1.-(1.5. Puntos) Determinar las asíntotas horizontales de la función:

$$f(x) = 2\sqrt{2x-1} \cdot (\sqrt{4x^3+2} - \sqrt{4x^3+x})$$

2. (1.5 Puntos)¿Es x=2⁺, asíntota vertical de la función f(x)= $\left(\frac{-x^2+5x-6}{x-2}\right)^{\frac{1}{3x-6}}$

3.- (2 Puntos) Estudiar la continuidad en x=-2 .Indicando, si procede, el tipo de discontinuidad.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{-x^2-x+2} & x < -2 \\ \frac{x^2+6x+8}{3x^2+3x-6} & x > -2 \end{cases}$$

4.- (2 Puntos)¿ Dada la función f (x)= $\frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^4 - 1}$ a) Estudiar donde es continua, y en sus puntos de discontinuidad razona el tipo de que se trata b) Determinar sus asíntotas horizontales y verticales

5.- (1.5 Puntos)¿Hallar k y p para que la función sea continua en x=1, razonando el proceso:

$$f(x)= \begin{cases} \frac{x^2-5x+k}{x^2-1} & x \neq 1 \\ p & x = 1 \end{cases}$$

6.- (1.5 Puntos)¿Esbozar una función $f(x)$que cumpla las siguientes condiciones, Indicando el tipo de discontinuidad que tiene en los puntos x=-1,1 y 2

1. $Dom f(x) = R - \{-1,1,2\}$
2. $Img = (-\infty,-2] \cup [0,\infty)$
3. $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$
4. $\lim_{x\to 2} f(x) = +\infty$
5. $\lim_{x\to -1^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x\to -1^+} f(x) = +\infty$
6. $\lim_{x\to 1} f(x) = 1$
7. Asíntota por el $-\infty$ y=-2

(nº1) $\lim_{x\to+\infty} 2\sqrt{2x-1}\cdot\left(\sqrt{4x^3+2}-\sqrt{4x^3+x}\right) = \infty\cdot[\infty-\infty] = \lim_{x\to\infty}\frac{2\sqrt{2x+1}\,(\cancel{4x^3}+2-\cancel{4x^3}-x)}{\sqrt{4x^3+2}+\sqrt{4x^3+x}} =$

$= \lim_{x\to\infty}\frac{2\sqrt{2x+1}\,(2-x)}{\sqrt{4x^3+2}+\sqrt{4x^3+x}} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty}\frac{2\sqrt{\frac{2x}{x}+\frac{1}{x}}\cdot\left(\frac{2}{x}-\frac{x}{x}\right)}{\sqrt{\frac{4x^3}{x^3}+\frac{2}{x^3}}+\sqrt{\frac{4x^3}{x^3}+\frac{x}{x^3}}} = \frac{2\sqrt2\,(-1)}{4} = -\frac{\sqrt2}{2}$

. Asíntota horizontal cuando $x\to+\infty$ es $y=-\sqrt2/2$.

. No tiene asíntota horizontal $x\to-\infty$ pues la raíces no están definida ($\sqrt{-}\ \nexists$)

(nº2) $\lim_{x\to2^+}\left(\frac{-x^2+5x-6}{x-2}\right)^{\frac{1}{3x-6}} = \left[\frac00\right]^{\infty} = \lim_{x\to2^+}\left[\frac{-(\cancel{x-2})(x-3)}{(\cancel{x-2})}\right]^{\frac{1}{3x-6}} = \lim_{x\to2^+}(3-x)^{\frac{1}{3x-6}} = [1^\infty] =$

$= \lim_{x\to2^+}(1+2-x)^{\frac{1}{3x-6}} = \lim_{x\to2^+}\Bigg[\underbrace{\left(1+\frac{1}{\frac{1}{2-x}}\right)^{\frac{1}{2-x}}}_{e}\Bigg]^{\frac{(2-x)}{3(x-2)}} = e^{\lim_{x\to2^+}\frac{(2-\cancel{x})-1}{3(\cancel{x-2})}} = \sqrt[3]{e^{-1}} = \frac{\sqrt[3]{e^2}}{e}$

No tiene asíntota vertical pues la función no tiende a ∞ cuando $x\to2^+$.

(nº3) Continuidad (Estudio)

(nº1) $f(-2)$ = no existe.

(nº2) • $\lim_{x\to-2^-}\frac{\sqrt{x^2+5}-3}{-x^2-x+2} = \left[\frac00\right] = \lim_{x\to-2}\frac{x^2+5-9=x^2-4}{-(x-1)(x+2)(\sqrt{x^2+5}+3)} = \lim_{x\to-2}\frac{(x-2)(\cancel{x+2})}{-(x-1)(\cancel{x+2})(\sqrt{x^2+5}+3)}$

$= \frac{-4}{3\cdot6} = -\frac{2}{9}$

• $\lim_{x\to-2^+}\frac{x^2+6x+8}{3x^2+3x-6} = \left[\frac00\right] \lim_{x\to-2}\frac{(\cancel{x+2})(x+4)}{3(x-1)(\cancel{x+2})} = \frac{2}{-9} = -\frac{2}{9}$

(nº3) Como $\lim_{x\to-2} f(x) = -\frac29$ y $\nexists\ f(-2) \Rightarrow$ Disontinuidad Evitable en $x=-2$.

(nº4) $f(x)=\frac{x^3-x^2+x-1}{x^4-1}$ Dom $f(x)=\mathbb{R}-\{-1,1\} \Rightarrow$ La función es continua en todos los reales menos en $x=-1$ y $x=1$ al ser cociente de polinomios (funciones continuas)

(a) $x^4-1=0 \Rightarrow x^4=1 \left\langle \begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=-1\ \nexists \end{array}\right.$

(1º) $x=1$ $\lim_{x\to1}\frac{x^3-x^2+x-1}{x^4-1} = \left[\frac00\right] = \lim_{x\to1}\frac{(\cancel{x-1})(\cancel{x^2+1})}{(\cancel{x-1})(x+1)(\cancel{x^2+1})} = \lim_{x\to1}\frac{1}{x+1} = \frac12$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & & 1 & 0 & 1 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & \boxed{0} \end{array} \qquad \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 1 & \boxed{0} \\ -1 & & -1 & 0 & -1 & \\ \hline & 1 & 0 & 1 & \boxed{0} & \end{array}$$

• En $x=1$ como tiene límite presenta una Discontinuidad Evitable.

(2º) $x=-1$ $\lim_{x\to-1}\frac{x^3-x^2+x-1}{x^4-1} = \left[\frac{-4}{0}\right] = \lim_{x\to-1}\frac{1}{x+1} \left\langle \begin{array}{l} \lim_{x\to-1^+}\frac{1}{x+1} = +\infty \\ \lim_{x\to-1^-}\frac{1}{x+1} = -\infty \end{array}\right.$ Discontinuidad de Salto Infinito

(f) Asíntotas verticales: $x=-1$. Asíntotas horizontales $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^3-x^2+x-1}{x^4-1} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = 0$

$y=0$

nº5 Continua en $x=1$.

1) $f(1)=p$ 2) $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-5x+k}{x^2-1} = \frac{-4+k}{0} \Rightarrow$ para que sea continua $\Rightarrow$

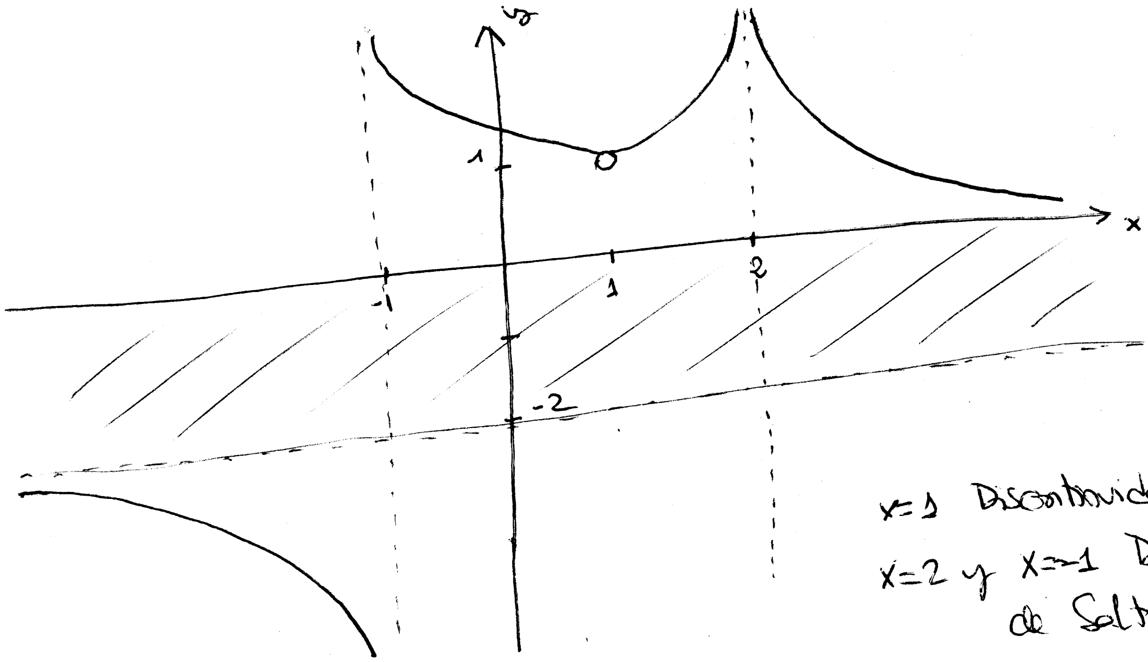
$\frac{-4+k}{0} = p \Rightarrow k=4$.

3) Si $k=4$ 1) $f(1)=p$ 2) $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-5x+4}{x^2-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \to 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x-4)}{\cancel{(x-1)}(x+1)} = \frac{-3}{2}$

luego para que sea continua $f(1) = p = \lim_{x \to 1} f(x) = -\frac{3}{2} \Rightarrow p = -3/2$

Solución: $k=4$ y $p=-3/2$.

nº6



$x=1$ Discontinuidad Evitable

$x=2$ y $x=-1$ Discontinuidad de Salto infinito.