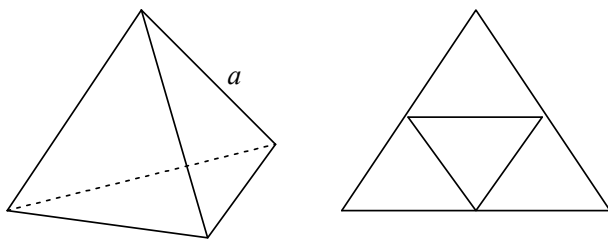


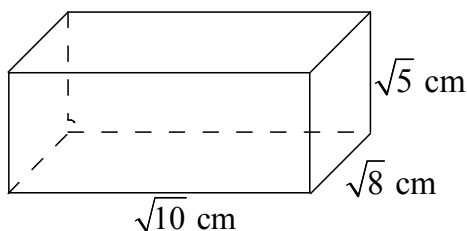
Números reales

1. Explica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
- Todo número entero es racional.
 - Hay números irracionales que son enteros.
 - Todo número irracional es real.
 - Todos los números decimales son racionales.
 - Entre dos números racionales hay infinitos números irracionales.
 - Los números racionales llenan la recta numérica.

2. Halla la fórmula del área del siguiente tetraedro regular, cuya arista mide a cm.



3. Calcula la medida de la diagonal de un paralelepípedo cuyos lados miden $\sqrt{10}$, $\sqrt{8}$ y $\sqrt{5}$ cm, respectivamente. ¿Qué tipo de número es el resultado? Calcula dicha diagonal de forma exacta y luego aproxima el resultado redondeando a dos decimales y calculando los errores absoluto y relativo cometidos.



4. El valor de una vivienda, cuando han pasado t años desde su adquisición, es $V(t) = k \cdot e^{\alpha t}$. Si una vivienda se compró por 250 000 euros, y a los 10 años valía 450 000 €.
- Calcula el valor de k y α .
 - Calcula el valor de la vivienda a los 20 años.
 - ¿Cuánto tiempo ha de pasar desde la compra, para que el valor de la vivienda se triplique?

5. Si $\log_{10} a = -2$, ¿cuánto valdrá el logaritmo decimal de $\frac{a\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}}$?

Indicación: Trabaja de forma exacta, y utiliza decimales sólo cuando se pida.

Ficha 1 : Números reales

① a) Todo entero es racional

Verdadera, ya que si $a \in \mathbb{Z}$ se puede escribir en forma de fracción como $\frac{a}{1} \in \mathbb{Q}$.

b) Hay irracionales que son enteros

Falsa, ya que si un n° es irracional no puede ser racional.

c) Todo irracional es real

Verdadera, los reales están constituidos por los racionales y los irracionales.

d) Todos los decimales son racionales

Falsa, $\pi = 3.1415926...$ es decimal y no es racional.

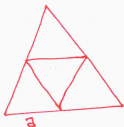
e) Entre dos racionales hay infinitos irracionales

Verdadera

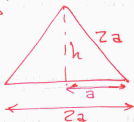
f) Los racionales llenan la recta numérica

Falsa. Para completar la recta numérica hay que incluir los irracionales.

②



Todos los triángulos [interiores son iguales]
luego podemos considerar el siguiente triángulo



Calculamos h aplicando el 1° te^o de Pitágoras:

$$(2a)^2 = a^2 + h^2$$

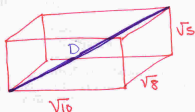
$$4a^2 - a^2 = h^2 \rightarrow h = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$$

Por tanto, el área del triángulo grande (que coincide con el área total del tetraedro) es:

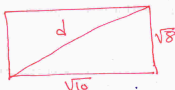
(2)

$$A_{\text{TETRAEDRO}} = \frac{2a \cdot a\sqrt{3}}{2} = a^2\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

(3)



Primero necesitamos calcular la diagonal de la base:

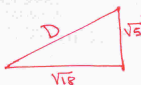


Aplicando el t.^a de Pitágoras $d^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{8})^2$

$$d^2 = 10 + 8$$

$$d = \sqrt{18} \text{ cm}$$

Ahora, tenemos el siguiente triángulo rectángulo:



Aplicando de nuevo el t.^a de Pitágoras:

$$D^2 = (\sqrt{18})^2 + (\sqrt{5})^2$$

$$D^2 = 18 + 5$$

$$D = \sqrt{23} \text{ cm}$$

Aproximación a las centésimas $D = \sqrt{23} = 4,7968... \approx 4,80 \text{ cm}$

Error absoluto: $E_a = |V_{\text{real}} - V_{\text{aprox.}}| = |\sqrt{23} - 4,80| \approx 4,16847669 \cdot 10^{-3}$

Error relativo: $E_r = \left| \frac{E_a}{V_{\text{real}}} \right| \approx 8,691874745 \cdot 10^{-4}$

(4)

$$V(t) = k \cdot e^{\alpha \cdot t}$$

a) $t = 10 \text{ años}$

$$V(0) = 250\,000 \text{ €}$$

$$V(10) = 450\,000 \text{ €}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 250\,000 = k \cdot e^{\alpha \cdot 0} \rightarrow k = 250\,000 \\ 450\,000 = 250\,000 \cdot e^{10\alpha} \rightarrow \frac{450\,000}{250\,000} = e^{10\alpha} \rightarrow \frac{9}{5} = e^{10\alpha} \end{array} \right.$$

$$\log_e \frac{9}{5} = 10\alpha \cdot \log_e e$$

$$0,587786664 = 10^\alpha \rightarrow \alpha = 0,0587786664 \approx 0,059$$

$$b) V(t) = 250\,000 \cdot e^{0,059 \cdot t}$$

$$t = 20 \text{ años}$$

$$V(20) = 250\,000 \cdot e^{0,059 \cdot 20} = 813\,593,55 \text{ €}$$

$$c) 3 \cdot 250\,000 = 250\,000 \cdot e^{0,059 \cdot t}$$

$$3 = e^{0,059 \cdot t}$$

$$\log_e 3 = \log_e e^{0,059 \cdot t}$$

$$\frac{1,098612289}{0,059} = 18,6 \text{ años}$$

$$5) \log_{10} a = -2$$

$$\log_{10} \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}} = \log_{10} (a\sqrt{a}) - \log_a \sqrt[3]{a^2} =$$

$$= \log_{10} \sqrt{a^3} - \log_a \sqrt[3]{a^2} = \log_{10} a^{3/2} - \log_{10} a^{2/3} =$$

$$= \frac{3}{2} \log_{10} a - \frac{2}{3} \log_{10} a = \frac{3}{2} \cdot (-2) - \frac{2}{3} \cdot (-2) = -\frac{5}{3}$$