POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

PRODUCTOS NOTABLES

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$
$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$
$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$$
$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

OPERACIONES CON POLINOMIOS; SUMAS Y PRODUCTOS

1. Sean los polinomios:

$$p(x) = \frac{1}{3}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - x + 2 \qquad q(x) = 2x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 2x \quad c(x) = (3x^2 + 2)$$

Calcular:

$$5(p(x) - 2q(x)) - (q(x) - p(x))$$

$$c(x)^2 + (2p(x) - q(x)) - (c(x) + p(x)) + 3c(x)$$

$$(6p(x) + \frac{1}{3}q(x)) - (\frac{1}{2}p(x) + q(x)) + c(x)^3$$

RECONOCER PRODUCTOS NOTABLES

2. Efectuar las multiplicaciones, reconociendo productos notables:

$$(2x-3)(2x+3)(4x^2+9)$$

$$(3x-\sqrt{5})^2(3x+\sqrt{5})^2$$

$$(5x+\sqrt{7})(5x-\sqrt{7})(25x^2-7)$$

$$(2x-3\sqrt{2})^2(2x+3\sqrt{2})^2$$

3. Descomponer en producto de factores, bien sacando factor común o bien reconociendo los desarrollos:

$$6x^4 - 150x^2 \qquad x^4 - 16 \qquad x^2 - 49 \qquad x^2 - 14x + 49 \qquad x^3 - 49x$$

$5x^5 - 80x$ $\quad 2x^3 - 28x^2 + 98x$ $\quad x^4 - 18x^2 + 81$ $\quad 5x^5 - 10x^4 + 5x^3$

$x^4 - \frac{81}{256}$ $\quad x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$ $\quad x^4 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{16}$ $\quad 4x^2 - 12x + 9$ $\quad x^4 + \frac{2}{9}x^2 + \frac{1}{81}$

4. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

$$\frac{3x^2}{x^2 - 6x} \qquad \frac{x^2 - 14x + 49}{x^2 - 49} \qquad \frac{x^3 - 10x^2 + 25x}{2x^3 - 50x} \qquad \frac{x^4 - 16}{x^4 + 8x^2 + 16}$$

DIVISIÓN DE POLINOMIOS

5. Calcula el cociente y el resto de cada una de las divisiones:

$$)(x^4 - 4x^2 + 12x - 9) : (x^2 - 2x + 3)$$
$$(3x^3 - 5x^2 + 7x - 3) : (x^2 - 1)$$
$$(3x^4 - x^2 - 1) : (3x^2 - 3x - 4)$$
$$(6x^5 + 9x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 8x + 5) : (3x^2 - 3x - 1)$$

6. ¿Cuánto han de valer a y b para que la siguiente división sea exacta?

$$x^4 - 5x^3 + 3x^2 + ax + b : x^2 - 5x + 1$$

¿Y cuánto han de valer a y b para que el resto de la división sea 3x-7?

7. Expresa el resultado de las siguientes divisiones en la forma $\frac{D}{d} = c + \frac{r}{d}$

$$\frac{x^3 - x^2 + 2x + 1}{x^2 + 5x - 2} \qquad \frac{3x^4 + 4x^2 - 52x + 2}{x^2 + 2} \qquad \frac{x^4 + 3x^2 + 2x + 3}{x^2 + 4x - 1}$$

DIVISIÓN DE POLINOMIOS: REGLA DE RUFINI

8. Efectuar las siguientes divisiones aplicando la regla de Ruffini para calcular los polinomios cociente y resto:

$$(2x^4 + x^3 - 3x^2 + 5x + 1) : (x - 2)$$
$$(3x^3 + 2x^2 + 1) : (x + 3)$$
$$(x^5 + 3x^3 - 3x + 2) : (x + 1)$$
$$(x^4 - 81) : (x - 3)$$

9. Efectuar las siguientes divisiones aplicando la regla de Ruffini para calcular los polinomios cociente y resto:

$$(x^6 + 5x^4 - 3x^2 + 1) : (2x - 4)$$
$$(x^3 + 2x^2 - 5x + 1) : (2x + 3)$$
$$(3x^3 + x^2 + 3x + 2) : (3x - 1)$$
$$(x^5 + 2x^4 - x^2 + 3x - 2) : (-2x + 1)$$

Si la división es entre (a x - b), o sea el coeficiente de x no es 1, tener en cuenta que:

$$\begin{array}{r|l} P(x) & ax - b \\ \hline \underline{R} & C(x) \end{array}$$

P(x) = (ax – b)C(x) + R (dividendo = divisor*cociente + resto)

$$P(x) = (ax - b) * C(x) + R$$
$$P(x) = a\left(x - \frac{b}{a}\right)C(x) + R$$
$$\frac{P(x)}{a} = \left(x - \frac{b}{a}\right)C(x) + \frac{R}{a}$$
$$P''(x) = \left(x - \frac{b}{a}\right)C(x) + R'$$

VALOR NUMÉRICO DE UN POLINOMIO, RAÍCES O CEROS DE UN POLINOMIO

10. Calcula el valor numérico del polinomio $p(x) = x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 18x + 72$ para x = -1, x = 0, x = -2, x = 2 y x = 3. ¿Cuáles de esos valores son raíces del polinomio?.

11. ***Teorema fundamental del Álgebra:***

Todo polinomio de grado n tiene n raíces.

Nosotros nos centraremos fundamentalmente en **detectar en primer lugar,** si existen**,** las raíces enteras, esto es, las que pertenecen al conjunto **Z**, así:
***Las raíces enteras de un polinomio, si existen, se encuentran entre los divisores del término independiente*:**
(Las raíces racionales o irracionales que tuviese las detectamos s más adelante)

Busca algunas raíces enteras, en los polinomios:

$$p(x) = 6x^4 - 5x^3 - 23x^2 + 20x - 4$$
$$q(x) = 2x^3 - 3x^2 - 9x + 10$$
$$j(x) = x^4 - 5x^2 + 4$$

TEOREMA DEL RESTO

"El valor numérico del polinomio P(x) para x = a coincide con el resto de la división entre el polinomio p(x) y el binomio (x – a) ":

P(a) = R

Demostración:

$$\begin{array}{l|l} P(x) & x-a \\ \hline \underline{R} & C(x) \end{array}$$

P(x) = (x – a)C(x) + R

para x = a es P(a) = (a – a) C(x) + R = R   luego P(a)=R

12. Aplica la regla de Ruffini para calcular P(-2) y P(5) siendo:

$$P(x) = x^4 - 3x^2 + 5x - 7$$

13. Hallar "p" para que sea exacta la división del polinomio $P(x) = x^2 - 2x + p$ entre el polinomio $Q(x) = x + 3$

14. Buscar el valor de "r" para que sea nulo el resto de la división:

$$(x^3 - \frac{2}{3}x^2 + rx + \frac{7}{9}) : (x + \frac{1}{3})$$

15. ¿Qué valor ha de tomar "m" para que $P(x) = x^5 - 8x^2 + mx - 6x^3 + 1$ sea divisible por el binomio x – 4 ?

16. ¿Qué valor ha de tomar "b" para que x – 3 sea un factor del polinomio:

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 2x - 2b - 2$$

17. En el polinomio $P(x) = x^4 - 3x^3 + 2x - 2m$ determinar "m" para que al dividirlo por el binomio x + 4 su resto sea 16.

18. Hallar el valor de "r" para que -2 sea un cero del polinomio

$$P(x) = -3x^3 + x^2 + 2rx - 4$$

19. Obtener P(8) siendo $P(x) = -x^3 + x^2 + 2x - 4$ utilizando el teorema del resto.

20. Obtener el valor de "b" sabiendo que P(2)=5 en el polinomio

$$P(x) = x^4 - x^2 + bx + 5$$

21. ¿Cuánto vale "k" en $P(x) = x^3 - 3kx^2 + 2x - 5$ si P(2)=4 ?

22. Obtener P(2) en $P(x) = -2x^3 - x^2 + 2x - 3$ de dos formas diferentes.

23. Calcular, sin realizar la división, el resto de las siguientes divisiones:

$$P(x) = 2x^4 + 4x^2 - 6x - 10 \quad entre \quad Q(x) = 2x + 1$$
$$P(x) = -x^3 + 2x^2 - 3x - 1 \quad entre \quad Q(x) = -3x + 2$$

24. ¿Es divisible $P(x) = x^4 + 3x^3 - 6x + 2$ por (5 x – 1) ?

25. ¿Es exacta la división $(x^4 + 3x^3 - 6x + 2) : (4x + 2)$?

26. ¿Es divisible $P(x) = x^4 + 4x + 5 - 3x^3$ por (3 x + 1)?

27. Hallar "m" y "n" sabiendo que el polinomio $P(x) = x^2 + mx + n$ es divisible por $P(x) = x^2 - 4x + 3$

28. Hallar "m" y "n" para que sea exacta la división:

$$(2x^4 - 5x^3 + 2x^2 + mx + n) : (x^2 - 3x + 2)$$

29. Hallar "k" para que sea exacta la división:

$$(x^4 + kx^2 + (k-1)x - 2) : (x - \frac{1}{2})$$

30. Hallar "k" para que la división tenga de resto 4:

$$(x^4 - kx^2 + (k+2)x + 1) : (2x - 1)$$

TEOREMA DEL FACTOR.

Si x = a es raíz del polinomio P(x) entonces P(x) es divisible por (x – a), esto es (x – a) es factor de P(x):

P(x) = (x – a) C(x)

Demostración:

$$\begin{array}{l|l} P(x) & x-a \\ \cline{2-2} \underline{R} & C(x) \end{array}$$

P(x) = (x – a)C(x) + R

por el teorema del resto P(a)=R y como a es raíz es P(a)=0 luego es R = 0, entonces queda P(x) = (x – a)C(x)

FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS I

31. Escribe un polinomio que tenga por raíces:

$$x_1 = \frac{4}{3}, x_2 = \frac{5}{2}, x_3 = -1$$

$$x_1 = x_2 = 2, x_3 = -\frac{3}{4}$$

$$x_1 = 5, x_2 = -2, x_3 = -\sqrt{3}, x_4 = \sqrt{3}$$

$$x_1 = 4, x_2 = -1 \quad doble, x_3 = \frac{1}{2}$$

$$x_1 = 0, x_2 = \sqrt{2}, x_3 = -\sqrt{2}, x_4 = \frac{1}{4}$$

$$x_1 = 1 \quad triple, x_2 = 0 \quad doble$$

¿EN QUE CONSISTE RESOLVER UNA ECUACIÓN?

Sea ***f*** una función real de variable real, la igualdad ***f(x) = b*** en la que "***b***" es un número real conocido y "***x***" un número real a determinar se le llama una ***ecuación***. A la letra "***x***" se le llama ***incógnita,*** y todo número "***x***" que verifique la citada igualdad se denomina una ***solución*** de la ecuación.

Entendemos por resolver la ecuación ***f(x) = b***, encontrar el conjunto ***S*** de sus soluciones.

LA ECUACIÓN DE PRIMER GRADO

Si tomamos **f** como ***f(x) = a x*** donde "***a***" es un número real conocido y distinto de cero, obtenemos la ecuación de primer grado con una incógnita:

$$f(x) = b$$
$$a\,x = b$$

Si tomamos ***p*** como ***p(x) = a x + b***, resolver la ecuación ***p(x) = 0*** sería calcular el valor "***x***" para el cuál el polinomio ***p(x)*** se anula, esto es, la raíz del polinomio ***p(x)*** .

Para resolver una ecuación de primer grado se quitan paréntesis y denominadores convenientemente y se reduce todo a una ecuación del tipo ***a x = b***

32. Resolver las siguientes ecuaciones:

$$\frac{2x+3}{5}+\frac{2x-1}{2}-2x=1+\frac{4x-1}{10}$$

$$(5x-3)^2-5x(4x-5)=5x(x-1)$$

$$2\left(\frac{3x+5}{5}-\frac{3x+1}{2}\right)-3x=\frac{16x+5}{5}-2x$$

$$\frac{x-5}{2}-\frac{x-10}{12}=\frac{3-x}{4}-\frac{x-2}{3}$$

$$\frac{1}{3}(9-3x)+\frac{1}{4}(x-2)(x+1)=\frac{(x-1)^2}{4}$$

$$\frac{(x+1)^2}{16}-\frac{1+x}{2}=\frac{(x-1)^2}{16}-\frac{2+x}{4}$$

LA ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

Si tomamos ***p*** como ***p(x) = a x²*** + ***b x*** +***c***, resolver la ecuación ***p(x) = 0*** sería calcular los valores "***x***" (si los hay) para los cuales el polinomio ***p(x)*** se anula, esto es, las raíces del polinomio ***p(x)*** .

Para resolver una ecuación de segundo grado aplicamos la fórmula:

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

¿Cuántas soluciones hay de la ecuación de 2º grado?:

$$si \quad b^2-4ac>0 \quad hay\ dos\ soluciones\ x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad y \quad x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$si \quad b^2-4ac=0 \quad las\ dos\ soluciones\ son\ iguales \quad x_1=x_2=\frac{-b}{2a}$$

$$si \quad b^2-4ac<0 \quad no\ hay\ solución\ real$$

33. Resolver las siguientes ecuaciones:

$$4x^2-12x+5=0$$

$$-3x^2-8x+3=0$$

$$x^2-4\sqrt{2}x+6=0$$

$$-6x^2-x+1=0$$

$$2x^2+5x+1=0$$

$$4x^2-12\sqrt{5}x+45=0$$

$$\left(x^2-1\right)^2=x\left(x^3+1\right)$$

$$x^2+\sqrt{3}x+\sqrt{5}=0$$

ECUACIONES BICUADRADAS

34. Resolver las siguientes ecuaciones bicuadradas:

$$9x^4+16=40x^2$$

$$x^4-29x^2+100=0$$

$$x^4+5x^2=0$$

$$x^4+21x^2-100=0$$

$$x^4+5x^2+4=0$$

$$x^2=\frac{12}{x^2+1}$$

Relación entre las raíces x_1 y x_2 de una ecuación de segundo grado y los coeficientes a, b y c de la ecuación

$$ax^2+bx+c=0$$

$$la\ suma\ de\ las\ raíces\ es: x_1+x_2=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}+\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b}{a}$$

$$el\ \ producto\ de\ las\ raíces\ es: x_1\cdot x_2=\frac{(-b+\sqrt{b^2-4ac})}{2a}\cdot\frac{(-b-\sqrt{b^2-4ac})}{2a}=\frac{c}{a}$$

en el caso particular de **a = 1** queda:

$$x^2+bx+c=0$$

$la\ suma\ de\ las\ raíces\ es: x_1+x_2=-b$ opuesto del coeficiente de la x

$el\ \ producto\ de\ las\ raíces\ es: x_1\cdot x_2=c$ término independiente

35. Obtener las raíces $\alpha\quad y\quad \beta$ de las siguientes ecuaciones de 2º grado y factorizar el polinomio ax^2+bx+c de la forma $a(x-\alpha)(x-\beta)$

$$6x^2-5x+1=0 \qquad 16x^2-16x+3=0$$
$$x^2+2x-24=0 \qquad 25x^2-30x+9=0$$

36. Deducir las raíces de la ecuación de 2º grado en la que se sabe que l suma y el producto son:

$$\begin{cases} suma=5\\ producto=6\end{cases} \qquad \begin{cases} suma=\dfrac{3}{2}\\ producto=\dfrac{1}{2}\end{cases} \qquad \begin{cases} suma=-\dfrac{5}{6}\\ producto=-\dfrac{1}{6}\end{cases} \qquad \begin{cases} suma=\dfrac{1+\sqrt{3}}{3}\\ producto=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\end{cases}$$

37. Escribir una ecuación de 2º grado cuyas raíces sean $\alpha\quad y\quad \beta$:

$$\begin{cases} \alpha=-1\\ \beta=4\end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha=-2\\ \beta=-\dfrac{3}{2}\end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha=-\dfrac{5}{6}\\ \beta=-\dfrac{1}{3}\end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha=1-\sqrt{3}\\ \beta=1+\sqrt{3}\end{cases}$$

FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS II

Recordemos el teorema del factor: Si x = a es raíz del polinomio P(x) entonces P(x) es divisible por (x – a), esto es (x – a) es factor de P(x):

P(x) = (x – a) C(x)

38. Descomponer en factores estos polinomios y di cuáles son sus raíces:

$$r(x) = x^4 + x^3 - 27x^2 - 25x + 50$$
$$p(x) = 6x^4 - 5x^3 - 23x^2 + 20x - 4$$
$$q(x) = 2x^3 - 3x^2 - 9x + 10$$
$$j(x) = x^4 - 5x^2 + 4$$
$$h(x) = x^5 - 7x^4 + 10x^3 - x^2 + 7x - 10$$
$$j(x) = 4x^2 + 4x + 1$$
$$s(x) = x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 12x + 12$$

M.C.D y m.c.m DE POLINOMIOS

39. Calcula el M.C.D y el m.c.m de cada pareja de polinomios

$A(x) = x^2 - 4 \quad B(x) = x^2 - 4x + 4$

$A(x) = x^4 - 7x^3 + 12x^2 \quad B(x) = x^5 - 3x^4 - 4x^3$

$A(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \quad B(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$

$A(x) = x^2 + x - 12 \quad B(x) = x^3 - 9x$

$A(x) = x^3 + x^2 - x - 1 \quad B(x) = x^3 - x$

$A(x) = x^6 - x^2 \quad B(x) = x^3 - x^2 + x - 1$

FRACCIONES ALGEBRÁICAS

40. Efectuar, simplificando el resultado lo más posible:

$$\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2 - x} \qquad \frac{7}{x-7} - \frac{7}{x+7} + \frac{x^2+49}{x^2-49} \qquad \frac{1}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} + \frac{1}{x^2+4x+4}$$

$$(1 - \frac{9}{x^2})\frac{4x}{x^2-6x+9} \qquad \left(1 + \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2}\right)\left(\frac{3}{x+3} + \frac{3}{x-3}\right) \qquad (1 - \frac{49}{x^2})\frac{x^2-2x}{x^2-14x+49}\frac{3x}{x^2-4}$$

$$\frac{x^2-3x}{x^2-4x+4} : \left(\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2}\right) \qquad \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right) \cdot \frac{x^2+5x}{x^2-1} \cdot \frac{4x}{x^2-25}$$

$$\frac{3}{x^3-4x}-\frac{3}{x^3-2x^2}+\frac{1}{x^4-4x^3+4x^2} \qquad \frac{x^3-x^2}{x^2-5x+6}\cdot\frac{x^2-4}{x^2+x}$$

$$\frac{1}{x^2-9x+20}-\frac{1}{x^2-11x+30}+\frac{1}{x^2-10x+24} \qquad \frac{3x^2+6x+3}{x^4+x^2}:\frac{x^2+2x+1}{x^3+x^2}$$

$$\left(\frac{1+x}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}\right):\left[\left(\frac{1+x}{1-x}-1\right)\cdot\left(1-\frac{1}{1+x}\right)\right] \qquad \frac{4x^2-1}{x^2-10x+25}:\frac{2x+1}{x^2-25}$$

$$\left(3-\frac{4x+20}{2x+5}\right):\left[\left(4-\frac{16}{x}+\frac{15}{x^2}\right)\cdot\left(\frac{4}{x}-4-\frac{15}{x^2}\right)\right] \qquad \frac{x^2-1}{x^2-4}:\frac{x^2+4x+4}{x^2+2x+1}$$

$$\left(\frac{2x+1}{2x^2+2x}-\frac{3x-5}{x^2+5x+6}\right):\left(\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+3}\right)$$

ECUACIONES RACIONALES

41. Resolver las siguientes ecuaciones racionales:

$$\frac{5}{x-2}+\frac{16}{x-5}+3=0 \qquad \frac{x+2}{x+3}+\frac{2x-4}{x-3}=3+\frac{6}{x^2-9}$$

$$\frac{5}{x(x+1)}+\frac{1}{x-5}=\frac{6}{(x+1)(x-5)} \qquad \frac{x}{x+6}+\frac{2x-15}{x-9}=\frac{45}{(x+6)(x-9)}$$

$$\frac{8-x}{2-x}-\frac{8+x}{x+2}=\frac{9}{4} \qquad 1+\frac{1}{x+1}=\frac{2}{x^2-x-2}$$

$$\frac{5x^2}{x^2-16}+\frac{8}{x-4}=\frac{3x}{x+4} \qquad \frac{x^2+6x}{3x+9}+\frac{3x^2+6x}{2x^2+9x+9}=\frac{2x^2+12x+9}{6x+9}$$

$$\frac{2}{x}+\frac{x}{2}+\frac{4x+4}{3x+2}=\frac{3x^2}{6x+4}-1 \qquad \frac{x+1}{x}=\frac{7}{x^2-x}+\frac{7x}{1-x}$$

$$\frac{x}{x-1}+\frac{2x+10}{x+3}=3+\frac{14x}{(x-1)(x+3)} \qquad \frac{9}{2x-6}-\frac{1}{2x-4}=\frac{18}{(2x-6)(2x-4)}$$

$$\frac{2}{(x-3)(x-1)}+1=\frac{x-2}{x-3}+\frac{1}{(x-2)(x-1)} \qquad \frac{1}{x}=\frac{1}{x-2}-\frac{2}{x^2-2x}$$

$$\frac{3}{(x-1)(x-4)}+\frac{1}{(x-5)(x-4)}=\frac{4}{x^2-6x+5}$$

$$\frac{x^2-7x+13}{x-4}+\frac{2x-4}{x-1}=\frac{34}{x^2-5x+4}$$

$$\frac{x}{x+4}=3+\frac{16}{x(x+4)}-\frac{2x+7}{x}$$

$$\frac{1}{x-5}+\frac{1}{(x-3)(x-5)}=\frac{-2}{(x+1)(x-3)}$$

$$\frac{x^2-8x+16}{x-6}-\frac{x+4}{x-2}=\frac{16}{x^2-8x+12}$$

$$\frac{x^2+10x+25}{x+3}=\frac{16}{x^2+10x+21}=\frac{x+13}{x+7}$$

$$\frac{2x+3}{x^2+3x+2}+\frac{2x+5}{(x+2)(x+3)}=\frac{x^2+6x+7}{x^2+4x+3}$$

ECUACIONES IRRACIONALES

42. Resolver las siguientes ecuaciones irracionales:

$2\sqrt{x^2-1}=x-1$ $\qquad$ $x-1+\sqrt{x-2}=13$ $\qquad$ $\sqrt{x^2-2x+2}=\sqrt{x+2}$

$\sqrt{x^4+1}=x^2+x+1$ $\qquad$ $x+2+\sqrt{x^2-2x}=2\sqrt{x^2+2x+2}$ $\qquad$ $\sqrt{x-5}=\sqrt{2x-6}-2$

$\sqrt{3x+1}+\sqrt{10-x}=5$ $\qquad$ $\sqrt{2x-1}+\sqrt{x+4}=6$ $\qquad$ $\sqrt{x-4}-3=-\sqrt{x-1}$

$\sqrt{x^2-1}+3=2\sqrt{x^2+4x+5}-x$ $\qquad$ $2\sqrt{2x-7}-\sqrt{2x-15}=\sqrt{6x-23}$

$\sqrt{2x+7}+\sqrt{x+8}-6=0$ $\qquad$ $\sqrt{4x^2+4x-1}=\sqrt{x^2-1}+x$

ECUACIONES POLINÓMICAS DE GRADO SUPERIOR A 2

43. Resolver las siguientes ecuaciones polinómicas:

$2x^4-7x^3+6x^2+x-2=0$ $\qquad$ $x^4+6x^3+13x^2+12x+4=0$

$x^4-3x^3-7x^2+27x-18=0$ $\qquad$ $x^4+2x^3-3x^2-4x+4=0$

$2x^4-3x^3-2x^2=0$ $\qquad$ $x^4-x^3-3x^2+5x-3=0$

$x^4-3x^3+4x=0$ $\qquad$ $-3x^5+2x^4+x=0$

$3x^3+10x^2+9x+2=0$

$x^4-1=0$ $\qquad$ $x^4-16=0$

$x^4-9=0$ $\qquad$ $x^4+5x^3+7x^2+5x+6=0$

$x^3+x^2-9x-9=0$

$x^4+7x^3+10x^2-14x-24=0$

$x^3-6x^2-5x+30=0$

$x^4+2x^3-4x^2-5x-6=0$

$x^4+2x^3-4x^2-5x-6=0$

$-2x^4+3x^3-x^2+x-1=0$

ECUACIONES CON VALORES ABSOLUTOS

44. Resolver las siguientes ecuaciones:

$|x-5|=3x-4$ $\quad |x^2-3x+1|=1$ $\quad |x+2|=|x-6|$ $\quad |x^2-x|=|1-x^2|$

VARIOS

45. Resuelve estas ecuaciones de segundo grado en las que la incógnita es x:

$a)\quad abx^2-(a+b)x+1=0$

$b)\quad (x-a)^2-2x(x+a)-4a^2=0$

$c)\quad ax^2+bx+b-a=0$

$d)\quad (a+b)x^2+bx-a=0$

46. Hallar un polinomio de tercer grado que verifique:

a) Su coeficiente principal valga 5.
b) No tenga término en x^2.
c) Sea divisible por $(x+1)$
d) Al dividirlo por $x-2$ su resto sea 36.

47. De un polinomio de tercer grado P(x) sabemos que:

a. P(1) = 0
b. (-2) es una raíz.
c. Su término independiente vale 6.
d. Su valor numérico para 2 es -4.

48. Sea un polinomio completo de tercer grado de coeficientes enteros: $P(x)=b_3a^3+b_2a^2+b_1a+b_0$, que se anula para que $x=a$ y para $x=\frac{1}{a}$, ¿Qué podemos decir de b_3, b_0 $y\ a$?

49. Averigua si $37^{40}-1$ es divisible por 36 y si $43^{70}-1$ es divisible por 42.