FUNCIONES ELEMENTALES

1.- PROPIEDADES GLOBALES DE LAS FUNCIONES

1. Estudia la simetría de f(x) = $\frac{x^2-5x+4}{x-5}$
   Solución: No es ni par ni impar.

2. Estudia la simetría de la función f(x) = x^4-x^2
   Solución: Es par

3. Estudia la simetría de la función f(x) = x^3-x
   Solución: Es impar

4. Estudia la simetría de la función f(x) = x^4-x
   Solución: No es simétrica.

5. Estudia la simetría de la función f (x) = +2
   Solución: Es par.

6. Estudia la simetría de la función f (x) = + x
   Solución: No es simétrica.

7. Estudia la simetría de la función f (x) = $\frac{x^2}{x^2-1}$
   Solución: Par, pues f(-x) = f(x).

8. Estudia la simetría de la función f(x) = $\sqrt{x^2-1}$
   Solución: Par.

9. Halla la periodicidad de f(x) = $\frac{x^2-5x+4}{x-5}$
   Solución: No es periódica

10. Halla la periodicidad de f(x) = sen(2x)
    Solución: Es periódica, de periodo π.

11. Estudia si es periódica la función f(x) = $\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ y halla su periodo.
    Solución: Periódica de periodo 2π.

12. Estudia si es periódica la función f(x) = $\operatorname{sen}\left(\frac{x}{4}\right)$ y halla su periodo
    Solución: Periódica de período 8π.

13. Halla los cortes con los ejes de f(x) = $\sqrt{x^2-1}$
    Solución: No corta a ninguno de los ejes.

14. Halla los cortes con los ejes de f(x) = $\frac{x^2-5x+4}{x-5}$
    Solución: $\left(0,\frac{-4}{5}\right)$*, (1,0) y (4,0).*

15. Halla los cortes con los ejes de f(x) = $\frac{x^2}{x^2-1}$
    Solución: En (0,0) corta a ambos.

16. Halla los cortes con los ejes de de f(x) = L(x^2-5x+6)
    Solución: (0, ln 6), $\left(\frac{5}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2},0\right)$ y $\left(\frac{5}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2},0\right)$.

17. Estudia las regiones donde está definida f(x) = $\frac{x^2-5x+4}{x-5}$
    Solución:

x	-∞ 1	4	5	+∞
y>0				
y<0				

18. Estudia las regiones donde está definida $f(x) = \frac{2x-5}{x^2-5x+4}$

Solución:

	2 5/2 3			
x-2	-	+	+	+
x-3	-	-	-	+
2x-5	-	-	+	+
	-			+

2.- FUNCIONES POLINÓMICAS

19. Halla la ecuación de la función lineal que tiene de ordenada en el origen 1 y pasa por (1, 3).
Solución: $y = 2x+1$.

20. Demuestra que una función lineal y = ax + b es creciente si a es positivo y decreciente si a es negativo.

21. Una recta que pasa por los puntos (2, 1) y (-3, 1), ¿corresponde a la representación gráfica de una función constante o sea una función lineal?
Solución: función constante: $y = 1$.

22. El precio del billete del tren Algeciras-Madrid depende de los kilómetros recorridos. Si por 750 kms. hemos pagado 72,30 €. Calcula el precio del billete para una distancia de 100 km. ¿Cuál es la función que nos indica el precio según los kilómetros recorridos?

23. Resuelve el problema anterior si conseguimos la tarifa Promo donde pagamos 50,60 € y representa ambas funciones, ¿cuál es la pendiente de ambas rectas?

24. Representa la función $y = 4-x^2$ dando las coordenadas de su vértice y los puntos de corte con los ejes de coordenadas.
Solución: Cortes con eje OY (0, 4); eje OX (-2, 0) y (2, 0). Vértice (0, 4).

25. Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $y = -x^2+6x-4$.
Solución: Creciente en $(-\infty, 3)$, decreciente en $(3, +\infty)$.

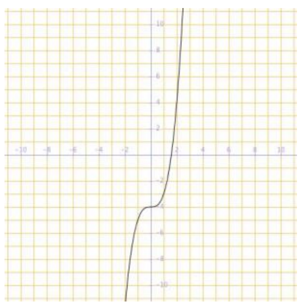
26. Halla la expresión analítica de la función cuadrática que pasa por los puntos (1, 0), (3,0) y (2, -2)
Solución: $y = 2x^2 -8x +6$.

27. Los ingresos y gastos, en miles de euros cada mes, de una tienda de venta y reparación de ordenadores son $I = 55x-0{,}2x^2$ y $G(x) = 300+25x$ respectivamente ¿Cuántos ordenadores debe vender para obtener el máximo beneficio (ingresos menos gastos)?
Solución: 75 ordenadores.

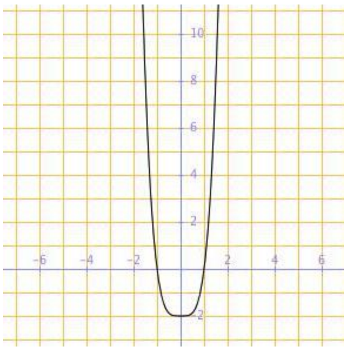
28. Un jugador del equipo del IES Luis de Camoens lanza verticalmente hacia arriba un balón de baloncesto desde el suelo hasta que alcanza la altura del instituto. La fórmula de la altura que alcanza el balón viene dada por $h = 16t-4t^2$ (t en segundos y h en metros).
a) Dibuja la gráfica en el intervalo [0, 4].
b) Halla la altura del edificio.
c) ¿En qué instante vuelve la pelota al suelo?

29. Representa gráficamente $f(x) = x^3-4$ calculando previamente el dominio, cortes con los ejes, asíntotas, máximos y mínimos, crecimiento y decrecimiento.

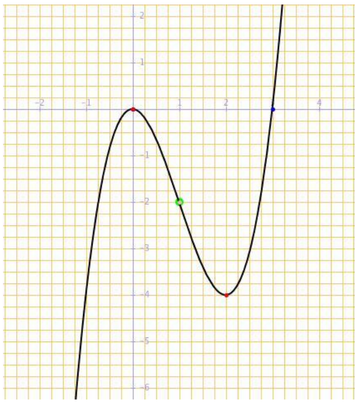
Solución: $D = \mathbb{R}$, Cortes: OX $(\sqrt[3]{4}, 0)$, OY (0,-4). Asíntotas: no hay. Máximos y mínimos: no hay. Creciente en $\mathbb{R}$.



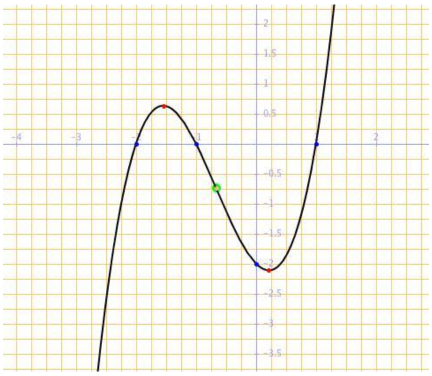
30. Representa gráficamente $f(x) = 2x^4-2$ calculando previamente el dominio, cortes con los ejes, asíntotas, máximos y mínimos, crecimiento y decrecimiento.
Solución: D = $\mathbb{R}$*, Cortes: OX (-1,0), (1, 0); OY (0,-2). Asíntotas: no hay. Mínimo en (0, -2). Creciente en (0,+∞) y decreciente en (-∞, 0).*



31. Representa la gráfica de $y = x^3-3x^2$.



32. Representa la gráfica de $y = x^3+2x^2-x-2$.



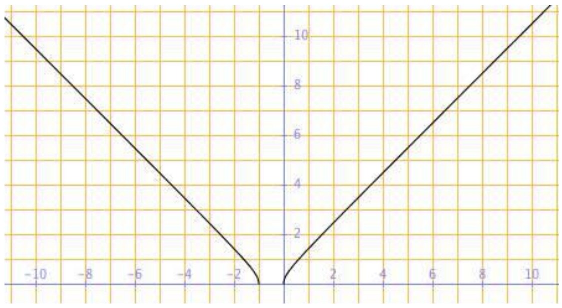
33. Representa la gráfica de $y = x^4-x^2+2$.

3.- FUNCIONES RADICALES

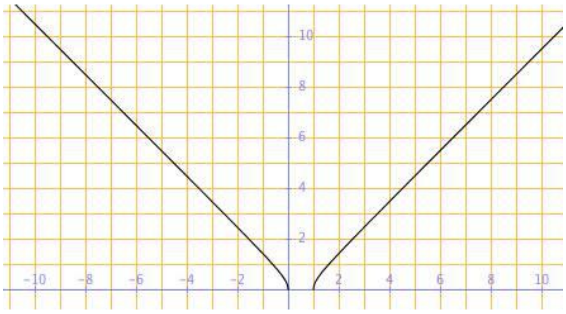
34. Calcula el dominio de definición de $f(x) = \sqrt{x^2-1}$
Solución: Dominio: (-∞, -1]∪[1, +∞).

35. Calcula el dominio de definición de $f(x) = \sqrt{4x-4}$
Solución: Dominio: [1, +∞).

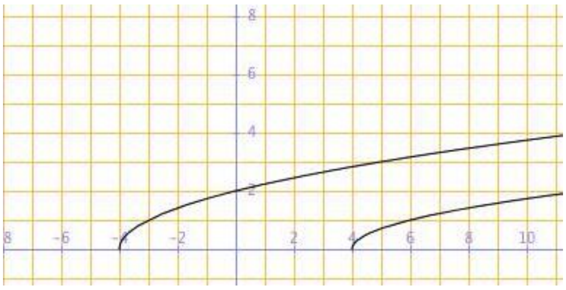
36. Calcula el dominio de definición y representa $f(x) = \sqrt{(x+1)\,x}$
Solución: Dominio: (-∞, -1]∪[0, +∞).



37. Calcula el dominio de definición y representa $f(x) = \sqrt{(x-1)\,x}$
Solución: Dominio: (-∞, 0]∪[1, +∞).



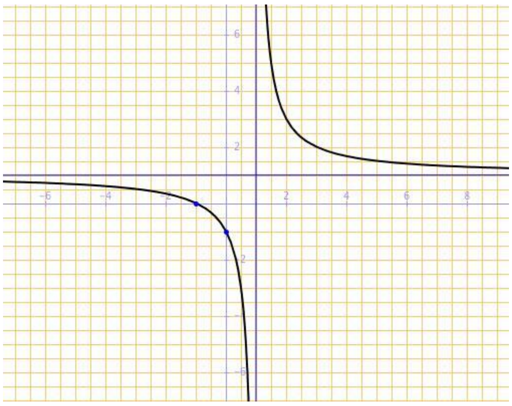
38. Representa y = $\frac{\sqrt{x-4}}{2}$ e y = $\sqrt{x+4}$.



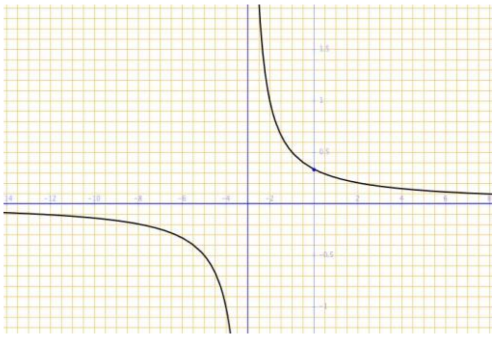
4.- FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

39. Dada la expresión de la función f(x) = $\frac{x+1}{x-1}$.
Calcula el dominio y el recorrido de la función definida por dicha expresión.
Solución: D(f) = ***R****-{1}, f(D) =* ***R****-{1}.*

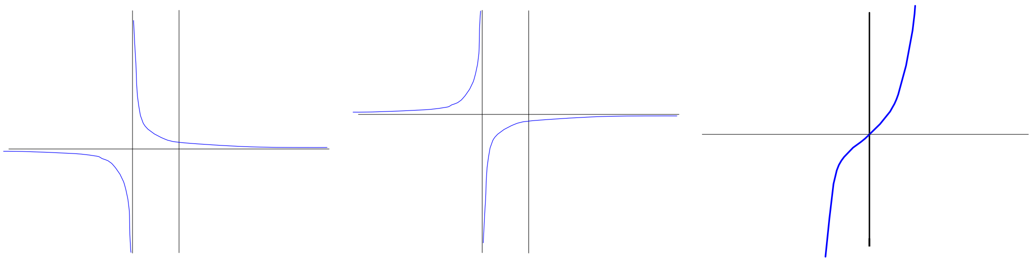
40. Dada la expresión de la función f(x) = $\frac{x+1}{x-1}$.
Representa gráficamente la función.
Solución: La de la figura adjunta.



41. Representa gráficamente la curva de ecuación f(x) =$\frac{1}{x+3}$.
Solución: La de la figura



42. Indica cuál de las siguientes funciones no es una función de proporcionalidad inversa.



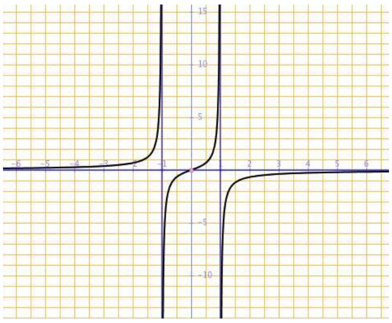
a) b) c)

Solución: c).

43. Halla el dominio de definición de f(x) = $\frac{x^2-5x+4}{x-5}$
Solución: D = ***R****-{5}*

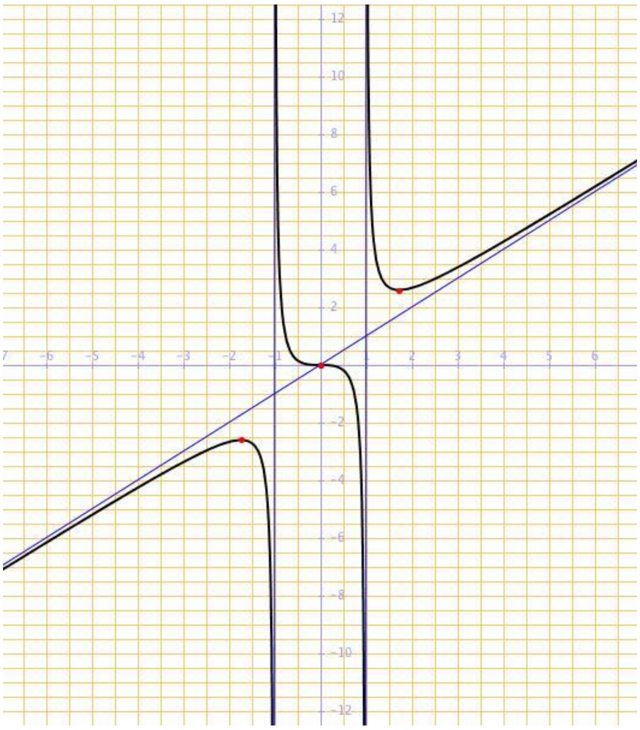
44. Halla el dominio de definición de f(x) = $\frac{x^2}{x^2-1}$
Solución: D = ***R****-{-1,1}*

45. Representa gráficamente f(x) = $\frac{x}{1-x^2}$ calculando previamente el dominio, cortes con los ejes, asíntotas, máximos y mínimos, crecimiento y decrecimiento.
*Solución: D =**R**,-{-1,1}. Cortes: OX (0,0), OY (0,0). Asíntotas: x=-1, x = 1, y = 0. Máximos y mínimos: no hay. Creciente en su dominio.*



46. Representa gráficamente f(x) = $\frac{(x-2)^2}{x^2}$ calculando previamente el dominio, cortes con los ejes, asíntotas, máximos y mínimos, crecimiento y decrecimiento.
*Solución: D =**R**,-{0}. Cortes: OX (2,0). Asíntotas: x = 0, y = 1. Mínimo en (2, 0). Creciente en (-∞,0)∪(2,+∞), decreciente en (0,2).*

47. Representa la función f (x) = $\frac{x^3}{x^2-1}$, x ∈**R** -{-1, 1}



48. Representa gráficamente la curva de ecuación $f(x) = \frac{x}{x^2-4x+3}$

5.- FUNCIONES EXPONENCIALES

49. Representa gráficamente la curva de ecuación $f(x) = 2^x$

50. Representa gráficamente la curva de ecuación $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

51. Representa gráficamente la curva de ecuación $f(x) = e^x + 2$

52. Representa gráficamente la curva de ecuación $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ a partir de la gráfica de la función $y = 2^x$

53. Representa gráficamente la curva de ecuación $y = 2^{x-1}$ a partir de la gráfica de la función $y = 2^x$

6.- FUNCIONES LOGARÍTMICAS

54. Halla el dominio en el que está definida la función $g(x) = Ln(x^2-1)$ y represéntala gráficamente
Solución: $D(f) = (-\infty,-1) \cup (1, \infty)$

55. Halla el dominio en el que está definida la función $g(x) = Ln(x^2-4)$
Solución: $D(f) = (-\infty,-2) \cup (2, \infty)$.

56. Representa gráficamente $f(x) = L(1-x)$

57. Haz una tabla de valores de la función $y = 3x$. A partir de ella, representa la función $y = log_3 x$.

58. Comprueba que las gráficas de $y = 2x$ e $y = log_2 x\ x$ son simétricas respecto al eje *OY*.

7.- FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

59. Representa la función $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ indicando razonadamente los intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos.

60. Representa la función $f(x) = 2\,\mathrm{sen}\left(\frac{x}{3}\right)$ indicando los intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos.

61. Representa la función $f(x) = \cos(2x)$ a partir de $y = \cos(x)$.

62. Representa la función $f(x) = tg\left(\frac{x}{2}\right)$ a partir de $y = tg(x)$.