6 m/s^2?***
  f) ***¿Cuál será el valor de F_3 en el dibujo dos sabiendo que el cuerpo se mueve hacia la derecha con una velocidad constante de 2 m/s?***
  g) ***¿Cuánto pesará el cuerpo del dibujo tres sabiendo que se mueve hacia la izquierda con una aceleración constante de 2,5 m/s^2?***



dibujo 1



dibujo 2



dibujo 3

Soluciones: a) F = 36 N b) F = 20 N c) F = 16 N d) F = 45 N e) F_2 = 10,4 N f) F_3 = 4,5 N g) P = 80 N

- **Ejercicio 16.** ***Sobre un cuerpo que se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal se aplica una fuerza F paralela a la superficie. A los 5 segundos de iniciado el movimiento tiene una velocidad de 17,5 m/s. Si el coeficiente de rozamiento vale 0,2 y la masa del cuerpo es de 4 kg, ¿cuánto vale F en kilopondios?***

Solución: F = 2,2 kp.

- **Ejercicio 17.** ***Sobre un cuerpo que se mueve con una velocidad de 6 m/s sobre una superficie horizontal se le aplica una fuerza constante de 40 N paralela a la superficie; el cuerpo después de recorrer 50 metros alcanza una velocidad de 21,4 m/s. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la superficie es 0,3. Halla la masa del cuerpo.***

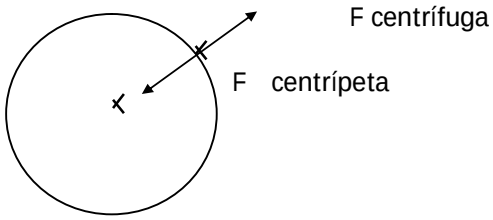
Solución: m = 5,54 kg.

FUERZA CENTRÍPETA

Todo cuerpo que describe una trayectoria circular, o en general describe una trayectoria curva, posee una aceleración normal que viene dada por la expresión $a_n = v^2/R$; por lo tanto, según el principio fundamental de la dinámica, debe existir una fuerza que la produzca; a esa fuerza se le llama **fuerza centrípeta**. A ESTA FUERZA TAMBIÉN SE LE LLAMA FUERZA NORMAL ya que origina la aceleración normal.

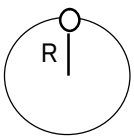
$$F_c = m.a = m.a_n = m.\frac{v^2}{R} \quad ; \quad \boxed{Fc = m\frac{v^2}{R}}$$

Cuando el observador del movimiento está en el propio objeto que toma la curva, no percibe la F centrípeta, sino otra fuerza de inercia que tiene igual módulo, dirección y sentido contrario a la F centrípeta. A esta fuerza se le denomina **fuerza centrífuga**. NUNCA PODEMOS MANIFESTAR LAS DOS A LA VEZ, NO SON ACCIÓN Y REACCIÓN SON DOS ASPECTOS O DOS DESCRIPCIONES DEL MISMO FENÓMENO.



- **Ejercicio 18**. ***Un cuerpo de 200 gramos de masa se sujeta al extremo de una cuerda de 30 cm de longitud y se le hace girar con movimiento circular uniforme dando 20 vueltas cada 15 segundos. ¿Cuánto valdrá la fuerza CENTRÍPETA?***

Solución:



$F_c = m\frac{v^2}{R}$ | $m = 200\ g = 0,2\ kg.$; $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{20.2\pi}{15} = 8,37\ rad/s.$

$m = 200\ g.$ | $v = \omega.R = 8,37.0,3 = 2,51\ m/s.$

$R = l = 30\ cm$ | $F_c = m\frac{v^2}{R} = 0,2.\frac{(2,51)^2}{0,3} =$ **4,2 N**

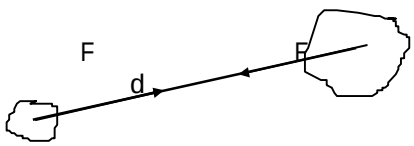
LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Los cuerpos que tienen masa se atraen, esta atracción viene regulada por **la ley de Newton**, que dice:

" La fuerza con que se atraen dos cuerpos es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa".

Matemáticamente se expresa:

$$\boxed{F = G\frac{M\ m}{d^2}}$$

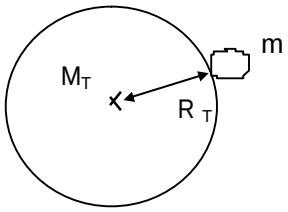


G = constante de gravitación universal = $6,67.10^{-11}\ N.m^2/kg^2$ (S.I.)
M y m = masas de los cuerpos que interaccionan.

d = distancia entre los cuerpos.
F = fuerza de atracción entre los cuerpos.

☆ EL PESO DE UN CUERPO

El peso de un cuerpo es la fuerza con que la Tierra atrae a los cuerpos. El peso de un cuerpo de masa m sobre la superficie de la Tierra puede ser expresado por:



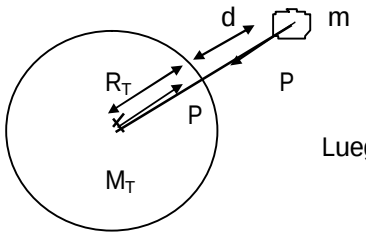
$$P = F = G.\ \frac{M_T\ .\ m}{R_T^2} = m.\ g$$

Luego:

$$g = G\ .\ \frac{M_T}{R_T^2}$$

En la superficie de la Tierra **$g = 9{,}8\ m/s^2$.**

El peso de un cuerpo de masa m a una distancia d de la superficie de la Tierra valdrá:



$$P = G.\ \frac{M_T\ .\ m}{(R_T + d)^2} = m\ .\ g$$

Luego g, a una distancia d de la superficie de la Tierra, valdrá:

$$g = G\ .\ \frac{M_T}{(R_T + d)^2}$$

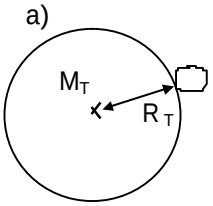
De forma semejante se podría calcular el peso de un cuerpo en la Luna o en otro planeta.

- **Ejercicio 19**. ***Un cuerpo tiene de masa 3 kg., calcula:***
  - ***a) ¿Cuánto pesará en la superficie de la Tierra? ¿Cuánto vale la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra?***
  - ***b) ¿Cuánto pesará en la superficie de la Luna?***
  - ***c) ¿Cuánto vale la aceleración de la gravedad en las proximidades de la superficie lunar?***
  - ***d) ¿Con qué velocidad llegará el cuerpo al suelo lunar si se suelta desde una altura de 100 metros de la superficie de la Luna? ¿Cuánto tiempo tardará en caer?***

Datos. $M_L = 6{,}7.\ 10^{22}$ kg ; $R_L = 1600$ km ; $M_T = 6.\ 10^{24}$ Kg. ; $R_T = 6370$ km

Solución:

a)

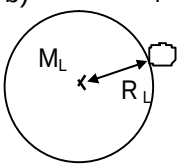


$$P = G.\ \frac{M_T\ .\ m}{R_T^2} = 6{,}67.\ 10^{-11}\ \frac{6.\ 10^{24}.\ 3}{(6{,}37.\ 10^{6})^2} = \frac{120{,}06.\ 10^{-11}.\ 10^{24}}{40{,}57.\ 10^{12}} =$$

$$= 2{,}96.\ 10 = \mathbf{29{,}6\ N}$$

$P = m.\ g$; $29{,}6 = 3.\ g$; $g = 29{,}6 / 3 = \mathbf{9{,}86\ m/s^2}$.

b)



$$P = G.\ \frac{M_L\ .\ m}{R_L^2} = 6{,}67.\ 10^{-11}\ \frac{6{,}7.\ 10^{22}.\ 3}{(1{,}6.\ 10^{6})^2} = \frac{134{,}06.\ 10^{-11}.\ 10^{22}}{2{,}56.\ 10^{12}} =$$

$$= 52{,}36.\ 0{,}1 = 5{,}23\ \mathbf{N}$$

c) $P = m.\ g$; $5{,}23 = 3.\ g$; $g = 5{,}23 / 3 = \mathbf{1{,}74\ m/s^2}$.

d) $v^2 = v_0^2 + 2\ g\ h$; $v^2 = 0 + 2\ .\ 1{,}74.\ 100 = 348$; $v = \sqrt{348} = \mathbf{18{,}65\ m/s}$.

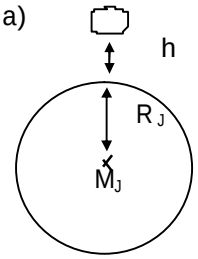
$v = v_0 + g.\ t$; $18,65 = 0 + 1,74.\ t$; $t = 18,65 / 1,74 =$ **10,77 m/s.**

- **Ejercicio *20*.** ***La masa de Júpiter es, aproximadamente, 2,25. 10^{27} kg, y su radio, 7,2. 10^{7} m.***
  - ***a. ¿Cuánto pesará un cuerpo de 25 kg de masa a 500 km de la superficie de Júpiter? ¿Cuánto vale la aceleración de la gravedad a esa altura?***
  - ***b. ¿Cuánto pesará dicho cuerpo en la superficie de Júpiter?***
  - ***c. Si se lanzase un proyectil verticalmente hacia arriba desde la superficie de Júpiter y se disparase con una velocidad de 250 m/s, ¿qué altura máxima alcanzaría?***

G = 6,67. 10^{-11} (S.I.)

Solución:

a)

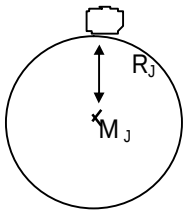


$$P = G.\ \frac{M_J .\ m}{d^2} = 6,67.\ 10^{-11}\ \frac{2,25.\ 10^{27}.\ 25}{(7,25.\ 10^{7})^2} = \frac{375,18.\ 10^{-11}.\ 10^{27}}{52,56.\ 10^{14}} =$$

$= 7,13.\ 10^{2} =$ **713 N**

$P = m.\ g$; $713 = 25.\ g$; $g = 713 / 25 =$ **28,52 m/s².**

b)



$$P = G.\ \frac{M_J .\ m}{R_J^2} = 6,67.\ 10^{-11}\ \frac{2,25.\ 10^{27}.\ 25}{(7,2.\ 10^{7})^2} = \frac{375,18.\ 10^{-11}.\ 10^{27}}{51,84.\ 10^{14}} =$$

$= 7,23.\ 10^{2} =$ **723 N**

$P = m.\ g$; $723 = 25.\ g$; $g = 723 / 25 =$ **28,92 m/s².**

c)

$v = v_0 - g.\ t$; $0 = 250 - 28,92.\ t$; $t = 250 / 28,92 =$ **8,64 s.**

$e = v_0.\ t - 1 / 2\ g\ t^2$; $e = 250.\ 8,64 - 1 / 2.\ 28,92.\ (8,64)^2 =$ **1080,6 m.**

EJERCICIOS de CONSOLIDACIÓN. TEMA 2

1) Clasifica las siguientes fuerzas, según sean de contacto o a distancia:
   a) Raquetazo a una pelota de tenis. b) Atracción entre dos cargas eléctricas. c) Peso de un cuerpo.
   d) Repulsión entre dos imanes. e) Rozamiento entre un balón y el suelo.

2) Responde con verdadero o falso a los siguientes apartados, justificando la respuesta:
   a) La fuerza de rozamiento es una fuerza de contacto. b) La fuerza de rozamiento es de sentido contrario al movimiento de los cuerpos. c) La fuerza resultante es siempre mayor que las fuerzas que se componen. d) Sobre un cuerpo en reposo no pueden actuar fuerzas. e) Un cuerpo sobre el que no se ejercen fuerzas puede estar en movimiento.

3) Se tira de un muelle de constante K = 3000 N/m con una fuerza desconocida. El muelle que medía 50 cm se alarga hasta medir 62 cm. ¿Cuál es el valor de la fuerza?

   Sol.: F = 360 N

4) Al tirar con una fuerza de 100 N de un muelle de 20 cm, éste se alarga hasta alcanzar una longitud de 25 cm. Calcula la constante K del muelle.

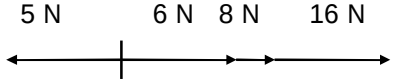
   Sol.: K = 2.000 N/m.

5) Un muelle alcanza una longitud de 35 cm si tiramos de él con una fuerza de 50 N Si lo hacemos con una fuerza de 100 N, la longitud es de 40 cm. ¿Cuánto mide cuando no actúa ninguna fuerza? ¿Cuál es el valor de la constante K?

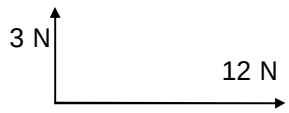
   Sol.: L_0 = 30 cm; K = 1.000 N/m.

6) Calcula el módulo de la resultante de los sistemas de fuerzas representados:

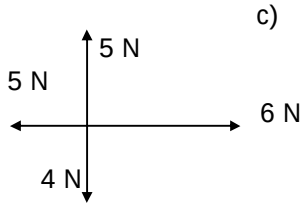
a)



b)



c)



   Sol.: a) R = 25 N b) R = 12,37 N c) R = 1,41 N

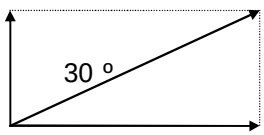
7) Halla el módulo de la resultante y la posición del punto de aplicación de la resultante de dos fuerzas paralelas y cuyos valores son de 100 y 200 N y la distancia entre ellas es de 1,5 m.
   a) Si tienen el mismo sentido. b) Si tienen sentidos opuestos.

   Sol.: a) R = 300 N; 1 m y 0,5 m. b) R = 100 m; 1,5 m y 3 m.

8) Halla el módulo de la resultante de dos fuerzas de 8 y 6 N, respectivamente, si son perpendiculares.

   Sol.: R = 10 N

9) Halla las componentes perpendiculares de la fuerza F = 60 N de la figura.



F = 60 N

sen 30 = 0,5

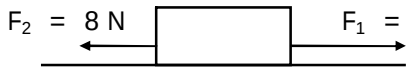
cos 30 = 0,86

   Sol.: F_x = 51,6 N ; F_y = 30 N

10) Un motor de un automóvil de 1250 kg de masa es capaz de suministrar una fuerza de 6000 N, pero los rozamientos con el suelo ejercen una fuerza en sentido contrario al avance de 1000 N ¿Cuál será la aceleración que podrá adquirir dicho automóvil?

   Sol.: a = 4 m/s^2.

11) La masa del cuerpo de la figura es de 3 kg. Sobre el mismo actúan dos fuerzas en la misma dirección y sentido contrario tal y como se indica. ¿Qué dirección y sentido tiene la fuerza resultante? ¿Con qué aceleración se mueve el cuerpo?



Sol.: a = 4 m/s^2.

---

12) Un cuerpo tiene una masa de 10 kg. Sobre él actúan dos fuerzas en la misma dirección y sentido. Una de ellas vale 50 N y la resultante de ambas 80 N ¿Qué valor corresponde a la otra fuerza? ¿Qué aceleración adquiere el cuerpo?

Sol.: F = 30 N ; a = 8 m/s^2.

---

13) Un cuerpo de 25 kg está sometido a una aceleración de 8 m/s^2. La fuerza que actúa sobre el mismo es la resultante de dos que poseen la misma dirección. Si una de ellas vale 300 N ¿Cuánto vale la otra? ¿Actúan en el mismo sentido?

Sol.: F = 100 N

---

14) Sobre un cuerpo de 5 kg que se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal se le aplica una fuerza constante de 25 N, paralela a la superficie. ¿Qué velocidad tendrá y qué espacio recorrerá al cabo de 10 s?

Sol.: v = 50 m/s ; e = 250 m.

---

15) Un cuerpo de 5 kg de masa está inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal. Se le aplica una fuerza de 10 N paralela a la superficie. Determina la velocidad que poseerá a los 3 s de aplicarle la fuerza, despreciando rozamientos.

Sol.: v = 6 m/s.

---

16) En la publicidad de un nuevo modelo de coche, cuya masa es de 1296 kg, se afirma, que partiendo del reposo es capaz de alcanzar los 100 Km/h en 9 segundos acelerando constantemente. Determina la fuerza ejercida por el motor (despreciar los efectos del rozamiento).

Sol.: F = 3.991,68 N

---

17) ¿Cuánto tiempo debe actuar una fuerza de 100 N sobre un cuerpo de 20 kg, inicialmente en reposo, para que alcance una velocidad de 72 km/h?

Sol.: t = 4 s.

---

18) ¿Qué fuerza de frenado han de ejercer los frenos de un coche de 600 kg que marcha con una velocidad de 54 km/h para detenerse en 30 metros?

Sol.: F = 2.250 N

---

19) Al ejercer una fuerza de 10 N sobre un cuerpo de 2 kg de masa, que se encuentra apoyado sobre una superficie horizontal, adquiere una aceleración de 1 m/s^2. Determina el valor de la fuerza de rozamiento.

Sol.: F_R = 8 N

---

20)_Un cuerpo de 20 kg de masa está en reposo sobre una superficie horizontal. ¿Qué fuerza constante debemos ejercer sobre él, si queremos que en 5 segundos alcance una velocidad de 10 m/s? Calcula el espacio que recorre en ese tiempo. La fuerza de rozamiento con el suelo es de 30 N

Sol.: F = 70 N ; e = 25 m.

---

21)_ Un imán atrae a un alfiler. ¿Atrae también el alfiler al imán? ¿Por qué?

---

22)_ Un cuerpo está apoyado sobre una superficie horizontal. Se sabe que la fuerza de rozamiento que ejerce la superficie sobre el cuerpo es de 20 N ¿Hacia donde se moverá cuando lo impulsemos con una fuerza de 10 N paralela a la superficie horizontal?

---

23)_ ¿Por qué las llantas de los coches no son lisas, sino que presentan surcos?

24)_ ¿Qué fuerza hemos de realizar para levantar un cuerpo de 1 kg con velocidad constante? ¿Y si lo queremos levantar con una aceleración de 2 m/s^2?

Sol.: F = 10 N ; F = 12 N

---

25)_ ¿Qué fuerzas actúan sobre un avión en vuelo? Dibújalas esquemáticamente.

---

26)_ Al colgar de un muelle distintas pesas, éste se alarga según los resultados que aparecen en la tabla:

Fuerza (N)	0	50	100	200
Longitud (m)	0,15	0,19	0,23	0,31

Se pide:

a) Construye una gráfica con los valores.
b) Determina la constante elástica del muelle.
c) Calcula la longitud total del muelle al tirar de él con una fuerza de 75 N
d) ¿Qué fuerza actúa sobre éste cuando la longitud es de 25 cm?

Sol.: b) K = 1.250 N/m. c) L = 0,21 m. d) F = 125 N

---

27) El motor de un coche de 1000 kg de masa ejerce una fuerza de 10000 N cuando éste se desplaza por una carretera horizontal. En estas condiciones el coche avanza con velocidad constante de 108 km/h.
d) ¿Cuánto vale la fuerza de rozamiento ejercida por el aire y la carretera? b) Si se para el motor del coche, ¿cuánto tardará en detenerse?

Sol.: a) F_R = 10.000 N b) t = 3 s.

---

28) Un cuerpo tiene 2 kg de masa. ¿Cuánto pesa? Expresa el resultado en N y en kp

Sol.: P = 20 N = 2 kp

---

29) ¿Por qué es más fácil resbalar al caminar sobre un suelo encerado que al caminar sobre el suelo sin encerar?

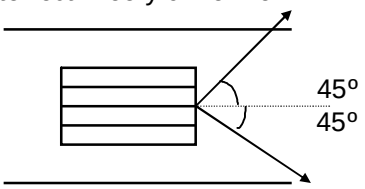
---

30) Un cuerpo de 10 kg se mueve sobre un plano horizontal al actuar sobre él una fuerza constante de 200 N paralela al plano. El coeficiente de rozamiento es 0,1. Halla la aceleración.

Sol.: a = 19 m/s^2.

---

31) Una balsa de madera es remolcada a lo largo de un canal por dos caballos que mediante cuerdas tiran de ella, cada uno por una orilla. Suponiendo que los dos ejercen la misma fuerza y que el rozamiento de la balsa con el agua es de 70 N, calcular la fuerza con que deberá tirar cada uno para que la barca se mueva con movimiento rectilíneo y uniforme.



Sol.: F = 49,49 N

---

32)_ La fuerza centrípeta de un automóvil al tomar una curva de 25 m de radio con una velocidad de 54 km/h es de 2000 kilopondios. ¿Cuál es su masa?

Sol.: m = 2.222,22 kg.

---

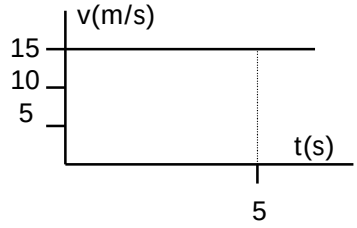
33)_ Sobre una masa m, sujeta al extremo de una cuerda de un metro, actúa una fuerza centrípeta de 5 N, que le obliga a girar con movimiento circular uniforme dando 20 vueltas por minuto. Calcula la velocidad angular y la lineal del movimiento y determina la masa m.

Sol.: ω = 2,09 rad/s. ; v = 2,09 m/s ; m = 1,14 kg.

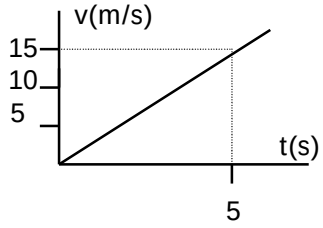
---

34) Un cuerpo de 5 kg de masa ha realizado los movimientos que se describen:

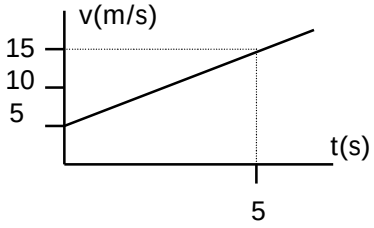
a)



b)



c)



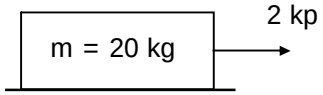
Determina en cada caso la fuerza a la que ha estado sometido el cuerpo.

Sol.: a) F = 0. b) F = 15 N c) F = 10 N

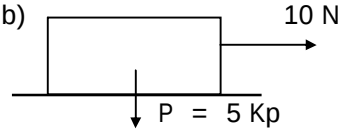
---

35)_ ¿Con qué aceleración se mueven los cuerpos de la figura? No hay rozamiento.

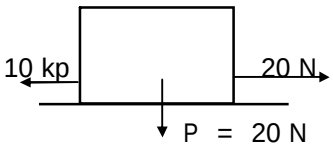
a)



b)



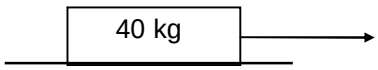
c)



Sol.: a) $a = 1\ m/s^2$. b) $a = 2\ m/s^2$. c) $a = 40\ m/s^2$.

---

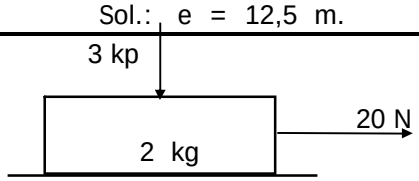
36) ¿Qué espacio recorrerá el cuerpo de la figura en 5 segundos si parte del reposo? El coeficiente de rozamiento vale 0,15



Sol.: e = 12,5 m.

---

37)



Si el cuerpo de la figura tiene una velocidad de 2 m/s. ¿Qué velocidad tendrá y qué espacio recorrerá después de 5 s? El coeficiente de rozamiento vale 0,2.

Sol.: v = 27 m/s ; e = 72,5 m

---

38. Sobre un cuerpo de 20 kg actúan cuatro fuerzas diferentes: la primera de 20 N dirigida hacia el Norte, la segunda de 40 N dirigida hacia el Este, la tercera de 15 N dirigida hacia el Sur, la cuarta de 30 N dirigida hacia el Oeste. Calcula la aceleración con la que se desplaza el cuerpo.

Sol.: $a = 0{,}56\ m/s^2$.

---

39. Indica las unidades en el S.I. de las siguientes magnitudes:

Volumen	Fuerza	Velocidad lineal	Masa	Aceleración
Superficie	Espacio	Densidad	Frecuencia	Velocidad angular
Tiempo	Longitud	Periodo	Ángulo	

---

40) ¿Cuál es la fuerza con que se atraen dos cuerpos de 60 kg separados por una distancia de un metro?

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ (S.I.)

Sol.: $F = 2{,}4 \cdot 10^{-7}$ N

---

41) Un automóvil de 1300 kg que se desplaza a 72 km/h frena, deteniéndose al cabo de 15 segundos de haber empezado a frenar. ¿Qué fuerza ejercen sus frenos? ¿Cuál sería esa fuerza si se hubiera detenido tras recorrer 100 m?

Sol.: F = 1.729 N ; F = 2.600 N

---

42) La masa del Sol es de $2 \cdot 10^{30}$ kg y la de la Tierra es de $6 \cdot 10^{24}$ kg. Sabiendo que la distancia que separa ambos astros es de 150 millones de kilómetros, determina la fuerza con que se atraeN

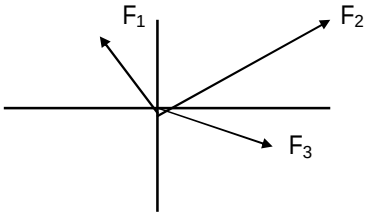
Sol.: $F = 3{,}55.\ 10^{22}$ N

43) Dos masas iguales separadas 25 cm, se atraen con una fuerza gravitatoria de $4.\ 10^{-5}$ N ¿Cuál es el valor de esas dos masas?

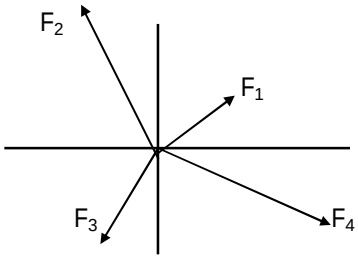
Sol.: m = 193,39 kg.

44) Halla gráficamente la resultante de los siguientes sistemas de fuerzas:

a)



b)



45) a) Un cuerpo tiene de masa 3 kg. ¿Cuánto pesa en kilopondios en un punto en el que la aceleración de la gravedad g vale 5 m/s^2?

b) En un punto de la Luna un cuerpo pesa 27 N, ¿qué masa tiene si la aceleración de la gravedad en ese punto es de 1,5 m/s^2?

Sol.: a) P = 1,5 kp. b) m = 18 kg.

46) Un hombre tiene una masa de 70 kg. Calcula:

a) ¿Cuánto pesará en la Tierra? b) ¿Cuál será su peso en la Luna?

Datos: $M_L = 6{,}7.\ 10^{22}$ kg; R_L = 1.600 km ; $G = 6{,}67.\ 10^{-11}$ (S.I.)

Sol.: a) P = 700 N b) P = 122,19 N

47. ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra un cuerpo que en la superficie pesa 30 N, pesará 24 N?

Datos: $M_T = 6.\ 10^{24}$ kg ; R_T = 6.370 km ; $G = 6{,}67.\ 10^{-11}$ (S.I.)

Sol.: h = 701,06 km

48. Sabiendo que la masa de Marte es 0,11 veces la de la Tierra, y que su radio es aproximadamente la mitad que el de nuestro planeta, calcula:

a) El valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de Marte. b) ¿Cuál sería el peso en Marte de una persona de 65 kg.? c) Si se lanzase un objeto verticalmente desde la superficie de Marte con una velocidad de 125 m/s, ¿qué altura máxima alcanzaría? d) ¿Cuánto pesaría en la Tierra un objeto cuyo peso en Marte fuese de 255 N?

Datos: $M_T = 6.\ 10^{24}$ kg ; R_T = 6.370 km ; $G = 6{,}67.\ 10^{-11}$ (S.I.)

Sol.: a) g = 4,33 m/s^2. b) P = 281,45 N c) h = 1.804,27 m. d) P = 588,9 N

49) Un satélite espacial pesa 8.000 N en la superficie terrestre. Se pone en órbita de modo que la fuerza con que la Tierra lo atrae es la mitad del peso en la superficie. Calcula el radio de la órbita.

Datos: $M_T = 6.\ 10^{24}$ kg ; R_T = 6.370 km; $G = 6{,}67.\ 10^{-11}$ (S.I.)

Sol.: $r = 8{,}94.\ 10^{6}$ m.

50) Se suelta un objeto de 8 kg desde una altura de 200 metros en un planeta que tiene de masa 5.10^{24} kg de masa siendo el diámetro del mismo 14.500 km Calcular:

a) ¿Cuánto pesa el objeto? b) ¿Qué velocidad tendrá a los 5 segundos de soltarlo?

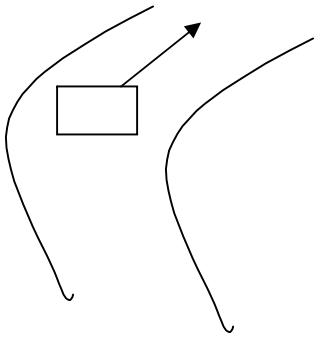
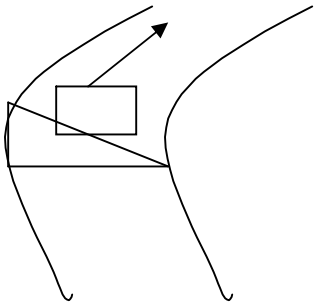
c) Velocidad con la que llegará al suelo. d) Tiempo que tardará en llegar al suelo.

e) Tiempo que tardará en recorrer los últimos 50 metros.

Sol.: a) P = 50,7 N b) v = 31,65 m/s. c) v = 50,31 m/s. d) t = 7,94 s.

d) t = 1,06 s.

51. Imagina un mundo SIN ROZAMIENTO (sin fricción) y explica cómo resolverías las situaciones siguientes:
    a. Escapar de una pista de hielo.
    b. Caminar sobre el suelo
    c. Subir a un árbol

52. Explica hacia dónde colocarías el peralte (inclinación del plano de la carretera) de la carretera en una curva:
    a. A la izquierda
    b. A la derecha

53. Plantea las ecuaciones que relacionan v, R, peralte (α) y μ en los casos siguientes. Discute en cada caso las condiciones óptimas de R, peralte (α) y μ para una velocidad dada.
    - Curva plana sin rozamiento
    - Curva plana con rozamiento
    - Curva con peralte sin rozamiento (El peralte es la inclinación del plano de la carretera)
    - Curva con peralte y con rozamiento.