Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

1) $2^{2x+2} = 0{,}5^{2x-1}$

2) $3^{x-1} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2x-1}$

3) $9^{x} - 2\cdot 3^{x+2} + 81 = 0$

4) $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$

5) $3^{5\left(x^2-4x+4\right)} = 3$

6) $2^{x} + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 480$

7) $2^{x} - 5\cdot 2^{-x} + 4\cdot 2^{-3x} = 0$

8) $5^{x+1} = 3^{1-2x}$

No 9) $7^{2x+3} - 8.7^{x-1} + 1 = 0$

10) $3^{x} + \dfrac{1}{3^{x-1}} = 4$

11) $16^{x} + 16^{1-x} - 10 = 0$

12) $3^{2(x+1)} - 28\cdot 3^{x} + 3 = 0$

13) $3^{x} + 3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} + 3^{x-4} = 363$

14) $3^{x-1} + 3^{x} + 3^{x+1} = 117$

15) $2^{2x} + 2^{2x-1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3} + 2^{2x-4} = 1984$

16) $4^{x} = 6^{1-x}$

1) $2^{2x+2} = 0'5^{2x-1}$

$$2^{2x+2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1}$$

$$2^{2x+2} = 2^{-(2x-1)}$$

$$2x+2 = -2x+1$$

$$2x+2x = 1-2$$

$$4x = -1$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

2) $3^{x-1} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2x-1}$

Bases iguales, igualamos los exponentes.

$$3^{x-1} = 3^{-(-2x-1)}$$

$$x-1 = 2x+1$$

$$x-2x = 1+1$$

$$-x = 2$$

$$x = -2$$

4) $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$

$$2^{2(x+1)} + 2^{x}\cdot 2^{3} - 320 = 0$$

$$2^{2x}\cdot 2^{2} + 2^{x}\cdot 8 - 320 = 0$$

$$(2^{x})^{2}\cdot 4 + 2^{x}\cdot 8 - 320 = 0$$

$$2^{x} = a$$

$$4a^{2} + 8a - 320 = 0$$

$$a^{2} + 2a - 80 = 0$$

$$a^2 + 2a - 80 = 0$$

$$a = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4\cdot(-80)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+320}}{2} =$$

$$= \frac{-2 \pm 18}{2} = \begin{cases} a_1 = 8 \\ a_2 = -10. \end{cases}$$

Como $2^x = a$

1) $2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3.$

2) $2^x = -10$ es imposible $\nleftrightarrow$ porque $2^x > 0$

5) $3^{5(x^2-4x+4)} = 3$ Bases iguales Igualamos exponentes.

$$5(x^2 - 4x + 4) = 1$$

$$5x^2 - 20x + 20 = 1$$

$$5x^2 - 20x + 19 = 0$$

$$x = \frac{20 \pm \sqrt{20^2 - 4\cdot 5\cdot 19}}{2\cdot 5} = \frac{20 \pm \sqrt{400-380}}{10} =$$

$$= \frac{20 \pm \sqrt{20}}{10} = \frac{20 \pm 2\sqrt{5}}{10} = \frac{10 \pm \sqrt{5}}{5} =$$

⇑ NO EXACTAMENTE

$$= \begin{cases} x_1 = \frac{10+\sqrt{5}}{5} = 2 + \frac{\sqrt{5}}{5} \\ x_2 = \frac{10-\sqrt{5}}{5} = 2 - \frac{\sqrt{5}}{5} \end{cases}$$

$$= \frac{\cancel{2}(10 \pm \sqrt{5})}{\cancel{2}\cdot 5} =$$

$$= \frac{10 \pm \sqrt{5}}{5} =$$

$$= \frac{10}{5} \pm \frac{\sqrt{5}}{5} =$$

$$= 2 \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$$

6) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 480$

$2^x + 2^x \cdot 2 + 2^x \cdot 2^2 + 2^x \cdot 2^3 = 480$

Hacemos un cambio de variable

$$2^x = a$$

$$a + 2a + 4a + 8a = 480$$

$$15a = 480$$

$$a = \frac{480}{15}$$

$$a = 32$$

Pero queremos "x":

$$2^x = a$$

$$2^x = 32$$

$$2^x = 2^5$$

$$x = 5$$

7) $2^x - 5 \cdot 2^{-x} + 4 \cdot 2^{-3x} = 0$

$$2^x - 5 \cdot \frac{1}{2^x} + 4 \cdot \frac{1}{2^{3x}} = 0$$

$$2^x - \frac{5}{2^x} + \frac{4}{(2^x)^3} = 0$$

Hacemos un cambio de variable.

$$2^x = a$$

$a - \frac{5}{a} + \frac{4}{a^3} = 0$ (Ecuación Racional).

$$\frac{a^4 - 5a^2 + 4}{a^3} = 0$$

Una fracción vale cero cuando es nulo, es 0, el numerador.

$a^4 - 5a^2 + 4 = 0$ $\qquad y = a^2$ Cambio.

$y^2 - 5y + 4 = 0$

$y_1 = 4$

$y_2 = 1$

1) $y = a^2$

$4 = a^2 \qquad a = \sqrt{4}$ $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = -2 \end{cases}$

2) $y = a^2$

$1 = a^2 \qquad a = \sqrt{1}$ $\begin{cases} a_3 = 1 \\ a_4 = -1 \end{cases}$

Tenemos: $2^x = a$

1) $2^x = 2 \qquad x = 1$

2) $2^x = -2 \qquad 2^x > 0$

3) $2^x = 1 \qquad x = 0$

4) $2^x = -1 \qquad 2^x > 0$

SOLUCIONES

$x = 1$

$x = 0$

15) $2^{2x} + 2^{2x-1} + 2^{2x-2} + 2^{2x-3} + 2^{2x-4} = 1984$

$2^{2x} + 2^{2x} \cdot 2^{-1} + 2^{2x} \cdot 2^{-2} + 2^{2x} \cdot 2^{-3} + 2^{2x} \cdot 2^{-4} = 1984$

Hacemos el cambio $2^{2x} = a$

$$a + \frac{a}{2} + \frac{a}{4} + \frac{a}{8} + \frac{a}{16} = 1984$$

Ecuación de 1^er grado.

$$\frac{16a + 8a + 4a + 2a + a}{16} = 1984$$

$$\frac{31a}{16} = 1984$$

$$31a = 16 \cdot 1984$$

$$a = \frac{16 \cdot 1984}{31}$$

$a = 1024$ pero queremos "x"

Teníamos $2^{2x} = a$

$$2^{2x} = 1024$$

$2^{2x} = 2^{10}$ misma base

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

9) $7^{2x+3} - 8 \cdot 7^{x-1} + 1 = 0$

$$7^{2x} \cdot 7^3 - 8 \cdot 7^x \cdot 7^{-1} + 1 = 0$$

$$343 \cdot (7^x)^2 - \frac{8}{7} \cdot 7^x + 1 = 0$$

Llamo a $7^x = a$

$343a^2 - \frac{8}{7}a + 1 = 0$ Ecuación 2º Grado.

$2401a^2 - 8a + 7 = 0$

$$a = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 2401 \cdot 7}}{2 \cdot 2401} = \nexists\ a$$

12) $3^{2(x+1)} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$

$3^{2x} \cdot 3^2 - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$

$9(3^x)^2 - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$

Hacemos $3^x = a$

$9a^2 - 28a + 3 = 0$

$$a = \frac{28 \pm \sqrt{(-28)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 9}}{2 \cdot 9} = \frac{28 \pm 26}{18} \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_2 = \frac{1}{9} \end{cases}$$

Como $3^x = a$

1) $3^x = 3^1 \Longrightarrow x = 1.$

2) $3^x = \frac{1}{9} \Rightarrow 3^x = 3^{-2} \Rightarrow x = -2$

10) $3^x + \frac{1}{3^{x-1}} = 4$

$3^x + 3^{-(x-1)} = 4$

$3^x + 3^{-x} \cdot 3 = 4$

$3^x + \frac{1}{3^x} \cdot 3 = 4$

Hacemos un cambio de variable:

$$3^x = a$$

$$a + \frac{1}{a} \cdot 3 = 4$$ Multiplicamos por a para quitar denominadores.

$$a^2 + 3 - 4a = 0$$

$$a = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \begin{cases} a_1 = 3 \\ a_2 = 1. \end{cases}$$

Como queremos "x":

1) $3^x = a_1$ $\quad 3^x = 3 \quad x = 1$

2) $3^x = a_2$ $\quad 3^x = 1 \quad x = 0$

11) $16^x + 16^{1-x} - 10 = 0$

$$16^x + 16 \cdot 16^{-x} - 10 = 0$$

$$16^x + \frac{16}{16^x} - 10 = 0$$ Hacemos un cambio de variable:

$$16^x = a$$

$$a + \frac{16}{a} - 10 = 0$$

$$a^2 - 10a + 16 = 0$$

$$a_1 = 8$$

$$a_2 = 2$$

Como $16^x = a$

1) $16^x = a_1$; $16^x = 8$; $2^{4x} = 2^3$; $4x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

2) $16^x = a_2$ $16^x = 2$ $2^{4x} = 2$ $4x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$.

13) $3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} + 3^{x-4} = 363$

$3^x + 3^x \cdot 3^{-1} + 3^x \cdot 3^{-2} + 3^x \cdot 3^{-3} + 3^x \cdot 3^{-4} = 363$

Hacemos un cambio de variable:

$$3^x = a$$

$$a + \frac{a}{3} + \frac{a}{9} + \frac{a}{27} + \frac{a}{81} = 363$$

$$\frac{81a + 27a + 9a + 3a + a}{81} = 363$$

$$\frac{121a}{81} = 363$$

$$121a = 363 \cdot 81$$

$$a = \frac{29403}{121}$$

$$a = 243$$

Como $3^x = a$:

1) $3^x = 243$

$$3^x = 3^5$$

$$\underline{x = 5}$$

14) $3^{x-1} + 3^{x} + 3^{x+1} = 117$

$3^{x} \cdot 3^{-1} + 3^{x} + 3^{x} \cdot 3 = 117$

Hacemos un cambio de variable.

$$3^{x} = a$$

$\frac{a}{3} + a + 3a = 117$ Multiplico x 3 para quitar denominadores.

$a + 3a + 9a = 117 \cdot 3$

$$13a = 351$$

$$a = 27.$$

Como $3^{x} = a$

$3^{x} = 27$

$3^{x} = 3^{3} \Longrightarrow x = 3.$

8) $5^{x+1} = 3^{1-2x}$

$\log 5^{x+1} = \log 3^{1-2x}$

$(x+1) \log 5 = (1-2x) \log 3$

$x \log 5 + \log 5 = \log 3 - 2x \log 3$

$x \log 5 + 2x \log 3 = \log 3 - \log 5$

$x(\log 5 + 2\log 3) = \log 3 - \log 5$

$$x = \frac{\log 3 - \log 5}{\log 5 + 2\log 3} \approx -0'13$$

16) $4^{x} = 6^{1-x}$

$$\log 4^{x} = \log 6^{1-x}$$

$$x \log 4 = (1-x) \log 6$$

$$x \log 4 = \log 6 - x \log 6$$

$$x \log 4 + x \log 6 = \log 6$$

$$x(\log 4 + \log 6) = \log 6$$

$$x = \frac{\log 6}{\log 6 \cdot 4}$$

$$x = \frac{\log 6}{\log 24} \approx 0'56$$