

Ecuaciones Bicuadradas

Son ecuaciones del tipo $ax^4 + bx^2 + c = 0$ para resolverlas haremos el cambio de variable $y = x^2$, con lo cual la ecuación original se reduce a una de segundo grado.

Ej: 34º Resolver las siguientes ecuaciones bicuadradas.

$$9x^4 + 16 = 40x^2$$

$$9x^4 - 40x^2 + 16 = 0 \quad y = x^2$$

$$9y^2 - 40y + 16 = 0$$

$$y = \frac{40 \pm \sqrt{(-40)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 16}}{18} = \frac{40 \pm \sqrt{1600 - 576}}{18} =$$

$$= \frac{40 \pm \sqrt{1024}}{18} = \frac{40 \pm 32}{18} \begin{cases} y_1 = 4 \\ y_2 = \frac{4}{9} \end{cases}$$

Como $y = x^2$

$$1) y_1 = 4 \Rightarrow 4 = x^2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$2) y_2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{4}{9} = x^2 \Rightarrow \begin{cases} x_3 = \frac{2}{3} \\ x_4 = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$x^4 - 29x^2 + 100 = 0 \quad y = x^2$$

$$y^2 - 29y + 100 = 0$$

$$y = \frac{29 \pm \sqrt{(-29)^2 - 4 \cdot 100}}{2} = \frac{29 \pm \sqrt{841 - 400}}{2}$$

$$= \frac{29 \pm \sqrt{441}}{2} = \frac{29 \pm 21}{2} \begin{cases} y_1 = 25 \\ y_2 = 4 \end{cases}$$

Como $y = x^2$

$$1) 25 = x^2 \Rightarrow x \pm \sqrt{25} \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

$$2) 4 = x^2 \Rightarrow x \pm \sqrt{4} \begin{cases} x_3 = 2 \\ x_4 = -2 \end{cases}$$

$$x^4 + 5x^2 = 0$$

$$x^2(x^2 + 5) = 0$$

Producto de factores $a \cdot b = 0$

$$1) x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$2) x^2 + 5 = 0 \Rightarrow x^2 = -5 \Rightarrow x = \sqrt{-5} \quad \cancel{\Delta} \\ \text{(No existe)}$$

Conclusión: Única raíz real $x = 0$ doble.

$$x^4 + 21x^2 - 100 = 0 \quad y = x^2$$

$$y^2 + 21y - 100 = 0$$

$$y = \frac{-21 \pm \sqrt{21^2 - 4(-100)}}{2} = \frac{-21 \pm \sqrt{441 + 400}}{2} =$$

$$= \frac{-21 \pm \sqrt{841}}{2} = \frac{-21 \pm 29}{2} \begin{cases} y_1 = \frac{8}{2} = 4 \\ y_2 = \frac{-50}{2} = -25 \end{cases}$$

Como $y = x^2$

$$1) 4 = x^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{4} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$2) -25 = x^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{-25} \notin \mathbb{R}$$

CONCLUSIÓN: Las únicas raíces reales son

$$x = 2$$

$$x = -2$$

$$x^4 + 5x^2 + 4 = 0 \quad y = x^2$$

$$y^2 + 5y + 4 = 0$$

$$y = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 4}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2} \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

Como $y = x^2$

$$1) -1 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{-1} \notin \mathbb{R}$$

$$2) -4 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$$

CONCLUSIÓN: No tiene soluciones reales.

$$x^2 = \frac{12}{x^2+1}$$

$$x^2(x^2+1) = 12$$

$$x^4 + x^2 - 12 = 0 \quad \text{Hacemos el cambio: } y = x^2$$

$$y^2 + y - 12 = 0$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-12)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} =$$

$$= \frac{-1 \pm 7}{2} \begin{cases} y_1 = 3 \\ y_2 = -4 \end{cases}$$

Pero como $y = x^2$

$$1) x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm \sqrt{3} \begin{cases} x_1 = \sqrt{3} \\ x_2 = -\sqrt{3} \end{cases}$$

$$2) x^2 = -4 \Rightarrow x = \sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$$

CONCLUSIÓN: Las soluciones $x \in \mathbb{R}$ de la ecuación son:

$$x_1 = \sqrt{3} \quad y \quad x_2 = -\sqrt{3}.$$

Relación entre los coeficientes de la ecuación de Segundo grado y las soluciones o raíces de dicha ecuación.

Consideremos $ax^2 + bx + c = 0$, sabemos que las soluciones vienen dadas por:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Efectuemos la suma $x_1 + x_2$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \\ &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac} - b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \\ &= \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a} \end{aligned}$$

queda por tanto que $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

La suma de las raíces o soluciones de la ecuación de 2º grado es igual a $-\frac{b}{a}$

- Efectuemos el producto $x_1 \cdot x_2$

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 &= \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \cdot \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) = \\ &= \frac{(-b)^2 - (\sqrt{b^2 - 4ac})^2}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \end{aligned}$$

$$= \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

queda
$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Veamos como quedan las relaciones anteriores en el caso particular de que el coeficiente de x^2 , o sea "a", sea igual a 1.

Si $a=1$ $x^2 + bx + c = 0$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \underline{x_1 + x_2 = -b}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad \underline{x_1 \cdot x_2 = c}$$

Resumiendo: en la ecuación $x^2 + bx + c = 0$ la suma de las raíces o soluciones es igual al opuesto del coeficiente de la "x" y el producto de las raíces es igual al término independiente.

Ej. de aplicación:

Averigua sin resolver la ecuación las soluciones de esta ecuación:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \cdot x_2 = 6 \\ x_1 + x_2 = 5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x_1 = 2 \\ x_2 = 3 \end{array}$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \cdot x_2 = -2 \\ x_1 + x_2 = -1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x_1 = -2 \\ x_2 = 1 \end{array}$$

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \cdot x_2 = 8 \\ x_1 + x_2 = -6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x_1 = -2 \\ x_2 = -4 \end{array}$$

37º Escribir una ecuación de 2º grado cuyas raíces sean α y β :

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = -1 \\ \beta = 4 \end{array} \right\} \text{ Dos formas:}$$

$$\begin{aligned} 1) (x+1)(x-4) &= 0 \\ x^2 - 4x + x - 4 &= 0 \\ x^2 - 3x - 4 &= 0 \end{aligned}$$

$$2) \text{ Por la relación } \left. \begin{array}{l} x_1 + x_2 = -b \\ x_1 \cdot x_2 = c \end{array} \right\} x^2 - 3x - 4$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = -2 \\ \beta = -\frac{3}{2} \end{array} \right\} \text{ Por la relación: } x^2 + \frac{7}{2}x + 3 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = -\frac{5}{6} \\ \beta = -\frac{1}{3} \end{array} \right\} \text{ Por la relación: } \left. \begin{array}{l} x_1 + x_2 = -b \\ x_1 \cdot x_2 = c \end{array} \right\}$$

$$x^2 + \frac{7}{6}x + \frac{5}{18} \qquad -\frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{-5-2}{6} = -\frac{7}{6}$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 1 - \sqrt{3} \\ \beta = 1 + \sqrt{3} \end{array} \right\} \text{ Por la relación: } x^2 - 2x - 2$$

$$1 - \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} = 2$$

$$(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) = 1 - 3 = -2$$

36º Deducir las raíces de la ecuación de 2º grado en la que se sabe que la suma y el producto son:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Suma de raíces} = \frac{3}{2} \\ \text{producto de raíces} = \frac{1}{2} \end{array} \right\}$$

x_1 y x_2 serán las soluciones de la ecuación:

$$x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 0$$

$$2x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (\text{multiplicamos } \times 2 \text{ para quitar denominadores})$$

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4} \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Suma} = \frac{1 + \sqrt{3}}{3}$$

$$\text{producto} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Recordemos que:

$$x_1 + x_2 = -b$$

$$x_1 \cdot x_2 = c$$

$$x^2 + bx + c = 0$$

Planteamos la ecuación de 2º grado.

$$x^2 - \left(\frac{1 + \sqrt{3}}{3}\right)x - \frac{\sqrt{3}}{3} = 0 \quad \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Multiplicamos por 3 para quitar denominadores

$$3x^2 - (1 + \sqrt{3})x - \sqrt{3} = 0$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{3} \pm \sqrt{[-(1 + \sqrt{3})]^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-\sqrt{3})}}{6} =$$

$$= \frac{1 + \sqrt{3} \pm \sqrt{1 + 3 + 2\sqrt{3} + 12\sqrt{3}}}{6} =$$

$$= \frac{1 + \sqrt{3} \pm \sqrt{4 + 14\sqrt{3}}}{6} =$$

$$= \begin{cases} x_1 = \frac{1 + \sqrt{3} + \sqrt{4 + 14\sqrt{3}}}{6} \\ x_2 = \frac{1 + \sqrt{3} - \sqrt{4 + 14\sqrt{3}}}{6} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Suma} = 5 \\ \text{producto} = 6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Recordemos que:} \\ x_1 + x_2 = -b \\ x_1 \cdot x_2 = c \end{array}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} =$$

$$= \frac{5 \pm 1}{2} \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Suma} = -\frac{5}{6} \\ \text{producto} = -\frac{1}{6} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Recordemos que:} \\ x_1 + x_2 = -b \\ x_1 \cdot x_2 = c \end{array}$$

$$x^2 + \frac{5}{6}x - \frac{1}{6} \quad (\text{Multiplicamos por 6 para quitar denominadores})$$

$$6x^2 + 5x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1)}}{2 \cdot 6} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{12} =$$

$$= \frac{-5 \pm 7}{12} \begin{cases} x_1 = \frac{1}{6} \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

35° Obtener las raíces α y β de las siguientes ecuaciones de 2° grado y factorizar el polinomio ax^2+bx+c de la forma $a(x-\alpha)(x-\beta)$

$$6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 6}}{2 \cdot 6} = \frac{5 \pm 1}{12} \begin{cases} \alpha = \frac{1}{2} \\ \beta = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$6x^2 - 5x + 1 = 6 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right)$$

$$x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-24)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 96}}{2} =$$

$$= \frac{-2 \pm 10}{2} \begin{cases} \alpha = 4 \\ \beta = -6 \end{cases}$$

$$x^2 + 2x - 24 = (x - 4)(x + 6)$$

$$16x^2 - 16x + 3 = 0$$

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot 16 \cdot 3}}{2 \cdot 16} = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 192}}{32} =$$

$$= \frac{16 \pm \sqrt{64}}{32} = \frac{16 \pm 8}{32} \begin{cases} \alpha = \frac{3}{4} \\ \beta = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$16x^2 - 16x + 3 = 16\left(x - \frac{3}{4}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)$$

$$25x^2 - 30x + 9 = 0$$

$$x = \frac{30 \pm \sqrt{(-30)^2 - 4 \cdot 25 \cdot 9}}{2 \cdot 25} = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 900}}{50}$$

$$= \frac{\cancel{30}}{\cancel{50}} = \frac{3}{5}$$

$$25x^2 - 30x + 9 = 25\left(x - \frac{3}{5}\right)^2$$

Factorización de Polinomios (II)

Nos dan un polinomio y tenemos que expresarlo en producto de factores, para lo cual:

1º Buscamos una raíz entera entre los divisores del término independiente. Sabemos que si $x=a$ es raíz del polinomio $p(x)$, entonces equivale a decir que el polinomio es divisible entre $x-a$ o que $x-a$ es factor de $p(x)$.

2º Divido por Ruffini $p(x)$ entre $x-a$.

3º Aplicamos el mismo procedimiento anterior al polinomio cociente obtenido en la división anterior y así sucesivamente.

4º Cuando nos quede un factor que sea de 2º grado, para hallar sus raíces, mejor resolvemos la ecuación de 2º grado correspondiente.

Factorizar el polinomio:

$$p(x) = 6x^5 - 27x^4 + 42x^3 - 27x^2 + 6x$$

1) Como el Tíndep es 0, sacando "x" factor común:

$$p(x) = x(6x^4 - 27x^3 + 42x^2 - 27x + 6) =$$

$$= x(x-1) \underbrace{(6x^3 - 21x^2 + 21x - 6)}_{p_1(x)} = x(x-1)(x-1) \underbrace{(6x^2 - 15x + 6)}_{p_2(x)}$$

$$= 6x(x-1)^2(x-2)(x-\frac{1}{2})$$

2) Seguimos con $p_1(x)$, buscamos una raíz entera entre los divisores del término independiente "6": $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 6 & -27 & 42 & -27 & 6 \\ 1 & & 6 & -21 & 21 & -6 \\ \hline & 6 & -21 & 21 & -6 & 0 \end{array} \rightarrow p_1(1) = 0 \quad x=1 \text{ es raíz}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 6 & -15 & 6 \\ 1 & & 6 & -15 & 6 \\ \hline & 6 & -15 & 6 & 0 \end{array} \rightarrow p_2(1) = 0 \quad \text{busca una raíz entera.}$$

$x=1$ es raíz

4) Como el cociente $p_3(x) = 6x^2 - 15x + 6$ es de 2º grado entonces para obtener sus raíces mejor resolvemos la ecua de 2º grado:

$$6x^2 - 15x + 6 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0 \text{ de donde}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4} = \begin{cases} 2 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{luego } 6x^2 - 15x + 6 = 6(x-2)(x-\frac{1}{2})$$

→ sustituye esto en $p(x)$ (arriba)

Factorizar el polinomio

$$h(x) = x^5 - 7x^4 + 10x^3 - x^2 + 7x - 10 =$$

$$\stackrel{(1)}{=} (x-1) \underbrace{(x^4 - 6x^3 + 4x^2 + 3x + 10)}_{h_1(x)} =$$

$$\stackrel{(2)}{=} (x-1)(x-2) \underbrace{(x^3 - 4x^2 - 4x - 5)}_{h_2(x)} =$$

$$\stackrel{(3)}{=} (x-1)(x-2)(x-5) \underbrace{(x^2 + x + 1)}_{h_3(x)}$$

1.) Se busca una raíz $\in \mathbb{Z}$ entre los divisores del Tínd "-10"

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & -7 & 10 & -1 & 7 & -10 \\ \hline 1 & & 1 & -6 & 4 & 3 & 10 \\ \hline 1 & 1 & -6 & 4 & 3 & 10 & 0 \end{array}$$

$\Rightarrow h(1) = 0 \Rightarrow x=1$ es raíz de $h(x)$ (1)

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & & 2 & -8 & -8 & -10 \\ \hline 1 & 1 & -4 & -4 & -5 & 0 \end{array}$$

2.) Busca una raíz $\in \mathbb{Z}$ entre los divisores del Tínd de h_1

$$\begin{array}{r|rrrrr} 5 & & 5 & 5 & 5 & \\ \hline 1 & 1 & -4 & -4 & -5 & 0 \end{array} \Rightarrow h_1(2) = 0$$

"-10"
 $\Rightarrow x=2$ es raíz de $h_1(x)$ (2)

$$\begin{array}{r|rrrr} 5 & & 5 & 5 & 5 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\underbrace{1 \quad 1 \quad 1}_{h_3(x)} \quad 0 = h_2(5)$$

3.) Busca una raíz $\in \mathbb{Z}$ entre los divisores de 1 Tínd de $h_2(x)$ "-5"

$\Rightarrow x=5$ es raíz de $h_2(x)$ (3)

Queda el cociente que queda es de 2º grado mejor resolvamos la ecuación de 2º grado asociada para averiguar sus raíces.

$$x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} \notin \mathbb{R}$$

el factor $x^2 + x + 1$ no tiene raíces reales queda pues:

$$\boxed{h(x) = (x-1)(x-2)(x-5)(x^2 + x + 1)}$$

38º Descomponer en factores estos polinomios y decir cuáles son sus raíces:

$$r(x) = x^4 + x^3 - 27x^2 - 25x + 50 =$$

$$= (x-1)(x+2)(x+5)(x-5)$$

		1	1	-27	-25	50	
$(x-1)$	1		1	2	-25	-50	
		1	2	-25	-50	0	
$(x+2)$	-2		-2	0	50		
		1	0	-25	0		
$(x+5)$	-5		-5	25			
		1	-5	0			
$(x-5)$	5		5				
		1	0				

T. ind.

50

↓

Divisores

$\pm 1, \pm 2,$

$\pm 5, \pm 10,$

± 50

Raíces de $r(x) = 1, -2, -5, 5$.

$$p(x) = 6x^4 - 5x^3 - 23x^2 + 20x - 4$$

		6	-5	-23	20	-4	
$(x+2)$	-2		-12	+34	-22	4	
		6	-17	11	-2	0	
$(x-2)$	2		12	-10	2		
		6	-5	1	0		

$$6x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 6}}{12} = \frac{5 \pm 1}{12} \begin{cases} x = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \\ x = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$p(x) = 6(x+2)(x-2)\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$$

$$\text{Raíces de } p(x) = \pm 2, +\frac{1}{2}, +\frac{1}{3}$$

$$q(x) = 2x^3 - 3x^2 - 9x + 10 = \\ = 2(x-1)\left(x - \frac{5}{2}\right)(x+2)$$

		2	-3	-9	10
(x-1)	1		2	-1	-10
		2	-1	-10	<u>0</u>

$$2x^2 - 1x - 10 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-10)}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{4} =$$

$$= \frac{1 \pm 9}{4} \begin{cases} x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \Rightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right) \\ x = \frac{-8}{4} = -2 \Rightarrow (x+2) \end{cases}$$

$$\text{Raíces de } q(x) = 1, \frac{5}{2}, -2$$

$$T. \text{ ind} = 10$$

↓

Divisores:

$$\pm 1, \pm 2, \pm 5, \\ \pm 10$$

$$j(x) = x^4 - 5x^2 + 4$$

	1	0	-5	0	4	
-1		-1	1	4	-4	$(x+1)$
	1	-1	-4	4	0	
1		1	0	-4		$(x-1)$
	1	0	-4	0		

$$x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$$

$$j(x) = (x+1)(x-1)(x+2)(x-2)$$

Raíces $j(x) = \pm 1, \pm 2$.

$$h(x) = x^5 - 7x^4 + 10x^3 - x^2 + 7x - 10$$

	1	-7	10	-1	7	-10	
1		1	-6	4	3	10	$(x-1)$
	1	-6	4	3	10	0	
2		2	-8	-8	-10		$(x-2)$
	1	-4	-4	-5	0		
5		5	5	5			$(x-5)$
	1	1	1	0			

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} \notin \mathbb{R}$$

$$h(x) = (x-1)(x-2)(x-5)(x^2+x+1)$$

$$\text{Raíces} = 1, 2, 5.$$

$$j(x) = 4x^2 + 4x + 1$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{8} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$j(x) = 4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \quad \text{Raíces } j(x) = -\frac{1}{2}$$

$$s(x) = x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 12x + 12 = (x-2)^2(x^2+3)$$

	1	-4	7	-12	12
2		2	-4	6	-12
	1	-2	3	-6	0
2		2	0	6	
	1	0	3	0	

$$x^2 + 3 = 0 \quad \sqrt{} \rightarrow x = \sqrt{-3} \notin \mathbb{R}$$

$$x^2 = -3$$