f) $\left|\dfrac{2x+9}{x+3}\right| \leq 1 \Rightarrow$ INECUACIÓN RACIONAL

luego $-1 \leq \dfrac{2x+9}{x+3} \leq 1$. Se ha de cumplir dos condiciones:

1) $\dfrac{2x+9}{x+3} \leq 1 \Rightarrow \dfrac{2x+9}{x+3} - 1 \leq 0 \Rightarrow \dfrac{2x+9-x-3}{x+3} \leq 0 \Rightarrow$

$\dfrac{x+6}{x+3} \leq 0$

$-\infty \quad + \quad -6 \quad - \quad -3 \quad + \quad +\infty$

$x+6=0 \rightarrow x=-6$

$x+3=0 \rightarrow x=-3$

luego $x \in [-6,-3)$

2) $\dfrac{2x+9}{x+3} \geq -1 \Rightarrow \dfrac{2x+9}{x+3} + 1 \geq 0 \Rightarrow \dfrac{2x+9+x+3}{x+3} \geq 0 \Rightarrow$

$\dfrac{3x+12}{x+3} \geq 0$

$- \quad + \quad -4 \quad - \quad -3 \quad + \quad +\infty$

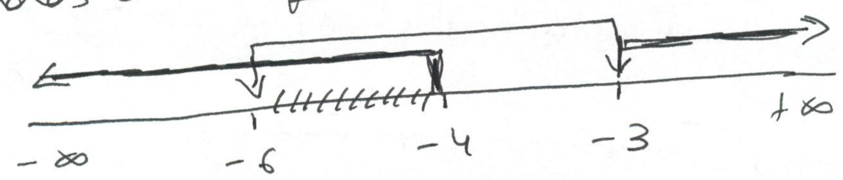
$3x+12=0$

$x=-4$

$x+3=0 \rightarrow x=-3$

luego $x \in (-\infty,-4] \cup (-3,+\infty)$

Los valores de "x" que satisfacen a la vez 1) y 2) son:



$[-6,-3) \underset{y}{\cap} \left[(-\infty,-4] \underset{o}{\cup} (-3,+\infty)\right] = [-6,-4]$

La solución de la inecuación es $[-6,-4]$

g) $\left|\dfrac{-x^2+4}{x}\right| > 3$ INECUACIÓN RACIONAL

Tenemos dos casos:

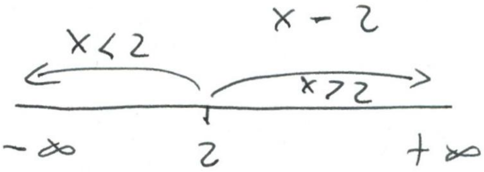
1) $\dfrac{-x^2+4}{x} > 3 \Rightarrow \dfrac{-x^2+4}{x} - 3 > 0 \Rightarrow \dfrac{-x^2+4-3x}{x} > 0$

Vemos cuando se anulan numerador y denominador:

y

1) $\dfrac{x}{x-2} < 1 \Rightarrow \dfrac{x}{x-2} - 1 < 0 \Rightarrow \dfrac{x - x + 2}{x-2} < 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underbrace{\dfrac{2}{x-2}}_{} < 0$



este cociente es < 0 para $\boxed{x<2}$

ya que el numerador es cte $2 > 0$

2) $\dfrac{x}{x-2} > -1 \Rightarrow \dfrac{x}{x-2} + 1 > 0 \Rightarrow \dfrac{x + x - 2}{x-2} > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{2x-2}{x-2} > 0$ para hacer esta inecuación, consideramos los valores que anulan el numerador y denom.:

$2x-2=0 \Rightarrow \underline{\underline{x=1}}$ y $x-2=0 \rightarrow \underline{\underline{x=2}}$

Las zonas a estudiar son

Si $x<1 \Rightarrow \dfrac{2x-2}{x-2} > 0$

Si $1<x<2 \Rightarrow \dfrac{2x-2}{x-2} < 0$

Si $x>2 \Rightarrow \dfrac{2x-2}{x-2} > 0$

luego es $\dfrac{2x-2}{x-2} > 0$ para $\underline{x \in (-\infty,1) \cup (2,+\infty)}$

Como queremos los valores de "x" que cumplan, A LA VEZ

$-1 < \dfrac{x}{x-2} < 1$ serán

$(x<2) \underset{y}{\cap} (x<1 \underset{o}{\cup} x>2) = x<1 \Rightarrow x \in (-\infty,1)$ es la solución de la inecuación

2) $(x-1)^2-4<-5 \Rightarrow (x-1)^2<-1$ $\not\exists$ pues un nº + $\not<$ nº −

solución de la inecuación:

$x\in(-\infty,-2)\cup(4,+\infty)$

d) $|-x^2-4x+5|>16$ INECUAC DE 2º GRADO

Tenemos dos casos: → hacemos el coef de x^2 que sea +

1) $\underline{-}x^2-4x+5>16 \Rightarrow \underline{x}^2+4x-5<-16 \Rightarrow \underbrace{x^2+4x+11}<0$

expresamos como suma de cuadrados → (*)

$\underbrace{x^2+4x}+11 = \underbrace{x^2+4x+4}-4+11 = \underline{\underline{(x+2)^2+7}}$

$(x+a)^2$ donde $4x=2xa$

$a=2 \rightarrow a^2=4$

(*) la inecuac queda: $(x+2)^2+7+11<0 \Rightarrow (x+2)^2<-18$

$\not\exists$ pues un nº + $\not<$ nº −

2) $\underline{\underline{-}}x^2-4x+5<-16 \Rightarrow x^2+4x-5>16 \Rightarrow \underbrace{x^2+4x-21}>0$

$\underbrace{x^2+4x+4}-4-21>0 \Rightarrow (x+2)^2-25>0$ la ponemos como suma de cuad.

$\Rightarrow (x+2)^2>25 \Rightarrow |x+2|>5$ por lo que:

a) $x+2>5 \Rightarrow x>3 \Rightarrow x\in(3,+\infty)$

b) $x+2<-5 \Rightarrow x<-7 \Rightarrow x\in(-\infty,-7)$

luego, la solución de la inecuación es:

$x\in(-\infty,-7)\cup(3,+\infty)$

e) $\left|\dfrac{x}{x-2}\right|<1$ INECUACIÓN RACIONAL

luego $-1<\dfrac{x}{x-2}<1$, ha de verificarse pues

dos condiciones a la vez: →

b) $|x^2+2x| \leq 3$ INECUACIÓN DE 2º GRADO

luego $-3 \leq x^2+2x \leq 3 \xRightarrow{+3} 0 \leq x^2+2x+3 \leq 6$

Ha de ser pues, A LA VEZ: $\left.\begin{array}{l} x^2+2x+3 \leq 6 \\ \text{y } x^2+2x+3 \geq 0 \end{array}\right\}$ (*)

→ Tomo aparte $\underbrace{x^2+2x+3}_{(x+a)^2} = x^2+2x+1-1+3 = \underbrace{(x+1)^2+2}$

$2x = 2xa \Rightarrow a=1$

luego (*) da lugar a (*,*) $\left\{\begin{array}{l} (x+1)^2+2 \leq 6 \Rightarrow (x+1)^2 \leq 4 \\ (x+1)^2+2 \geq 0 \end{array}\right.$ → se verifica $\forall x \in \mathbb{R}$ pues es + de dos cantidades ≥ 0

$|x+1| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x+1 \leq 2 \Rightarrow \underbrace{-3 \leq x \leq 1}$

luego los valores de "x" que satisfacen las dos condiciones (*,*) son $x \in \boxed{[-3,1]}$

c) $|x^2-2x-3| > 5$ INECUACIÓN DE 2º GRADO

Tenemos dos casos:

1) $\underbrace{x^2-2x-3} > 5$ y 2) $\underbrace{x^2-2x-3} < -5$

Antes vamos a expresar $\underbrace{x^2-2x-3}_{(x-a)^2} = x^2-2x+1-1-3 =$

$2x = 2xa$
$a=1$

$= \underbrace{(x-1)^2-4}$

Quedan pues los casos:

1) $(x-1)^2-4 > 5 \Rightarrow (x-1)^2 > 9 \Rightarrow |x-1| > 3$ → $x-1 > 3 \Rightarrow \underbrace{x > 4}$; → $x-1 < -3 \Rightarrow \underbrace{x < -2}$

Sale de aquí $\underbrace{x \in (-\infty,-2) \cup (4,+\infty)}$

122 $|-x^2+6x+16|<11$ <u>INECUACIÓN DE 2º GRADO</u> (|cosa| < n)

luego $-11<-x^2+6x+16<11 \xrightarrow{x(-1)} -11<x^2-6x-16<11 \xrightarrow{+11}$

$0<x^2-6x-5<22$ aunque esto tipo lo haremos más adelante de otro forma, ahora lo vamos a hacer completando cuadrados y con lo conocimiento del 11:

<u>Nota</u>: recuerda $(a\pm b)^2=a^2+b^2\pm 2ab$

Tomo x^2-6x-5 y lo expreso así: $x^2-6x-5=x^2-6x+9-9-5$

$=(x-3)^2-14$

proviene del cuadrado de una diferencia, donde $6x=2ax$

$(x-a)^2$ y ¿a? $\leftarrow$ $a=3$

Entonces $0<x^2-6x-5<22 \Rightarrow 0<(x-3)^2-14<22$

esto da lugar a que se tiene que verificar que:

$$\left.\begin{array}{l}(x-3)^2-14<22\\ \text{y} \quad 0<(x-3)^2-14\end{array}\right\}(*) \Rightarrow$$

$(x-3)^2<36 \Rightarrow |x-3|<6 \Rightarrow -6<x-3<6$

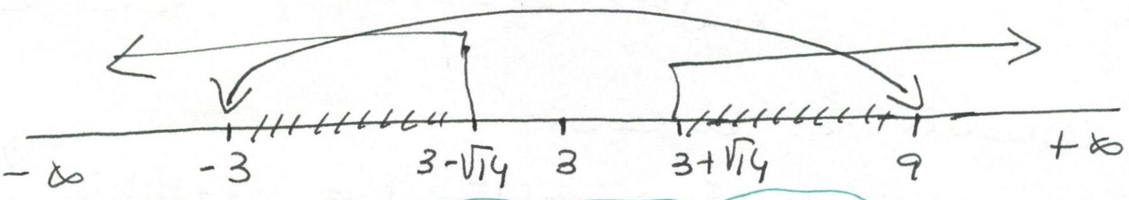
$-3<x<9$

$(x-3)^2>14 \Rightarrow |x-3|>\sqrt{14}$ luego:

$x-3>\sqrt{14} \Rightarrow x>3+\sqrt{14}$

ó $x-3<-\sqrt{14} \Rightarrow x<3-\sqrt{14}$ ó

Tenemos que escoger los valores de x que satisfacen, A LA VEZ las condiciones $(*)$



La solución es $x\in(-3,3-\sqrt{14})\cup(3+\sqrt{14},9)$