NOMBRE Y APELLIDOS: **1ºB.C.N** — CORRECCIÓN

DERIVADAS-CONTINUIDAD 14-2-2013

1.-Estudiar la continuidad de la siguiente función en x =1 y x = 2

$$f(x)\begin{cases} \dfrac{x+1}{1-x^2} & x \le 1 \\ \dfrac{x^2-3x+2}{4-\sqrt{18-x}} & 1 < x < 2 \\ \dfrac{-8x^3+28x^2-24x}{-x^2+3x-2} & x \ge 2 \end{cases}$$

x=1 SALTO INFINITO

1) $f(1) = \frac{2}{0}$ $\nexists$ no existe

2) $\lim_{x\to 1^-} \frac{x+1}{1-x^2} = \frac{2}{0} = +\infty$ (∞) (0,9)

$\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2-3x+2}{4-\sqrt{18-x}} = \frac{0}{4-\sqrt{17}} = 0$

Discontinuidad de salto infinito.

x=2 Evitable

1) $f(2) = \frac{0}{0}$ $\nexists$ No existe.

2) -A- $\lim_{x\to 2^-} f(x) = 8$

-B- $\lim_{x\to 2^+} f(x) = 8$

$\lim_{x\to 2} f(x) = 8$

Discontinuidad EVITABLE

~~1'5~~ 2

-A- $\lim_{x\to 2^-} \frac{x^2-3x+2}{4-\sqrt{18-x}} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 2^-} \frac{\cancel{(x-2)}(x-1)(4+\sqrt{18-x})}{16-(18-x) = \cancel{-2+x}} = 8$

-B- $\lim_{x\to 2^+} \frac{-8x^3+28x^2-24x}{-x^2+3x-2} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 2^+} \frac{-4x(2x^2-7x+6)}{-(x^2-3x+2)} = \lim_{x\to 2^+} \frac{-4x\cdot 2\cancel{(x-2)}(x-\frac{3}{2})}{-(x-1)\cancel{(x-2)}} = 8$

$2x^2-7x+6=0 \Rightarrow x = \frac{7\pm\sqrt{49-48}}{4}$ $\begin{cases} x=2 \\ x=3/2 \end{cases}$

2.-¿Existe algún valor de K para el cual la función siguiente es continua en x=9 ?. Razona todo el proceso:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{K.x}{2x+9} & x=9 \\ \dfrac{k^2-x}{x-9} & x\neq 9 \end{cases}$$

x=9

1) $f(9) = \frac{9k}{27} = \frac{k}{3}$

2) $\lim_{x\to 9} \frac{k^2-x}{x-9} = \frac{k^2-9}{0} \Rightarrow$ para que f(x) sea continua en x=9 las dos posibles soluciones sería $k^2-9=0$ $\Rightarrow k=\pm 3$

Si k=3 Comprobamos.

1) $f(9)=1$

2) $\lim_{x\to 9} \frac{9-x}{x-9} = \left[\frac{0}{0}\right] = -1.$

3) No es continua pues $f(9) \neq \lim_{x\to 9} f(x)$

Si $K=3$ NO es CONTINUA.

Si $k=-3$

1) $f(9) = -1$

2) $\lim_{x\to 9} \frac{9-x}{x-9} = -1$

3) $f(9) = \lim_{x\to 9} f(x) = -1$

Si $K=-3$ Si es CONTINUA

1'5

Derivar las siguientes funciones:

3.- $y = 3\frac{x^3}{\sqrt[4]{x}} - \frac{5}{x} - 2\frac{\sqrt{x}}{3} + 5e.L_n x - \frac{xL_n 5}{3}$

$$y = 3.x^{\frac{11}{4}} - \frac{5}{x} - 2\frac{\sqrt{x}}{3} + 5e\,L_n x - \frac{x L_n 5}{3}$$

$$y' = \frac{33}{4}.x\sqrt[4]{x^3} + \frac{5}{x^2} - \frac{\cancel{2}}{3}.\frac{1}{\cancel{2}\sqrt{x}} + \frac{5e}{x} - \frac{L_n 5}{3} \quad //$$

0'75

4.-Simplificar al máximo: $y=\frac{x^2-2}{(2x^2-2)^3}$

$$y' = \frac{2x.(2x^2-2)^{\cancel{3}} - (x^2-2).3\cancel{(2x^2-2)^2}.(4x)}{(2x^2-2)^{\cancel{6}\,4}}$$

$$y' = \frac{4x^3-4x-12x^3+24x}{(2x^2-2)^4} = \frac{-8x^2+20x}{(2x^2-2)^4} \quad //$$

0'75

5.- Simplificar al máximo: $y= \frac{4^{\frac{1-x}{2}}.e^{\sqrt{x^2+1}}}{2}$

$$y' = \frac{1}{2}\left[4^{\frac{1-x}{2}}.L4.\left(-\frac{1}{2}\right).e^{\sqrt{x^2+1}} + 4^{\frac{1-x}{2}}.e^{\sqrt{x^2+1}}.\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2+1}}\right]$$

$$y' = \frac{e^{\sqrt{x^2+1}}.4^{\frac{1-x}{2}}}{2}\left[-\frac{L4}{2} + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right] \quad //$$

0'75

6.-Operar y simplificar al máximo: y= $Ln\left(\frac{3^{2x}.e^{3x}}{\sqrt[3]{x-1}}\right)$

$$y = L_n\left(3^{3x}\cdot e^{3x}\right) - L_n\sqrt[3]{x-1} = L_n 3^{2x} + L_n e^{3x} - \frac{1}{3}L_n(x-1)$$

$$y = 2x\,L_n 3 + 3x - \frac{1}{3}L_n(x-1)$$ (Aplicamos antes de derivar las propiedades de los logaritmos)

$$y' = 2L_n 3 + 3 - \frac{1}{3(x-1)}$$

0'75

7.- y= $(tag\ x)^{cos2x}$

$$Ly = L(tg\,x)^{\cos 2x}$$

$$\frac{1}{y}\cdot y' = \cos 2x \cdot L(tg\,x) \Rightarrow \frac{y'}{y} = -sen\,2x \cdot 2 \cdot L(tg x) + \cos 2x \cdot \frac{1+tg^2x}{Tg\,x}$$

$$y' = \left[-2\,sen\,2x\cdot L_n(tg\,x) + \cos 2x\,\frac{1+tg^2x}{tg\,x}\right]\cdot(tg\,x)^{\cos 2x}$$

0'75

8.-y=$sen^2\sqrt{\frac{1}{(2x-1)^3}}$

0'75

$$y' = 2\,sen\sqrt{\frac{1}{(2x-1)^3}}\cdot\cos\sqrt{\frac{1}{(2x-1)^3}}\cdot\frac{1}{\cancel{2}\sqrt{\frac{1}{(2x-1)^3}}}\cdot\frac{-1}{(2x-1)^{\cancel{6}\,4}}\cdot 3\cancel{(2x-1)^2}\cdot\cancel{2}$$

$2x-1\sqrt{(2x-1)}$

$$y' = \frac{-6\sqrt{(2x-1)^3}}{(2x-1)^{\cancel{4}\,3}}\cdot sen\sqrt{\frac{1}{(2x-1)^3}}\cdot\cos\sqrt{\frac{1}{(2x-1)^3}} = \frac{-6\sqrt{2x-1}}{(2x-1)^3}\,sen\sqrt{\frac{1}{(2x-1)^3}}\cdot\cos\sqrt{\frac{1}{(2x-1)^3}}$$

a. 9.- y= $arctg\left(\sqrt{\frac{1-cosx}{1+cosx}}\right)$ simplificando al máximo

$$y'=\frac{1}{1+\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}}\left[\frac{\operatorname{sen}x(1+\cos x)+(1-\cos x)\cdot\operatorname{sen}x}{(1+\cos x)^2}\right]$$

$$y'=\frac{1+\cancel{\cos x}}{1+\cancel{\cos x}+1-\cancel{\cos x}}\cdot\frac{\sqrt{1+\cos x}}{2\sqrt{1-\cos x}}\left[\frac{\operatorname{sen}x+\cancel{\operatorname{sen}x\cos x}+\operatorname{sen}x-\cancel{\cos x\operatorname{sen}x}}{(1+\cos x)^2}\right]$$

$$y'=\frac{\cancel{\sqrt{1+\cos x}}}{4\sqrt{1-\cos x}}\cdot\frac{2\operatorname{sen}x}{(1+\cos x)^{1/2}}$$

$$y'=\frac{\operatorname{sen}x}{2\sqrt{1-\cos x}\sqrt{1+\cos x}}$$

$$y'=\frac{\operatorname{sen}x}{2\sqrt{1-\cos^2 x}}=\frac{\operatorname{sen}x}{2\sqrt{\operatorname{sen}^2x}}=\frac{\cancel{\operatorname{sen}x}}{2\cancel{\operatorname{sen}x}}=\frac{1}{2}\ //$$

1

10.- Aplicando la definición de derivada, hallar la pendiente de la recta tangente a la curva y= $\frac{x^2+2x}{3}$ en x_0= -1.

$f(-1)=-\frac{1}{3}$

$$f'(-1)=\lim_{h\to 0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{(-1+h)^2+2(-1+h)}{3}+\frac{1}{3}}{h}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{\frac{1}{3}}+\frac{h^2}{3}-\cancel{\frac{2h}{3}}-\cancel{\frac{2}{3}}+\cancel{\frac{2h}{3}}+\cancel{\frac{1}{3}}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h^{\cancel{2}}}{3\cancel{h}}=\lim_{h\to 0}\frac{h}{3}=0\ //$$

1

$$m=f'(-1)=0\ //$$

La recta tangente tiene por pendiente 0 pues coincide con la derivada en x=-1., sería por tanto horizontal.