1.- FRACCIONES Y DECIMALES

Operaciones combinadas con fracciones

Para realizar varias operaciones se realizan primero los paréntesis y se sigue el siguiente orden:
1º) Se hacen las multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha
2º) Se hacen las sumas y restas
Los resultados de las operaciones con fracciones se suelen dar simplificados.
Para hacerlo con tu calculadora científica usa la función $\boxed{\text{a b/c}}$ y su inversa $\boxed{\text{d/c}}$
Por ejemplo, para simplificar 18/15 : 18 $\boxed{\text{a b/c}}$ 15 $\boxed{=}$ $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{a b/c}}$ (obtendrás 6/5)

Fracción generatriz de un decimal

Decimales exactos: $\begin{cases} \textbf{Numerador}: \text{Número sin coma} \\ \textbf{Denominador}: \text{1 seguido de tantos 0 como cifras decimales haya} \end{cases}$

Ejemplo: $0{,}875 = \dfrac{875}{1000} = \dfrac{7}{8}$

Decimales periódicos puros: $\begin{cases} \textbf{Numerador}: \text{Número sin coma menos la parte entera} \\ \textbf{Denominador}: \text{Tantos 9 como cifras tenga el periodo} \end{cases}$

Ejemplo: $2{,}\overline{15} = \dfrac{215-2}{99} = \dfrac{213}{99} = \dfrac{71}{33}$

Decimales periódicos mixtos: $\begin{cases} \textbf{Numerador}: \text{Número sin coma menos la parte no periódica} \\ \textbf{Denominador}: \text{Tantos 9 como cifras tenga el periodo seguidos de tantos 0} \\ \text{como cifras tenga el anteperiodo} \end{cases}$

Ejemplo: $3{,}1\overline{6} = \dfrac{316-31}{90} = \dfrac{285}{90} = \dfrac{19}{6}$

ACTIVIDADES

$\boxed{1}$ Calcula y simplifica: **a*)** $\dfrac{\left[\left(5\cdot\frac{1}{4}\right):\left(1-\frac{1}{8}\cdot 3-\frac{2}{4}\right)\right]}{-\left[\frac{1}{5}+3\cdot\left(-2+\frac{1}{3}\right)\right]}$ b) $\left(\dfrac{3}{5}-1\right)\cdot(-5) - \left(\dfrac{-5}{6}+\dfrac{-1}{2}-\dfrac{-5}{4}\right):\dfrac{-1}{2}$

c) $\frac{3}{5}-\left(1-\frac{7}{4}\right)\frac{1}{2}+\frac{5}{2}:\frac{7}{4}-\frac{1}{6}$ d) $\left(\dfrac{-7}{6}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{5}{9}\right):\left(\dfrac{3}{10}:\dfrac{-9}{5}\right)-\dfrac{7}{3}\cdot\left(2-\dfrac{5}{6}\right)$ e) $\dfrac{1-\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\right)+\frac{7}{2}}{1+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}$

$\boxed{2}$ Halla la expresión decimal de las siguientes fracciones y clasifica el decimal: a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{-7}{3}$ c) $\frac{17}{12}$

$\boxed{3}$ Expresa en forma de fracción irreducible:
a) 2,75 b) 1,333... c) 1,1666.... d) 3,71212... e) 0,2424... f) –1,04545... g) 0,0125

$\boxed{4}$ Realiza, pasando los decimales a fracción irreducible: **a*)** $\left[0{,}5-0{,}333\ldots\left(\dfrac{21}{4}-5\right)\right]+\left(\dfrac{7}{35}:0{,}1\overline{6}\right)$

b) $1{,}8\widehat{3} - \left(\dfrac{-7}{12}+0{,}\widehat{5}\right):(-0{,}225)\,.\,\left(1-\dfrac{-2}{3}\right)$ c) $\dfrac{3\left(1-\frac{3}{18}\right)-(0{,}4-0{,}4\widehat{9})\cdot 5}{\frac{5}{12}-\frac{18}{27}-1{,}25}$

Ordenación de fracciones

Si las fracciones tienen el mismo denominador, es menor la que tiene menor numerador.

Por ejemplo, $\frac{1}{4} < \frac{3}{4}$ porque 1 < 3.

Cuando las fracciones no tengan el mismo denominador, se pueden comparar reduciéndolas a común denominador.

Por ejemplo, vamos a comparar $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ $\rightarrow \frac{9}{12}$ y $\frac{10}{12}$. Como $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$, pues 9 < 10, entonces $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

Ordenación de decimales

Dados dos números decimales, es mayor el que tenga mayor parte entera. *Ejemplo*: 234,65 > 136,76

Si tienen la misma parte entera, se compara la primera cifra decimal distinta.

146,82 > 146,74 357,56 > 357,53 634,128 > 634,125

Si no tienen el mismo número de cifras decimales puedes ponerlos con el mismo número de cifras decimales añadiendo ceros.

Ejemplos:

207,12 > 207,00 43,28 > 43,20 72,10 > 72,09

(**Observación**: Se pueden ordenar fracciones pasándolas a decimal y luego ordenando los decimales)

ACTIVIDAD

$\boxed{5}$ Ordena de menor a mayor los siguientes números, usando la forma decimal:

a*) -3π ; $-9,\overline{5}$; $\sqrt{6}$ y $\frac{7}{3}$ b) -3 ; $-1,7$; $\frac{-5}{3}$ y $-\sqrt{3}$

2.- POTENCIAS

Potencias de exponente natural

Si n es par $\boxed{(-a)^n = a^n}$. Por ejemplo, $(-3)^4 = 3^4 = 81$

Si n es impar $\boxed{(-a)^n = -a^n}$. Por ejemplo, $(-2)^3 = -2^3 = -8$

Si la base es una fracción, $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}}$. Por ejemplo, $\left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{5^3} = \frac{-8}{125}$

Potencias de exponente entero negativo

Si la base es un número entero, $\boxed{a^{-m} = \frac{1}{a^m}}$ Por ejemplo, $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ $5^{-1} = \frac{1}{5^1} = \frac{1}{5}$

Si la base es una fracción, $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \frac{b^m}{a^m}}$ Por ejemplo, $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3^1}{2^1} = \frac{3}{2}$

Cualquier potencia se puede hallar con la calculadora científica. Por ejemplo, 2^{15} se calcula así:

2 $\boxed{\wedge}$ 15 $\boxed{=}$ El resultado es 32 768

Operaciones con potencias (propiedades)

$\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$ $\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$ $\boxed{a^0 = 1}$ $\boxed{(a^m)^n = a^{m.n}}$ $\boxed{a^m b^m = (ab)^m}$ $\boxed{(a.b)^m = a^m.b^m}$ $\boxed{\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m}$

$\boxed{6}$ Da el resultado en forma de fracción irreducible:

a) $(-0{,}25)^2$ b) $(-0{,}1666\ldots)^3$ c) $\left(\frac{-2}{3}\right)^2$ d) $\left(\frac{-1}{5}\right)^3$ e) $\left(\frac{7}{4}\right)^1$

f) $(-3)^{-1}$ g) $(-5)^{-3}$ h) $(-2)^{-4}$ i) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ j) $\left(\frac{-1}{3}\right)^{-3}$ k) $\left(\frac{-1}{2}\right)^{-1}$ l) $\left(\frac{-3}{4}\right)^{-2}$

$\boxed{7}$ Transforma las expresiones en otras que no lleven denominadores: a) $\frac{1}{3^2}$ b) $\frac{1}{5^{-3}}$ c) $\frac{2}{x^{-4}}$

$\boxed{8}$ Calcula y simplifica, usando la fracción irreducible: **a*)** $4.(-2)^{-3}-1{,}\widehat{3}:\left[\left(\frac{-3}{2}\right)^{-1}+1{,}5.\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]$

b) $\frac{3.2^4-5.2^0}{2^{-2}+6^{-1}}$ c) $-(-3)^{-2}+(-3)^{-3}+5.(3.2^{-2})^{-2}$ d) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}-5\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$

$\boxed{9}$ Usando propiedades de las potencias, reduce y simplifica: **a*)** $\frac{\left(x^{-2}\right)^{-3}y^2}{\left(x^{-2}y^3\right)^4y^{-10}}$ b) $\left(\frac{a^4b^{-3}}{ab^2}\right)^{-2}$

c) $\left(3a^4\right)^2\cdot\left(2a^3\right)^3\cdot\left(2a\right)^5$ d) $\frac{(4x^3)^2}{(2x)^5}$ e) $\frac{(6x)^2 2x^5}{(2x)^3}$ f) $\frac{(6x^2)^5}{(3y)^5}$ g) $\frac{-30(ab)^4(abc)^2}{15ab^3c^2}$

h) $\left(\frac{a^3b^{-4}}{a^4b^{-1}}\right)^{-3}$ i) $\frac{\left(x^{-4}\right)^{-1}y^3}{\left(x^{-3}y^2\right)^2y^{-2}}$ j) $(5^{-1})^{-2}.\ 5^{-6}$ k) $\frac{2^2}{2^{-1}}$ l) $\frac{5^{12}.5^{-3}}{5^{-2}.5^8}$ m) $\frac{2^{17}.(2^{-5})^3}{2^{-1}.(2^3)^2}$ n) $\frac{3^7.(3^{-5})^3}{3^{-1}.(3^2)^{-3}}$

3.- NOTACIÓN CIENTÍFICA

Potencias de base 10 y exponente natural

Observa: $10^1 = 10$ $10^2 = 10 . 10 = 100$ $10^3 = 10 . 10 . 10 = 1000$ etc .

La regla es: Se pone un 1 y se añaden tantos ceros como indica el exponente: $\boxed{10^m = 1\underbrace{0\ldots0}_{\text{m ceros}}}$

Potencias de base 10 y exponente entero negativo

Observa: $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$ $10^{-2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$ $10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$ etc

La regla es: Se pone un 1 y a la izquierda tantos ceros como indica el exponente: $\boxed{10^{-m} = \underbrace{0,\ldots0}_{\text{m ceros}}1}$

Producto de un número por una potencia de base 10

Observa: $3{,}25.\ 10^3 = 3{,}25 . 1000 = 3250$

La regla es: Si el exponente es positivo, se desplaza la coma hacia adelante tantas cifras como indica el exponente, añadiendo ceros si fuese necesario.

Observa: $3{,}25.\ 10^{-3} = 3{,}25 : 1000 = 0{,}00325$

La regla es: Si el exponente es negativo, se desplaza la coma hacia atrás tantas cifras como indica el exponente, añadiendo ceros si fuese necesario.

Observación: Las expresiones que son de la forma un número por una potencia de 10 se pueden introducir en la calculadora científica. Por ejemplo, la forma de introducir $225{,}6.10^{-9}$ es: 225.6 $\boxed{\text{EXP}}$ –9

Expresión en notación científica

Las expresiones $2,5 \,.\, 10^{7}$ y $1,75.10^{-6}$ tienen la peculiaridad de que constan de un número decimal con 1 cifra entera no nula y una potencia de base 10. Se dice que es una expresión en **notación científica**.

En general, un número está escrito en notación científica si es de la forma $\mathbf{A \,.\, 10^{m}}$, siendo A un número con una cifra entera no nula, llamado <u>coeficiente</u> y el exponente, m, un número entero, llamado <u>orden de magnitud</u>
El orden de magnitud nos sirve para saber si el número es muy grande o muy pequeño. Cuanto mayor es el orden de magnitud mayor es el número

ACTIVIDADES

$\boxed{10}$ Expresa como potencia de base 10: **a*)** 1000^{-1} b) $0,01^{3}$ c) $0,001^{-3}$
d) Una milésima e) Un billón f) $0,1^{-2}$ g) 1000^{2}

$\boxed{11}$ Calcula los siguientes productos: a) $2,72.10^{-2}$ b) $0,4.10^{3}$ c) $-35 \,.\, 0,1$

$\boxed{12}$ Expresa en notación científica: **a*)** 54 milésimas **b*)** 38,5 billones **c*)** $305,7.10^{-5}$

d) $0,4025.10^{5}$ e) 3 milésimas f) 6,75 billones g) 740.10^{-7} h) $-0,045.10^{10}$

$\boxed{13}$ Realiza las siguientes operaciones (si quieres puedes usar tu calculadora científica):

a*) $\dfrac{3.10^{4}.(5.10^{-2} + 30,25.10^{-3} - 0,2.10^{-1})}{(4.10^{-7}):(5.10^{-6})}$ b) $225,6.10^{-9} + 0,45.10^{-7}$ c) $8,72.10^{7} - 1,234.10^{9}$

d) $1\,750\,000 \,.\, 25,3.10^{-6}$ e) $0,2.\,10^{3}\,(0,5.10^{-2})^{2}$ f) $(35,2.10^{-7}):(2.10^{-4})$

g) $\dfrac{(8,5.10^{6}).(0,4.10^{-4} + 0,6.10^{-3} - 1,4.10^{-4})}{(20.10^{18}).(0,02.10^{-21})}$

$\boxed{14}$ Averigua cuál de los siguientes números es mayor, usando la notación científica:
a) $1,785.10^{12}$ y 2 500 000 000 000 b) 0,000 000 000 00084 y 9.10^{-13}

$\boxed{15*}$ El ser vivo más pequeño es un virus que pesa aproximadamente 2.10^{-18} kg y el más grande es la ballena azul, que pesa, aproximadamente 138 toneladas.
¿Cuántos virus serían necesarios para conseguir el peso de una ballena?

$\boxed{16}$ La masa de un protón es aproximadamente $1,7.10^{-25}$ kg .
Calcula la masa, en gramos, de 250 000 billones de protones

$\boxed{17}$ La Luna está a una distancia media aproximada de la Tierra de 384 000 km y la velocidad de la luz es, aproximadamente, 300 000 km/s. Halla el tiempo que tarda la luz de la Luna en llegar hasta nosotros.

4.- RADICALES

Concepto de radical

Si tienes que resolver la ecuación $x^5 = 40$, para calcular la "x" hay que hallar una raíz: $x = \sqrt[5]{40}$

$\sqrt[5]{40}$ se llama radical (5 es el índice y 40 es el radicando).

En general, $\sqrt[n]{a}$ con $n \geq 2$ se llama radical o raíz de índice "n" y radicando "a".

El índice, n, es un número natural mayor que 1.

Si el índice es 2, se llama raíz cuadrada y se expresa de forma simplificada así: $\sqrt{a}$

Número de soluciones de un radical

Dependiendo del índice (si es par o impar) y del radicando (si es positivo o negativo), un radical puede tener 2, 1 o ninguna solución:

	Índice par	Índice impar
Radicando positivo	2 soluciones opuestas. Por ejemplo, $\sqrt[4]{81} = \pm 3$	1 solución positiva. Por ejemplo, $\sqrt[3]{125} = 5$
Radicando negativo	Ninguna solución. Por ejemplo, $\sqrt{-4}$	1 solución negativa. Por ejemplo, $\sqrt[3]{-8} = -2$

Cálculo de radicales con la calculadora

Cualquier radical se puede hallar con la calculadora científica.

Ejemplo: $\sqrt[5]{40}$ se calcula así: 5 SHIFT $\boxed{\wedge}$ 40 $\boxed{=}$ El resultado es 2.091279105....

Radical en forma de potencia

Cualquier radical se puede expresar en forma de potencia usando la siguiente fórmula: $\boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}}$

Ejemplos: $\sqrt[5]{3^{-2}} = 3^{-2/5}$ $\qquad \sqrt{x^7} = x^{7/2}$ $\qquad \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{1}{x^{2/3}} = x^{-2/3}$

Potencia de exponente fraccionario en forma de radical

Cualquier potencia cuyo exponente sea una fracción de denominador un número natural mayor que 1 se puede expresar en forma de radical usando la siguiente fórmula: $\boxed{a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}}$

Ejemplos: $5^{-2/3} = \sqrt[3]{5^{-2}}$ $\qquad m^{3/2} = \sqrt{m^3}$

Simplificación de radicales

Si dividimos el índice y el exponente por un mismo divisor común, el radical queda simplificado

Ejemplo: $\sqrt[12]{5^8} = \sqrt[12:4]{5^{8:4}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$

Si al pasar un radical a potencia resulta una potencia de exponente entero entonces el radical queda simplificado. Esto ocurre siempre que el exponente sea divisible entre el índice

Ejemplos: $\sqrt[3]{2^{18}} = 2^{18/3} = 2^6 = 64$ $\qquad \sqrt[5]{y^{40}} = y^{40/5} = y^8$

Si el índice es igual al exponente se puede simplificar así: $\sqrt[n]{a^n} = a^{n/n} = a^1 = a \Rightarrow \boxed{\sqrt[\cancel{n}]{a^{\cancel{n}}} = a}$

Ejemplos: $\sqrt[\cancel{6}]{2^{\cancel{6}}} = 2$ $\qquad \sqrt{85^{\cancel{2}}} = 85$

Reducción de radicales a común índice

Para reducir radicales común índice se toma como índice común el mcm de los índices.

El común índice se divide entre cada índice y el resultado se multiplica por el exponente del radicando. *Ejemplo*: $\sqrt[6]{3}$ y $\sqrt[8]{5^7}$; mcm(6,8) = 24 $\rightarrow$ $\sqrt[24]{3^4}$ y $\sqrt[24]{5^{21}}$

ACTIVIDADES

18 Expresa las siguientes potencias en forma de radical: a) $2^{5/3}$ b) $x^{1/2}$ c) $3^{-2/5}$

19 Expresa en forma de potencia: a) $\sqrt[5]{3^{-2}}$ b) $\sqrt[3]{x}$ c) $\sqrt{\frac{1}{x^5}}$ d) $\sqrt[3]{\frac{1}{a^4}}$

20 Simplifica los siguientes radicales: a) $\sqrt[4]{2^6}$ b) $\sqrt[6]{x^{-9}}$ c) $\sqrt{5^2}$ d) $\sqrt[3]{y^6}$

21 Reduce a común índice los siguientes radicales: $\sqrt[4]{x^3}$, $\sqrt[8]{x}$, $\sqrt{x}$ y $\sqrt[3]{x^{-2}}$

5.- OPERACIONES CON RADICALES

Suma y resta de radicales

Para poder sumar o restar términos con raíces, todos los términos deben llevar la misma raíz.

Para realizar las sumas y restas se saca factor común el radical

Por ejemplo, $5\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{7} + 2\sqrt[3]{7} = (5-1+2)\sqrt[3]{7} = 6\sqrt[3]{7}$

La regla es: $\boxed{M\sqrt[n]{a} \pm N\sqrt[n]{a} = (M \pm N)\sqrt[n]{a}}$

Producto de radicales

Si tienen el mismo índice, se deja el mismo índice y se multiplican los radicandos.

Por ejemplo, $\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2.5} = \sqrt[3]{10}$ La regla es: $\boxed{\sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}}$

Cuando no tengan el mismo índice se reduce a común índice y se aplica la regla anterior

División de radicales

Si tienen el mismo índice, se deja el mismo índice y se dividen los radicandos

Por ejemplo, $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{7}{3}}$ La regla es: $\boxed{\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}}$

Cuando no tengan el mismo índice se reduce a común índice y se aplica la regla anterior

Potencia de radicales

Para hallar la potencia de un radical se deja el mismo índice
y el radicando se eleva al exponente de la potencia.

Por ejemplo, $\left(\sqrt[12]{3}\right)^{20} = \sqrt[12]{3^{20}} \xrightarrow{\text{Simplificando}} \sqrt[12:4]{3^{20:4}} = \sqrt[3]{3^5}$ La regla es: $\boxed{\left(\sqrt[n]{A}\right)^m = \sqrt[n]{A^m}}$

Raíz de radicales

Para calcular la raíz de un radical, se multiplican los índices y se deja el mismo radicando.

Por ejemplo, $\sqrt[3]{\sqrt{5}} = \sqrt[3.2]{5} = \sqrt[6]{5}$ La regla es: $\boxed{\sqrt[m]{\sqrt[n]{A}} = \sqrt[mn]{A}}$

Raíz de un producto

Para calcular la raíz de un producto, se calcula la raíz de cada factor.

Por ejemplo, $\sqrt[3]{2.5} = \sqrt[3]{2}\ \sqrt[3]{5}$ La regla es: $\boxed{\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\ \sqrt[n]{b}}$

Raíz de un cociente

Para calcular la raíz de un cociente, se calcula la raíz de cada término.

Por ejemplo, $\sqrt{\frac{7}{3}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ La regla es: $\boxed{\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$

ACTIVIDADES

22 Efectúa las siguientes sumas y restas: **a*)** $3\sqrt[3]{2} - \sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{2} + \frac{2}{3}\sqrt{2}$ b) $3\sqrt[3]{x} - \sqrt{y} - 2\sqrt[3]{x} + 4\sqrt{y}$

23 Realiza las siguientes operaciones y simplifica: **a*)** $\frac{\sqrt[4]{a^3}\left(\sqrt[6]{ab}\right)^3}{\sqrt{\sqrt[4]{b}}}$ **b*)** $\left(\sqrt{5} - \sqrt{3}\right)\left(6\sqrt{5} + 6\sqrt{3}\right)$

c) $\frac{\sqrt[3]{x^7}\sqrt[3]{x^4}}{\sqrt[3]{x^2}}$ d) $\frac{\sqrt[8]{x}\ \sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[12]{x^7}\ \sqrt{x}}$ e) $\frac{\sqrt{xy^2}}{\sqrt[3]{x^5}\ \sqrt[6]{y}}$ f) $\left(\sqrt[20]{x^4}\right)^5$ g) $\left(\sqrt[12]{\frac{1}{x^3}}\right)^{20}$ h) $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[4]{a^{18}}}}$

i) $\left(\sqrt{3}-5\right)\left(2\sqrt{3}+5\right)$ j) $\left(2 - \sqrt{3}\right)\left(2\sqrt{3} - 2\right)$

Introducción de factores en la raíz

Para introducir un factor en una raíz se eleva el factor al índice de la raíz: $\boxed{A\ \sqrt[n]{B} = \sqrt[n]{A^n\ B}}$

Ejemplo: $2\ \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2^3 5} = \sqrt[3]{40}$

Extracción de factores de la raíz

Para extraer factores de una raíz se expresan como potencia de exponente el índice de la raíz y se usa la fórmula: $\boxed{\sqrt[n]{A^n\ B} = A\ \sqrt[n]{B}}$ *Ejemplo*: $\sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{2^3 5} = 2\ \sqrt[3]{5}$

ACTIVIDADES

$\boxed{24}$ Introduce en la raíz: **a*)** $\frac{2x}{y}\sqrt[3]{\frac{y^2}{x}}$ **b*)** $\frac{\sqrt[3]{x^5\sqrt{x}}}{\sqrt[4]{x}}$ c) $x\sqrt{x}$ d) $\frac{a}{2}\sqrt[3]{a}$ e) $yx^3\sqrt[4]{3x^2y}$

$\boxed{25}$ Extrae factores de la raíz: **a*)** $\frac{3x}{5}\sqrt[3]{\frac{125y^7}{x^4}}$ **b*)** $\frac{x^2}{y}\sqrt[3]{\frac{2y^5}{x^3}}$ c) $\sqrt{54x^2}$ d) $2\sqrt[3]{x^4}$ e) $3x\sqrt{4x^2y^3}$ f) $\frac{x}{3}\sqrt[3]{\frac{27}{x^4}}$

$\boxed{26}$ Realiza las siguientes sumas y restas: **a*)** $5\sqrt{75b^2}+\sqrt{27}-a\sqrt{3}$ **b*)** $\frac{3}{4}\sqrt[3]{54}-\frac{1}{6}\sqrt[3]{16}$

c) $2\sqrt{x}+\sqrt{x^3}-\sqrt{9x}$ d) $4\sqrt{2x^2}+\sqrt{8}-x\sqrt{2}$ e) $5\sqrt[3]{8x}-3\sqrt[3]{27x}$ f) $6\sqrt[3]{27a^2}-2\sqrt[3]{a^5}$

Racionalización de fracciones radicales

Racionalizar una fracción radical con alguna raíz en el denominador es transformarla en otra fracción equivalente pero que NO tenga ninguna raíz en el denominador.

Caso 1: En el denominador sólo hay un término en el que aparece alguna raíz

Ejemplos:

$$\frac{5a}{3\sqrt{b}}\xrightarrow{\text{Se multiplica por }\sqrt{b}}\frac{5a\,.\,\sqrt{b}}{3\sqrt{b}\,.\,\sqrt{b}}=\frac{5a\sqrt{b}}{3\left(\sqrt{b}\right)^2}=\frac{5a\sqrt{b}}{3b}$$

$$\frac{-1}{\sqrt[5]{b^3}}\xrightarrow{\text{Se multiplica por }\sqrt[5]{b^2}}\frac{-1\,.\sqrt[5]{b^2}}{\sqrt[5]{b^3}\,.\,\sqrt[5]{b^2}}=\frac{-\sqrt[5]{b^2}}{\sqrt[5]{b^5}}=\frac{-\sqrt[5]{b^2}}{b}$$

Caso 2: En el denominador hay suma/resta de dos términos en los que aparece alguna raíz cuadrada

Ejemplos:

$$\frac{2\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}}\xrightarrow{\text{Se multiplica por }(x+2\sqrt{x})}\frac{2\sqrt{x}\,.\,(x+2\sqrt{x})}{(x-2\sqrt{x}).(x+2\sqrt{x})}=\frac{2x\sqrt{x}+4(\sqrt{x})^2}{x^2-(2\sqrt{x})^2}=\frac{2x\sqrt{x}+4x}{x^2-4x}$$

$$\frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{5}+5\sqrt{3}}\xrightarrow{\text{Se multiplica por }(3\sqrt{5}-5\sqrt{3})}\frac{\sqrt{15}\,.\,(3\sqrt{5}-5\sqrt{3})}{(3\sqrt{5}+5\sqrt{3}).(3\sqrt{5}-5\sqrt{3})}=\frac{3\sqrt{75}-5\sqrt{45}}{(3\sqrt{5})^2-(5\sqrt{3})^2}=\frac{15\sqrt{3}-15\sqrt{5}}{45-75}=\frac{15(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{-30}$$

$$\text{Simplificando se obtiene: }\frac{-15(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{30}=\frac{-(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{2}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$$

ACTIVIDADES

$\boxed{27}$ Efectúa y simplifica: **a*)** $\left(\frac{\sqrt{3}+2}{3-\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3+\sqrt{2}}\right):\sqrt{18}$ b) $\frac{3x}{2\sqrt{x}}$ c) $\frac{2}{\sqrt[5]{x^3}}$ d) $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$

e) $\frac{4\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$ f) $\frac{3\sqrt{x}+1}{2+\sqrt{x}}$ g) $\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{3}-\sqrt{18}}$ h) $\left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}-\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right):\sqrt{8}$