Examen de Funciones 1º Bachillerato.

Nota: todos los ejercicios valen lo mismo

1. Representa e indica la continuidad de la siguiente función. Si tienen alguna discontinuidad, indica el valor de la discontinuidad:

a. g(x)= $\begin{cases} x+1 & si \;\; x>0 \\ 1 & si \;\; x<0 \end{cases}$

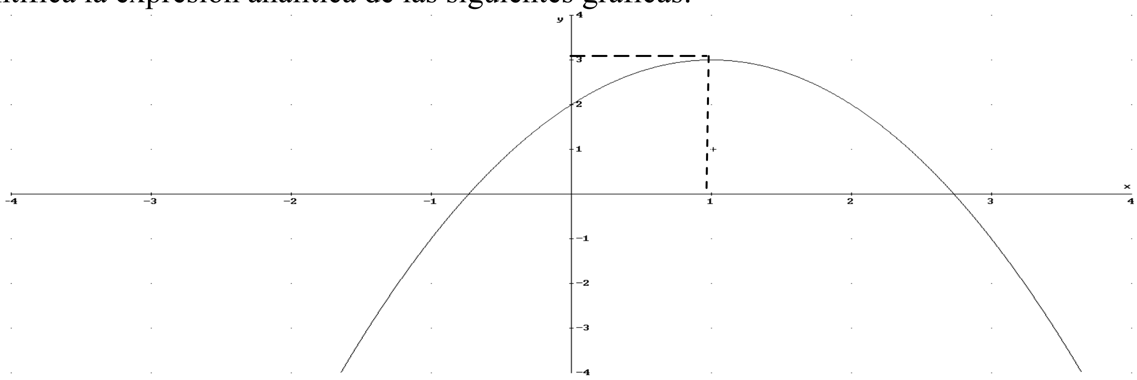
b. h(x)= $\begin{cases} x^2 & si \;\; x>0 \\ 1-x & si \;\; x<0 \end{cases}$

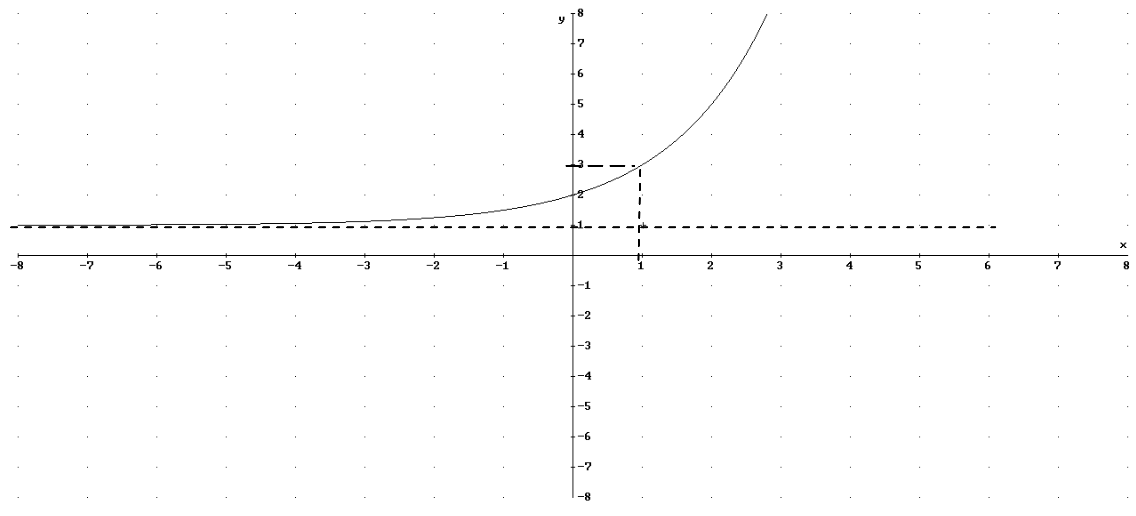
2. Calcular la pendiente y la ordenada en el origen y expresa así las siguientes rectas como y=mx+n:

a. Pasa por los puntos (1,0), (2,2)

b. Decrece 3 unidades de y cada vez que crece 2 de x; corta el eje OY en y=2.

3. Identifica la expresión analítica de las siguientes gráficas:



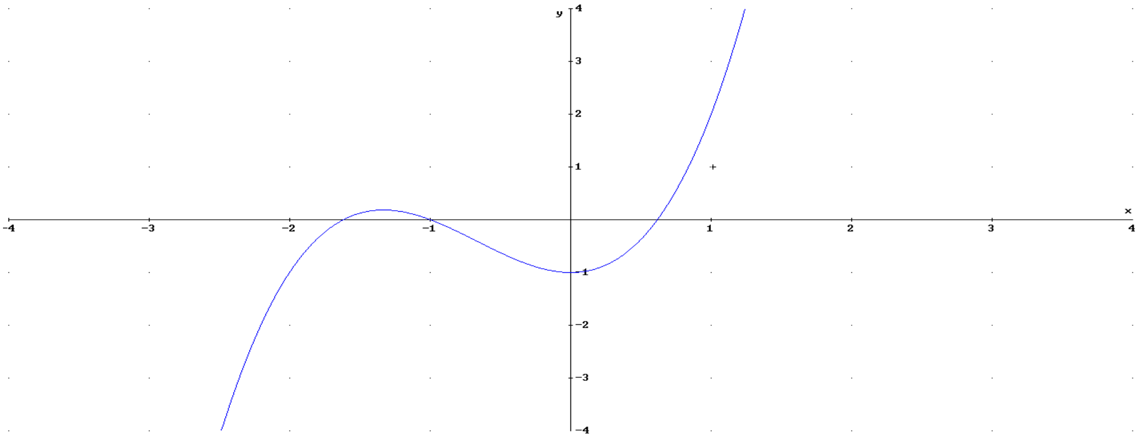


4. Calcula el periodo de las siguientes funciones. Represéntalas en el intervalo [-4π,4π]

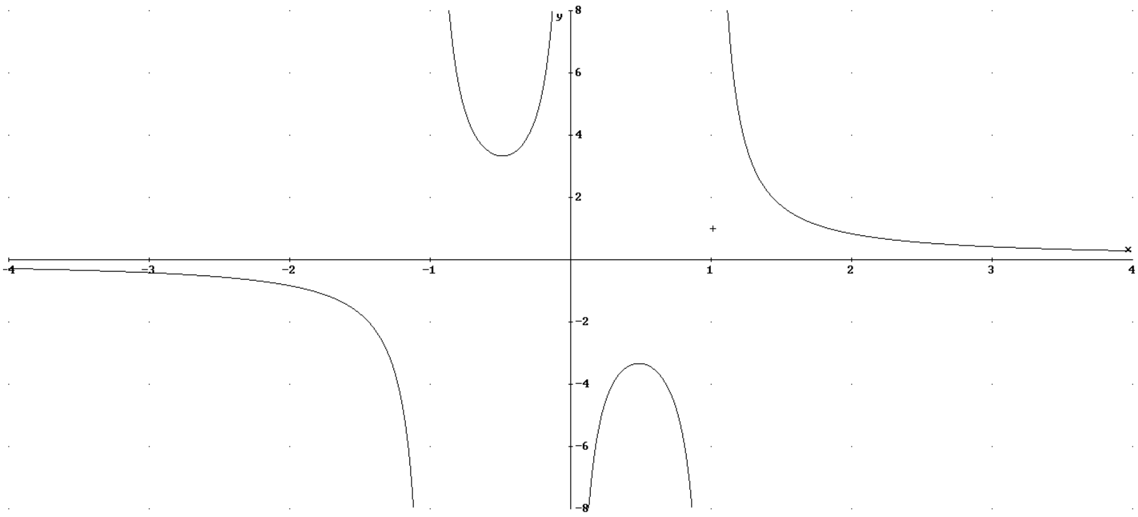
a. f(x)=1-sen(2x)

b. g(x)=2+cos(0.5x)

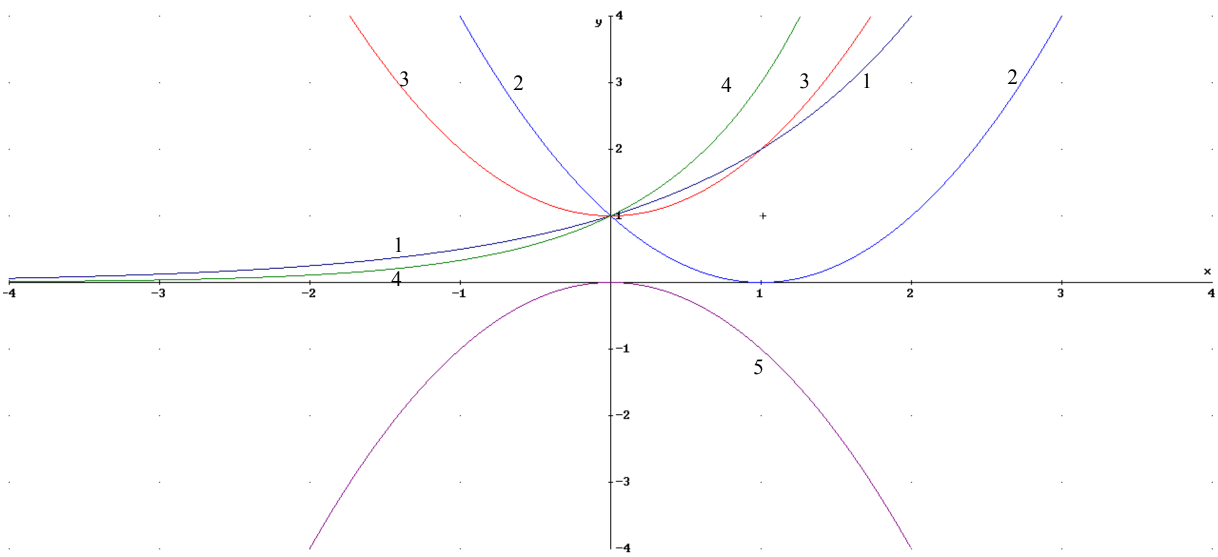
5. Dada la siguiente gráfica de f(x), dibuja la gráfica de g(x)=f(x)+1 y h(x)=f(x-1)



6. De la siguiente función indica: a) Dominio, b) Corte con los ejes, c) Simetrías, d) Intervalos de crecimiento y decrecimiento, e) Intervalos de Concavidad y Convexidad, f) Tendencias y Asíntotas, g) Máximos y mínimos relativos (aproximados):



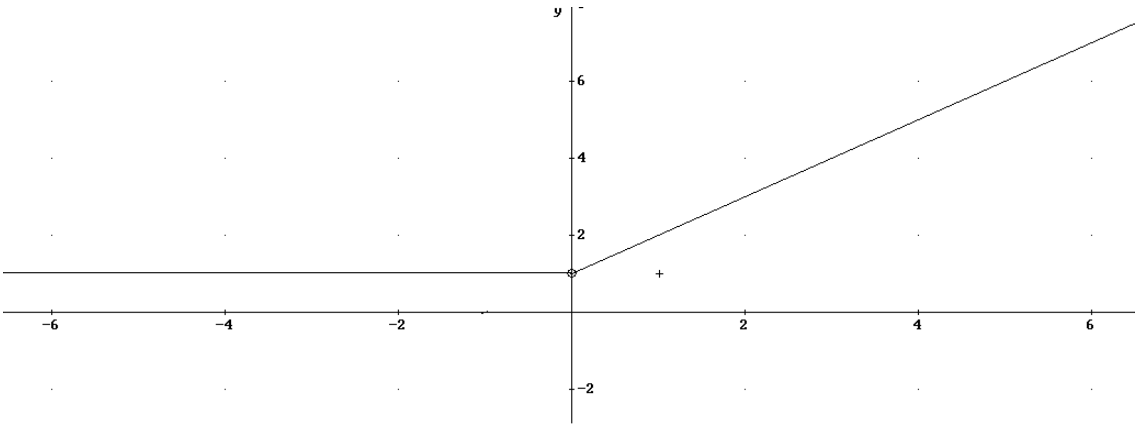
7. Identifica cada gráfica con su expresión analítica:
a) $y=1+x^2$; b) $y=(x-1)^2$; c) $y=-x^2$; d) $y=2^x$; e) $y=3^x$



SOLUCIONES

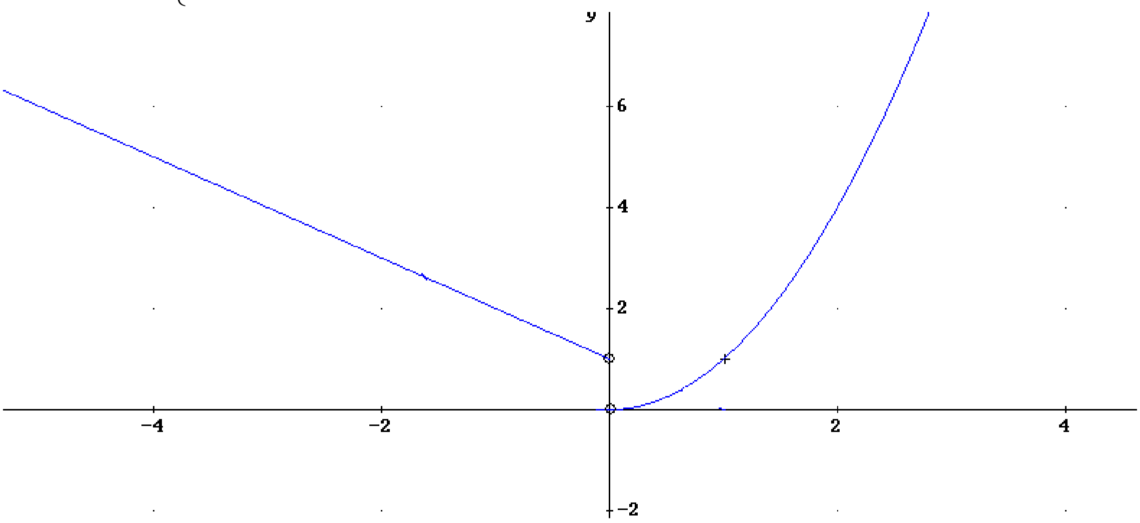
1. Representa e indica la continuidad de la siguiente función. Si tienen alguna discontinuidad, indica el valor de la discontinuidad:

a. g(x)= $\begin{cases} x+1 & si \ \ x>0 \\ 1 & si \ \ x<0 \end{cases}$



Continua en R-{0}. En x=0 discontinuidad de tipo evitable.

b. h(x)= $\begin{cases} x^2 & si \ \ x>0 \\ 1-x & si \ \ x<0 \end{cases}$



Continua en R-{0}. En x=0 discontinuidad de tipo no evitable de salto finito.

2. Calcular la pendiente y la ordenada en el origen y expresa así las siguientes rectas como y=mx+n:

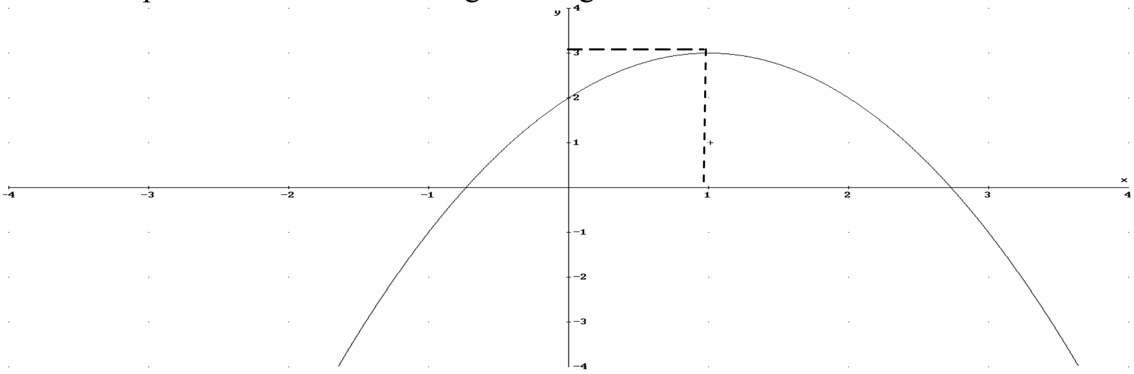
a. Pasa por los puntos (1,0), (2,2)

b. Decrece 3 unidades de y cada vez que crece 2 de x; corta el eje OY en y=2.

a) $m=\frac{2-0}{2-1}=2 \rightarrow y=y_0+m(x-x_0) \rightarrow y=0+2(x-2) \rightarrow y=2x-4 \rightarrow n=-4$

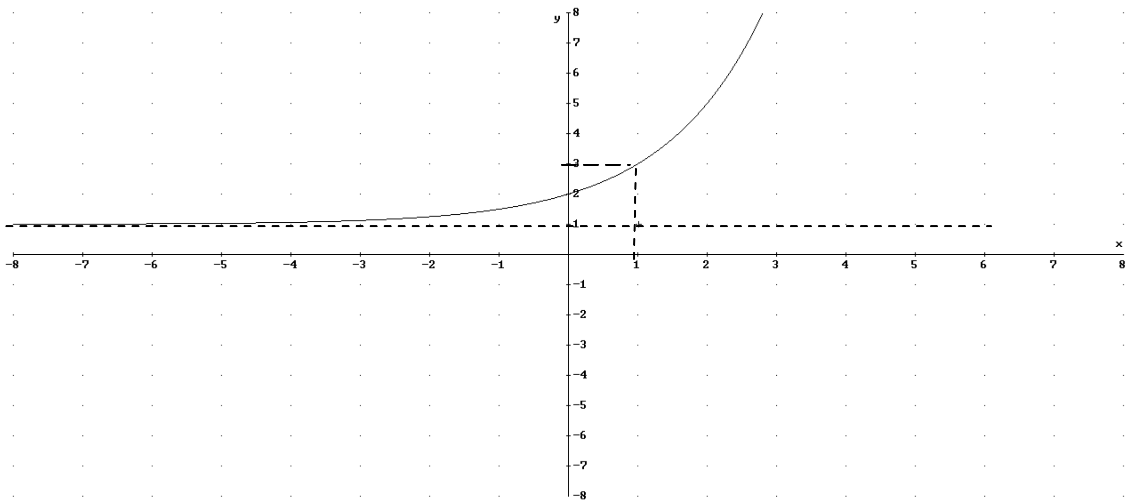
b) $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}-\frac{3}{2}, \quad n=2 \rightarrow y=-\frac{3}{2}x+2$

3. Identifica la expresión analítica de las siguientes gráficas:



Es una parábola con vértice en V(1,3) , sustituyendo en $y=y_0+a(x-x_0)^2$ tenemos que la ecuación es $y=3+a(x-1)^2$. Sólo nos falta calcular el valor de la a, para ello cogemos un punto que no sea el vértice, por ejemplo P(0,2) y sustituimos en la expresión algebraica:

$2=3+a(0-1)^2 \rightarrow a=-1 \rightarrow y=3-(x-1)^2 \rightarrow y=-x^2+2x+2$



Es una exponencial con asíntota horizontal y=1, y tal que en x=0 la función ha crecido una unidad respecto la asíntota luego es de la forma $y=1+a^x$. Para calcular a sólo tenemos que sustituir en algún punto de la función, por ejemplo en (1,3):

$3=1+a^1 \rightarrow a=2 \rightarrow y=1+2^x$

4. Calcula el periodo de las siguientes funciones. Represéntalas en el intervalo [-4π,4π]

a. f(x)=1-sen(2x)
b. g(x)=2+cos(0.5x)

a) El periodo de las funciones trigonométricas y=sen(x), y=cos(x), y =tg(x) es 2π. Veamos cuando el argumento, 2x, da una vuelta, es decir pasa de 0 a 2π.

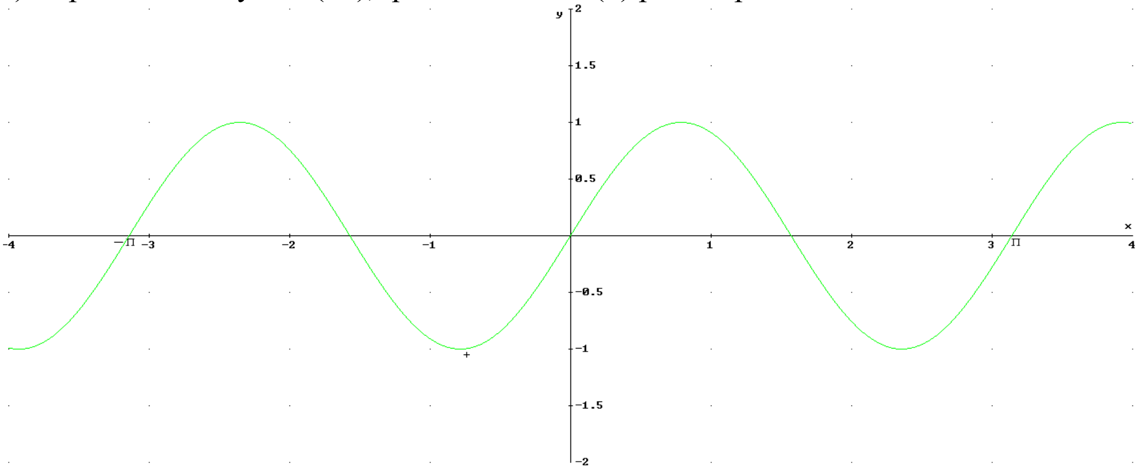
$2x_1=0 \rightarrow x_1=0$

$2x_2=2\pi \rightarrow x_2=\pi$

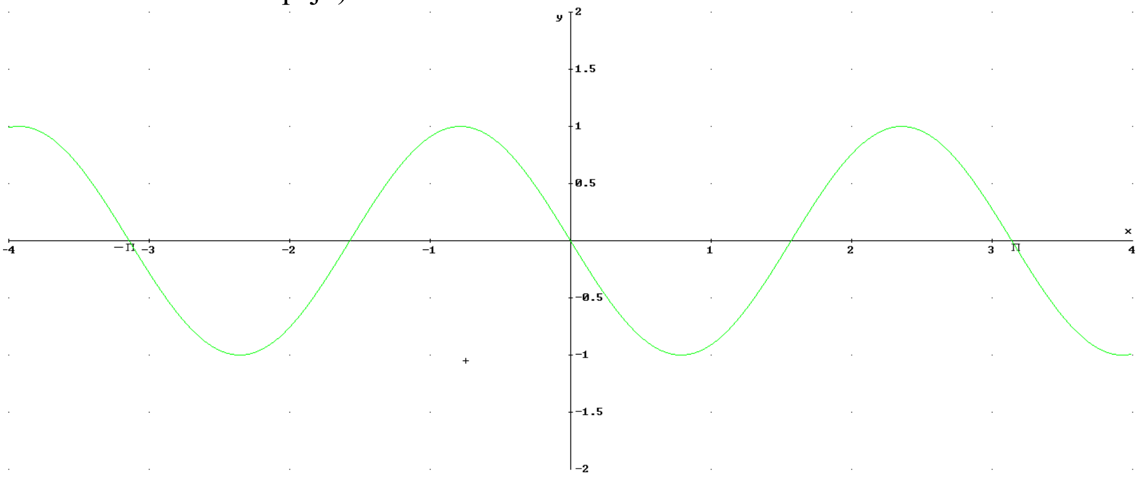
$T=x_2-x_1=\pi-0=\pi$

Para representarla lo haremos en varios pasos:

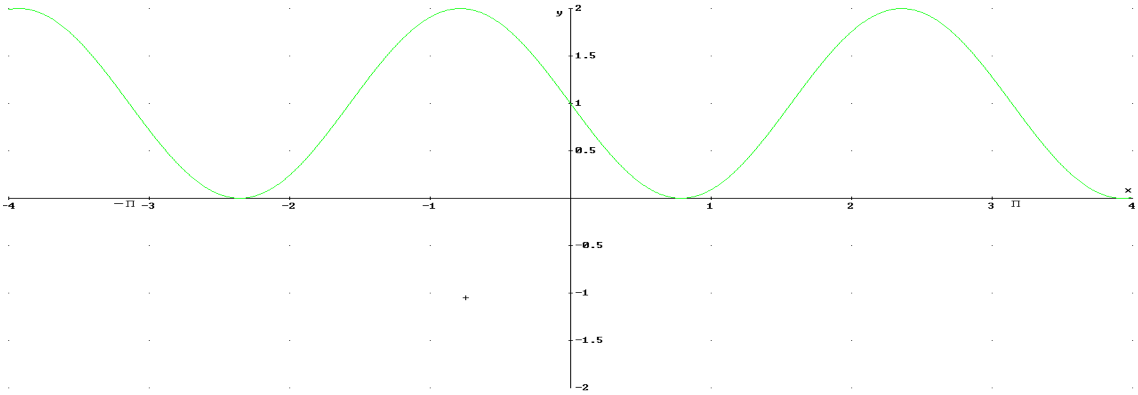
1) Representamos y=sen(2x), que es como sen(x) pero el periodo π:



2) Representamos y=-sen(2x), que es como sen(2x) pero cambiando el signo (el eje OX es como si fuera un espejo)



3) Por fin, representamos f(x)=1-sen(2x) desplazando y=—sen(2x) una unidad hacia arriba



b) El periodo de las funciones trigonométricas y=sen(x), y=cos(x), y =tg(x) es 2π. Veamos cuando el argumento, 0.5x, da una vuelta, es decir pasa de 0 a 2π.

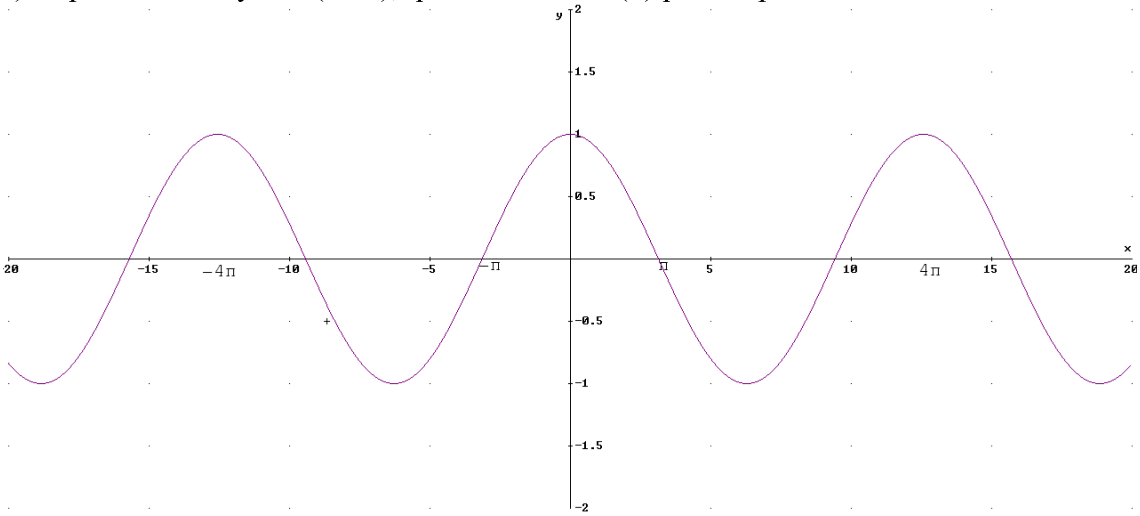
$0.5x_1=0 \rightarrow x_1=0$

$0.5x_2=2\pi \rightarrow x_2=4\pi$

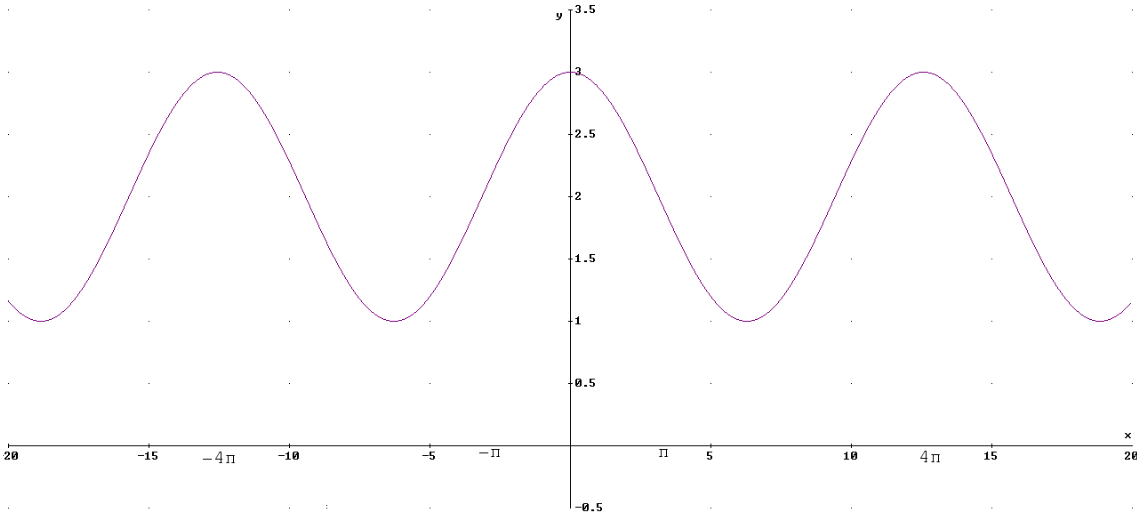
$T=x_2-x_1=4\pi-0=4\pi$

Para representarla lo haremos en varios pasos:

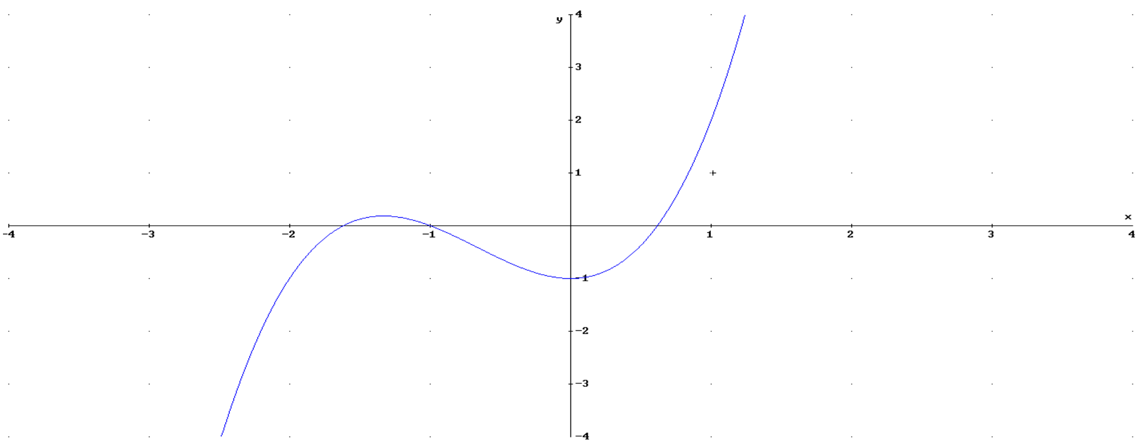
1) Representamos y=cos(0.5x), que es como cos(x) pero el periodo 4π:

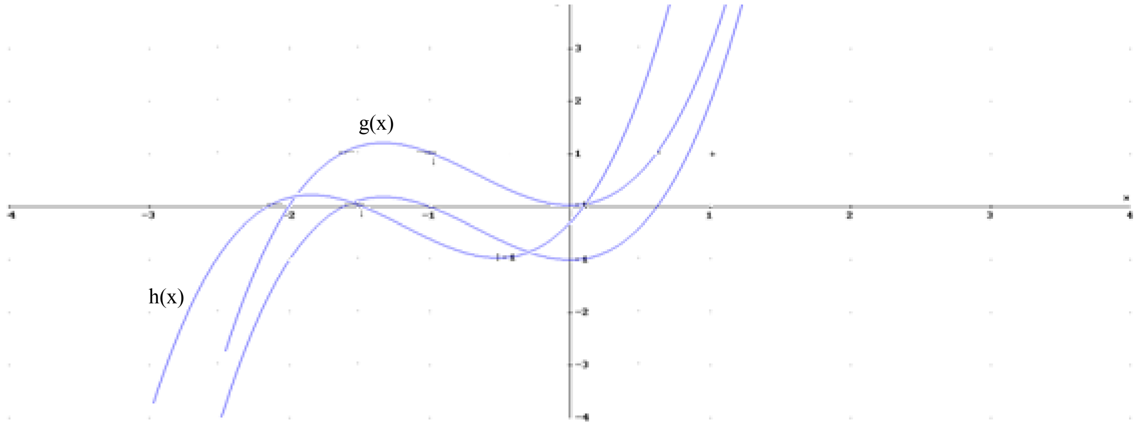


2) Representamos g(x)=2+cos(0.5x), desplazando la gráfica anterior 2 unidades hacia arriba.

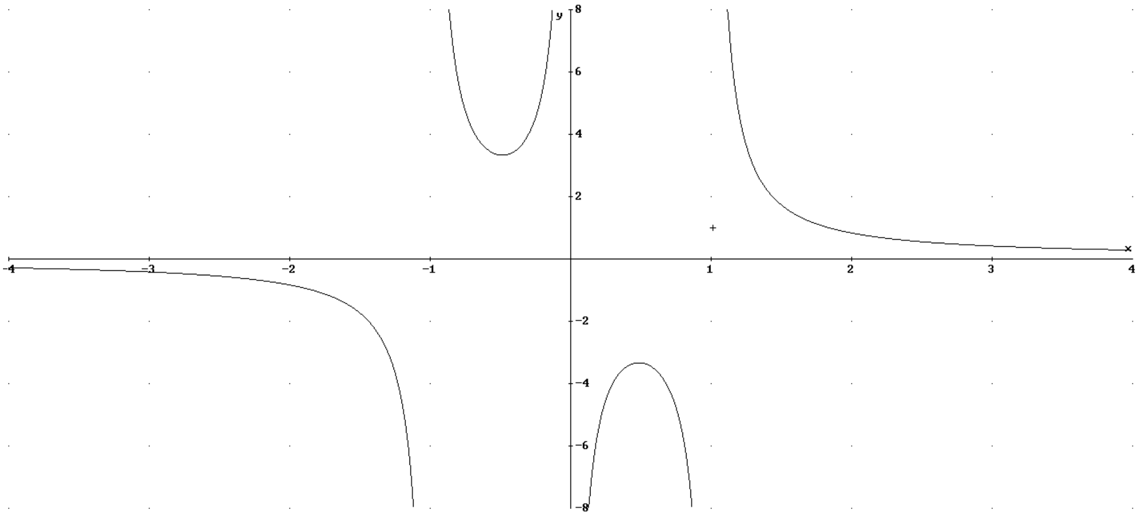


5. Dada la siguiente gráfica de f(x), dibuja la gráfica de g(x)=f(x)+1 y h(x)=f(x-1)



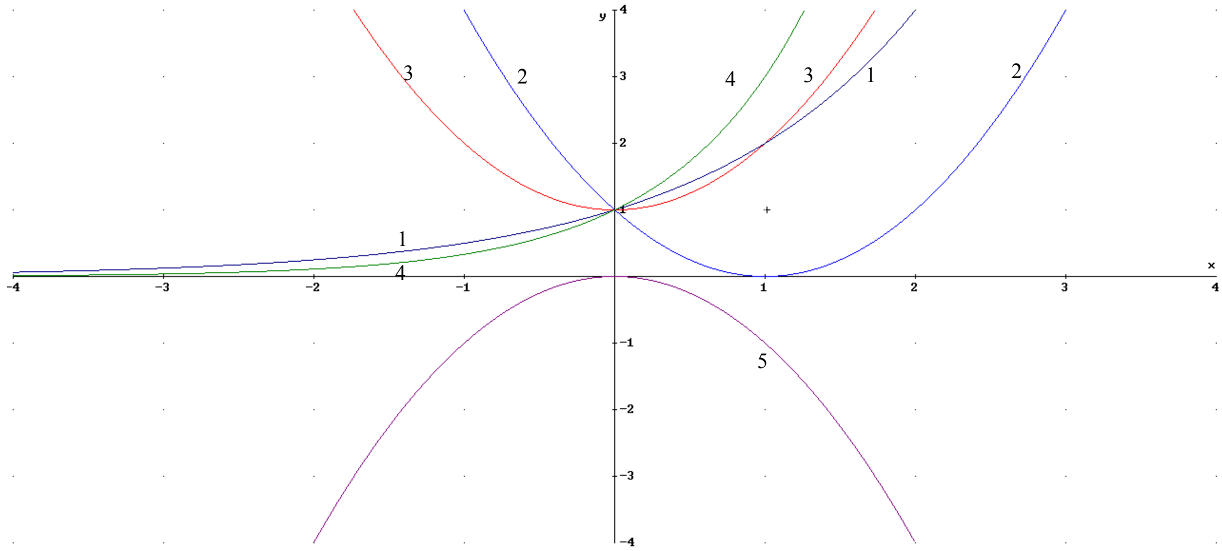


6. De la siguiente función indica: a) Dominio, b) Corte con los ejes, c) Simetrías, d) Intervalos de crecimiento y decrecimiento, e) Intervalos de Concavidad y Convexidad, f) Tendencias y Asíntotas, g) Máximos y mínimos relativos (aproximados):



a) Dominio R-{-1,0,1}
b) Cortes con los ejes: no corta
c) Simetría: impar f(x)=-f(-x)
d) Crece en $(-0.5,0)\cup(0,0.5)$ y decrece en $(-\infty,-1)\cup(-1,-0.5)\cup(0.5,1)\cup(1,\infty)$
e) Concavidad en $(-1,0)\cup(1,\infty)$, convexidad $(-\infty,-1)\cup(0,1)$
f) Asíntotas y tendencias:
   a. Asíntota horizontal: y=0
   b. Asíntotas verticales: x=-1, x=0, x=1
g) Máximo M(-0.5, -3.5) y mínimo m(0.5,3.5)

7. Identifica cada gráfica con su expresión analítica:
a) $y=1+x^2$; b) $y=(x-1)^2$; c) $y=-x^2$; d)$y=2^x$; e) $y=3^x$



a→3, b→2, c→5, d→1, e→4