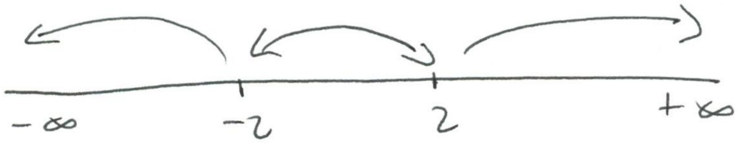
120) $|x+2|+|x-2|-8=6x$ ECUACIÓN

Vemos para qué valores se anulan los argumentos:

$x+2=0 \Rightarrow \underline{x=-2}$ $\quad x-2=0 \Rightarrow \underline{x=2}$

Las zonas a estudiar la ecuación son:



1) Si $x<-2$: es $\left.\begin{array}{l} x+2<0 \Rightarrow |x+2|=-(x+2) \\ x-2<0 \Rightarrow |x-2|=-(x-2) \end{array}\right\}$ la ecuación queda:

$-(x+2)-(x-2)-8=6x \Rightarrow -x-2-x+2-8=6x \Rightarrow$

$-2x-8=6x \Rightarrow -8x=8 \Rightarrow x=-1$ pero como $-1 \not< -2$

esta solución no es válida

2) Si $-2\leq x\leq 2$: es $\left.\begin{array}{l} x+2>0 \Rightarrow |x+2|=x+2 \\ x-2<0 \Rightarrow |x-2|=-(x-2) \end{array}\right\}$ la ecuac queda:

$x+2-(x-2)-8=6x \Rightarrow x+2-x+2-8=6x \Rightarrow$

$-4=6x \Rightarrow x=-\dfrac{2}{3}$ y como $-2\leq -\dfrac{2}{3}\leq 2$ por tanto,

es $x=-2/3$ solución de la ecuación

3) Si $x>2$: es $\left.\begin{array}{l} x+2>0 \Rightarrow |x+2|=x+2 \\ x-2>0 \Rightarrow |x-2|=x-2 \end{array}\right\}$ la ecuac queda:

$x+2+x-2-8=6x \Rightarrow 2x-8=6x \Rightarrow -4x=8$

$x=-2$ pero como $-2 \not> 2$ no es válida la solución

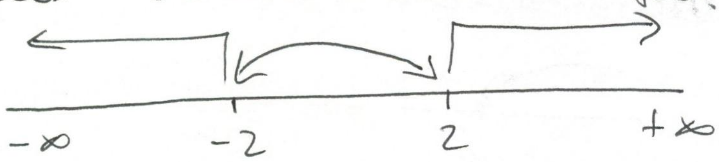
Resumiendo, la solución de la ecuación es $x=-2/3$

b) $|x+2| + |x-2| - 8 < 0$ INECUACIÓN

Veamos cuando se anulan los argumentos del $|\;|$;

$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \qquad x-2=0 \Rightarrow x=2$

las zonas a estudiar la inecuación son:



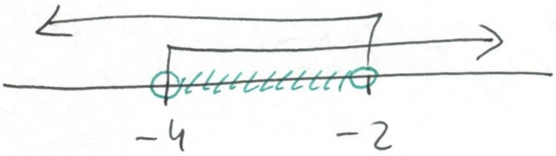
1) Si $x<-2$: es $x+2<0 \Rightarrow |x+2| = -(x+2)$
$x-2<0 \Rightarrow |x-2| = -(x-2)$ la inecuación queda:

$-(x+2)-(x-2)-8<0 \Rightarrow -x-2-x+2-8<0 \Rightarrow$

$-2x-8<0 \Rightarrow -2x<8 \Rightarrow 2x>-8 \Rightarrow x>-4$

luego, los valores de x que satisfacen, A LA VEZ:

$x<-2 \cap x>-4$



son $x \in (-4,-2)$

2) Si $-2 \le x \le 2$; es $x+2 \ge 0 \Rightarrow |x+2| = x+2$
$x-2<0 \Rightarrow |x-2| = -(x-2)$ la inecuación queda:

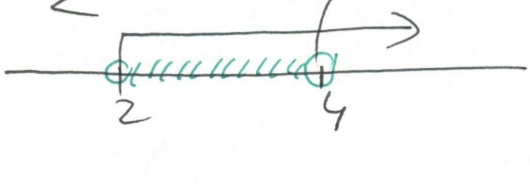
$x+2-(x-2)-8<0 \Rightarrow x+2-x+2-8<0 \Rightarrow -4<0$

y esto es siempre cierto, luego cualquier $-2 \le x \le 2$ es solución $x \in [-2,2]$

3) Si $x>2$: es $x+2>0 \Rightarrow |x+2| = x+2$
$x-2>0 \Rightarrow |x-2| = x-2$ la inecuación queda:

$x+2+(x-2)-8<0 \Rightarrow x+2+x-2-8<0 \Rightarrow 2x-8<0$

$2x<8 \Rightarrow x<4$. luego, los valores de x que cumplen A LA VEZ: $x>2$ y $x<4$ son



Resumiendo: la solución de la inecuación es:

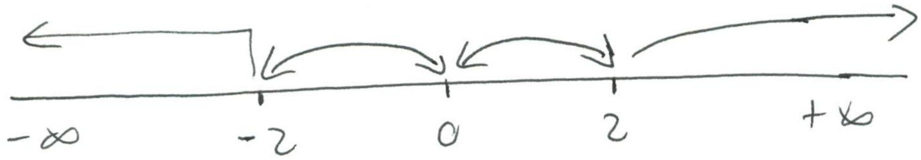
$x \in (-4,-2) \cup [-2,2] \cup (2,4) = (-4,4)$

c) $|x+2|+|x-2|-|x| \le 3$ INECUACIÓN

Vemos cuando se anulan los argumentos de los $|\ |$:

$x+2=0 \Rightarrow x=-2$ $\quad x-2=0 \Rightarrow x=2$ $\quad x=0$

Las zonas a estudiar la inecuación son:



1) Si $x<-2$: es $x+2<0 \Rightarrow |x+2|=-(x+2)$

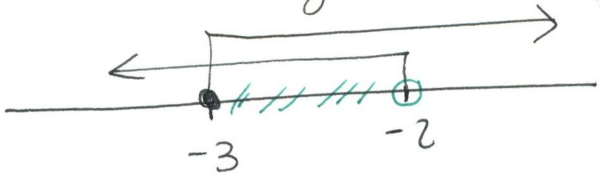
$x-2<0 \Rightarrow |x-2|=-(x-2)$

$x<0 \Rightarrow |x|=-x$

la inecuación queda:

$-(x+2)-(x-2)+x \le 3 \Rightarrow -x-2-x+2+x \le 3 \Rightarrow$

$-x \le 3 \Rightarrow x \ge -3$. Luego, los valores de x que cumplen A LA VEZ $x<-2$ y $x \ge -3$ son:



$x \in [-3,-2)$

2) Si $-2 \le x \le 0$: es $x+2>0 \Rightarrow |x+2|=x+2$

$x-2<0 \Rightarrow |x-2|=-(x-2)$

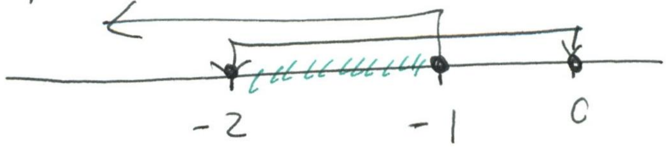
$x<0 \Rightarrow |x|=-x$

la inecuación queda:

$x+2-(x-2)+x \le 3 \Rightarrow x+2-x+2+x \le 3 \Rightarrow x \le -1$

Los valores de x que cumplen A LA VEZ:

$-2 \le x \le 0$ y $x \le -1$



son $x \in [-2,-1]$

3) Si $0 < x \leq 2$: es $x+2>0 \Rightarrow |x+2| = x+2$

$x-2<0 \Rightarrow |x-2| = -(x-2)$

$x>0 \Rightarrow |x| = x$

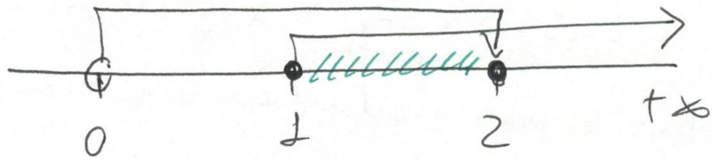
la inecuac. queda!

$x+2-(x-2)-x \leq 3 \Rightarrow x+2-x+2-x \leq 3 \Rightarrow -x \leq -1$

$\Rightarrow x \geq 1$. luego, los valores de x, que A LA VEZ, cumplen

$0 < x \leq 2 \cap x \geq 1$

y



son $x \in [1,2]$

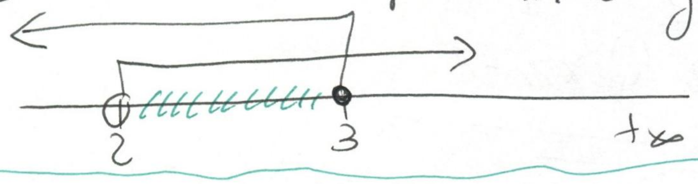
4) Si $x>2$: es $x+2>0 \Rightarrow |x+2| = x+2$

$x-2>0 \Rightarrow |x-2| = x-2$

$x>0 \Rightarrow |x| = x$

la inecuación queda:

$x+2+(x-2)-x \leq 3 \Rightarrow x \leq 3$, luego, los valores de x que A LA VEZ cumplen $x>2$ y $x \leq 3$ son:



$x \in (2,3]$

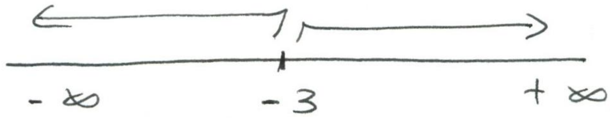
Resumiendo: la solución de la inecuación es:

$$x \in \underbrace{[-3,-2) \cup [-2,-1]} \cup \underbrace{[1,2] \cup (2,3]} = [-3,-1] \cup [1,3]$$

d) $|x+3| > 6+2x$ INECUACIÓN

Vemos cuando se anula $x+3=0 \Rightarrow \underline{x=-3}$

Las zonas en donde estudiamos la inecuación son:



1) Si $\underline{x<-3}$: es $x+3<0 \Rightarrow |x+3| = -(x+3)$ y queda la inecuac

$-(x+3) > 6+2x \Rightarrow -x-3 > 6+2x \Rightarrow -3x > 9 \Rightarrow 3x < -9$

$\Rightarrow \underline{x<-3}$ y $\underbrace{x<-3}_{\text{zona}} \cap \underbrace{x<-3}_{\text{soluc inec}} = \underline{x<-3}$

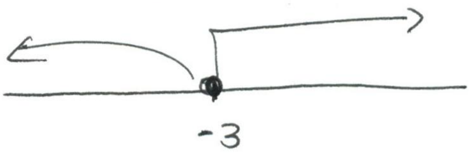
Luego $x \in (-\infty,-3)$ es solución de la inecuación

2) Si $\underline{x \geq -3}$: es $x+3 \geq 0 \Rightarrow |x+3| = x+3$ y la inecuación queda

$x+3 > 6+2x \Rightarrow -x > 3 \Rightarrow x < -3$

Vemos los valores de x que satisfagan A LA VEZ las condiciones

$x \geq -3 \cap x < -3$
y



$\emptyset$

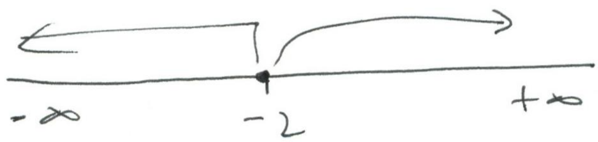
$= \emptyset$ no hay ningún x.

Resumiendo, la solución de la inecuación es $x \in (-\infty,-3)$

e) $4x - |2x+4| \geq 0$ INECUACIÓN

Vemos cuando se anula $2x+4=0 \Rightarrow 2x=-4 \Rightarrow \underline{x=-2}$

Las zonas donde estudiamos la inecuac son:

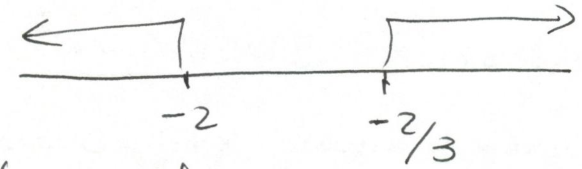


1) Si $\underline{x \leq -2}$: es $x+2 \leq 0 \Rightarrow |x+2| = -(x+2)$ y queda:

$4x + 2x + 4 \geq 0 \Rightarrow 6x \geq -4 \Rightarrow x \geq -2/3$

entonces los valores de x que cumplen A LA VEZ

$x \leq -2 \cap x \geq -2/3$
y



$\emptyset$

no hay ningún x que lo cumpla en esta zona.

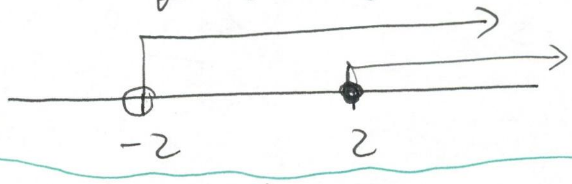
2) Si $x > -2$: es $x+2 > 0 \Rightarrow |x+2| = x+2$ y la inecuación queda

$4x - (2x+4) \geq 0 \Rightarrow 4x - 2x - 4 \geq 0 \Rightarrow 2x - 4 \geq 0 \Rightarrow$

$2x \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$

Entonces, los valores de x que satisfacen A LA VEZ:

$x > -2 \cap x \geq 2$
y



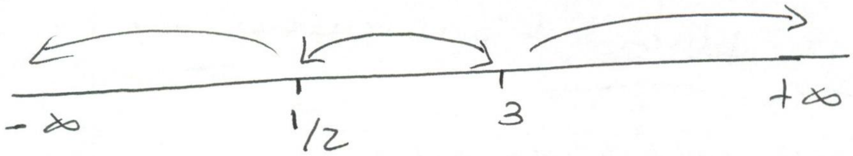
es $x \geq 2$. Luego $x \in [2, +\infty)$ es la única solución de la inecuación

f) $|2x-1| - |x-3| + \frac{3}{2} < 0$ INECUACIÓN

Vemos cuando se anulan los argumentos de los $|\,|$:

$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1/2$. $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

Las zonas en donde estudiamos la inecuación son:



1) Si $x \leq 1/2$: es $2x - 1 \leq 0 \Rightarrow |2x-1| = -(2x-1)$
$x - 3 < 0 \Rightarrow |x-3| = -(x-3)$

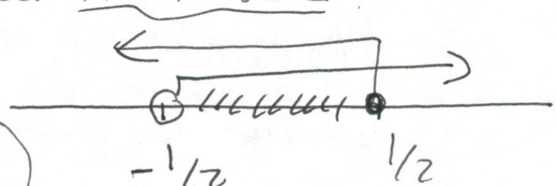
la inecuación queda:

$-(2x-1) + x - 3 + \frac{3}{2} < 0 \Rightarrow -2x + 1 + x - 3 + \frac{3}{2} < 0$

$-x - \frac{1}{2} < 0 \Rightarrow -x < \frac{1}{2} \Rightarrow x > -1/2$

Los valores de x que satisfacen A LA VEZ:

$x \leq 1/2 \cap x > -1/2$
y



Serían $x \in (-1/2, 1/2]$

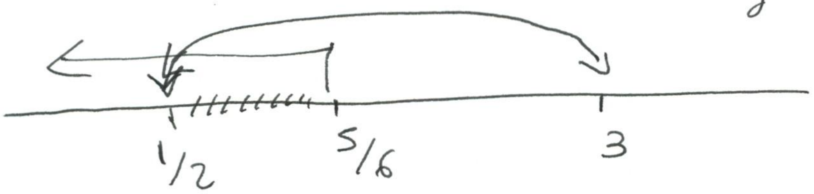
2) Si $\frac{1}{2} < x < 3$: es $2x-1 > 0 \Rightarrow |2x-1| = 2x-1$
$x-3 < 0 \Rightarrow |x-3| = -(x-3)$

la inecuación queda: $2x-1+(x-3)+\frac{3}{2} < 0 \Rightarrow$

$2x-1+x-3+\frac{3}{2} < 0 \Rightarrow 3x-4+\frac{3}{2} < 0 \Rightarrow 3x - \frac{5}{2} < 0$

$3x < \frac{5}{2} \Rightarrow x < \frac{5}{6}$. Entonces, los valores de x que

A LA VEZ satisfacen $\frac{1}{2} < x < 3$ $\underset{y}{\cap}$ $x < 5/6$



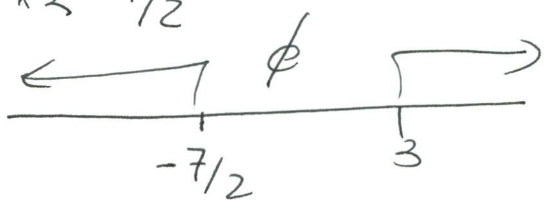
sea $x \in \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{6}\right)$

3) Si $x \geq 3$: es $2x-1 > 0 \Rightarrow |2x-1| = 2x-1$
$x-3 \geq 0 \Rightarrow |x-3| = x-3$
la inecuación queda:

$2x-1-(x-3)+\frac{3}{2} < 0 \Rightarrow 2x-1-x+3+\frac{3}{2} < 0 \Rightarrow$

$x+2+\frac{3}{2} < 0 \Rightarrow x+\frac{7}{2} < 0 \Rightarrow x < -7/2$

Hacemos $x \geq 3$ $\underset{y}{\cap}$ $x < -7/2$



No hay ninguno.

Resumiendo: la solución de la inecuación será:
$x \in (-1/2, 1/2] \cup \left(1/2, \frac{5}{6}\right) = (-1/2, 5/6)$