1.-(2 puntos)Dada la función: f(x)= $\frac{(x+1)^2}{x^2-x-2}$. Se pide: a) Estudiar la continuidad, indicando el tipo de discontinuidad donde proceda b) ecuación de las asíntotas horizontales y verticales.

2.-(3.5 puntos) Dada la función:

$$f(x)\begin{cases} \dfrac{x^3-3x-2}{x^3+x^2-x-1} & x<-1 \\ \dfrac{x^2+2x-8}{6\cdot(-2+\sqrt{x+2})} & -1<x<2 \\ \dfrac{2xe^k}{e^k-1} & x\geq 2 \end{cases}$$

a) Estudiar la continuidad en x=-1 Indicando si procede el tipo de discontinuidad que presenta.
b) Hallar k para que la f(x) sea continua en x=2

3.-(1.5 puntos)¿Tiene la función $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2+3}-\sqrt{4x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}-x}$ asíntotas horizontales por el $+\infty$?

4.-(1.5 puntos) ¿Es $x=-1^-$ asíntota vertical de $f(x) = \left(\frac{x^2-2x-3}{4x^2+4x}\right)^{\frac{1}{x^2-1}}$

5.-(1.5 puntos) Esboza la gráfica de una función que cumpla:

a.- Dom f(x)= (-∞,-2)U(-2,2)U(2,∞)
b.-Asíntota horizontal y=-2 por el ±∞
c.- $\lim_{x\to-2^-} f(x) = +\infty$ y $\lim_{x\to-2^+} f(x) = -2$
d.- $\lim_{x\to2} f(x) = -\infty$
e.- Máximo (0,0)
f.- Punto de inflexión (-1,-1)

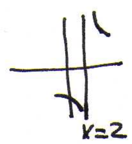
nº1 $x^2-x-2=0 \Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2} \begin{cases} x=2 \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow$ la f(x) es continua en $\mathbb{R}-\{-1,2\}$

tipo de discontinuidad:

• $\boxed{x=-1} \Rightarrow$ 1º $f(-1)=\left[\frac{0}{0}\right]$ no existe 2º $\lim_{x\to-1} \frac{(x+1)^{\cancel{2}}}{(x-2)\cancel{(x+1)}} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to-1} \frac{x+1}{x-2} = \frac{0}{-3} = 0$

En x=-1 tiene DISCONTINUIDAD EVITABLE // (al tener límite)

• $\boxed{x=2} \Rightarrow$ 1º $f(2)=\frac{9}{0}$ ∄ no existe 2º $\lim_{x\to2} \frac{(x+1)^{\cancel{2}}}{\cancel{(x+1)}(x-2)} = \frac{3}{0} \begin{cases} \lim_{x\to2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty \\ \lim_{x\to2^-} \frac{x+1}{x-2} = -\infty \end{cases}$



En x=2 presenta una discontinuidad de SALTO INFINITO o ASINTÓTICA

ASÍNTOTAS VERTICALES ⇒ x=2 // ¡ECUACIÓN!

ASÍNTOTAS HORIZONTALES ⇒ $\lim_{x\to\infty} \frac{(x+1)^2}{x^2-x-2} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = 1$
⇒ y=1 // ¡ECUACIÓN!

nº2 (a) x=-1.

1º $f(-1)=0$ ∄ (Discontinua) 2º $\lim_{x\to-1^-} \frac{x^3-3x-2}{x^3+x^2-x-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to-1^-} \frac{\cancel{(x+1)^2}\cdot(x-2)}{\cancel{(x+1)^2}\cdot(x-1)} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$ //

	1	0	-3	-2
-1		-1	1	2
	1	-1	-2	0
-1		-1	2	
	1	-2	0	

	1	1	-1	-1
-1		-1	0	1
	1	0	-1	0
-1		-1	1	
	1	-1	0	

$\lim_{x\to-1^+} \frac{x^2+2x-8}{6(-2+\sqrt{x+2})} = \frac{-9}{6(-1)} = +\frac{3}{2}$ // ⇒

$\lim_{x\to-1} f(x) = \frac{3}{2}$ DISCONTINUIDAD EVITABLE. x=-1 (al tener límite laterales y ser iguales es decir tiene límite)

• (b) $x=2$. Continua en $x=2$.

1º $f(2)=\dfrac{4e^k}{e^k-1}$

2º $\displaystyle\lim_{x\to 2^-}\frac{x^2+2x-8}{6\cdot(-2+\sqrt{x+2})}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2^-}\frac{\cancel{(x-2)}(x+4)(+2+\sqrt{x+2})}{6\cdot\underbrace{(x+2-4)}_{\cancel{x-2}}}=$

$\displaystyle=\lim_{x\to 2^-}\frac{(x+4)(+2+\sqrt{x+2})}{6}=\frac{\cancel{6}\cdot(+2+2)}{\cancel{6}}=+4$

$\displaystyle\lim_{x\to 2^+}\frac{2xe^k}{e^k-1}=\frac{4e^k}{e^k-1}$

Para que sea continua en $x=2$ tienen que ser iguales ambos límites: $\boxed{\dfrac{4e^k}{e^k-1}=+4}$

$\Rightarrow 4e^k=+4e^k-4 \Rightarrow 0=-4 \Rightarrow$ No hay solución de k para que la función sea continua.

3º $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4x^2+3}-\sqrt{4x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}-x}=\left[\frac{\infty-\infty}{\infty-\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{(\cancel{4x^2}+3-\cancel{4x^2}-1)\cdot(\sqrt{x^2+1}+x)}{(\cancel{x^2}+1-\cancel{x^2})(\sqrt{4x^2+3}+\sqrt{4x^2+1})}=$

$\displaystyle=\lim_{x\to\infty}\frac{2\cdot(\sqrt{x^2+1}+x)}{\sqrt{4x^2+3}+\sqrt{4x^2+1}}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{2\cdot(x+x)}{2x+2x}=\lim_{x\to\infty}\frac{4x}{4x}=1.$

Sí tiene asíntotas horizontales por el $+\infty \Rightarrow$ su ecuación será $y=1$

4º $\displaystyle\lim_{x\to -1^-}\left(\frac{x^2-2x-3}{4x^2+4x}\right)^{\frac{1}{x^2-1}}=\left[\frac{0}{0}\right]^{\frac{1}{0}}=\lim_{x\to -1^-}\left[\frac{\cancel{(x+1)}(x-3)}{4x\cancel{(x+1)}}\right]^{\frac{1}{(x-1)(x+1)}}=\left[1^{-\infty}\right]=$ nº e

$\displaystyle=\lim_{x\to -1^-}\left[1+\frac{x-3}{4x}-1\right]^{\frac{1}{(x-1)(x+1)}}=\lim_{x\to -1^-}\left[1+\frac{-3x-3}{4x}\right]^{\frac{1}{(x-1)(x+1)}}=\lim_{x\to -1^-}\left[\left[1+\frac{1}{\frac{4x}{-3x-3}}\right]^{\frac{4x}{-3x-3}}\right]^{\frac{-3x-3}{4x(x-1)(x+1)}}$

$\displaystyle=e^{\lim_{x\to -1^-}\frac{-3\cancel{(x+1)}}{4x(x-1)\cancel{(x+1)}}}=e^{\frac{-3}{-4}}=\sqrt[4]{e^3}$

5º