1. Efectuar las siguientes operaciones con fracciones (1 punto; 0,5 por apartado):

a) $\left[\left(3 - \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} \right) \div \frac{12}{5} - \frac{5}{3} \right] \cdot \frac{3}{2} + 1 =$

b) $\frac{\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{-1}{6}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{12} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)} =$

2. Opera y simplifica (2 puntos, 0,5 por apartado):

a) $\frac{2^3 \cdot 6^2 \cdot 12^{-3} \cdot 18^{-1}}{3^{-2} \cdot 4^{-3} \cdot 36^2} =$

b) $\frac{2^3 a^2 b^{-3} (6ab)^{-5} (2^2 a^2)^2 (3^{-1} b^{-3})^{-2}}{(2a^2 b)^2 (3a)^{-3}} =$

c) $\left[\left(\frac{3}{2} \right)^{-2} \left(\frac{2}{3} \right)^3 \right]^2 \div \left(\frac{2}{9} \right)^2 =$

d) $\left[\left(\frac{2}{x} \right)^3 \left(\frac{2}{x^2} \right)^{-2} \right]^2 \div \left(\frac{2}{x} \right)^{-1} =$

3. Contesta a las siguientes cuestiones (1,5 puntos; 0,5 por apartado):

a) Un comerciante quiere ganar el 15% en un objeto que él compra por 180 €. ¿Cuánto deberá cobrar por él?

b) Me han rebajado una factura en un 14% y he tenido que pagar 4988 €. ¿Cuál era el importe original de la factura?

c) Un ganadero ve cómo disminuye su rebaño vacuno en $\frac{5}{8}$ por una epidemia. Por ello vende los $\frac{3}{4}$ de las vacas que sobrevivieron y deja las 36 restantes para dedicarlas a cría. ¿Cuántas reses tenía inicialmente?

4. Efectúa las siguientes operaciones con radicales y simplifica el resultado (2 puntos; 0,5 por apartado):

a)
$$\frac{\sqrt{a^3b^4}\sqrt[4]{ab^4}\sqrt[3]{a^2b^2}}{\sqrt[6]{ab}} =$$

b)
$$\frac{\sqrt[3]{\sqrt{8} \cdot 2\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 4}} =$$

c)
$$\left(\sqrt{\sqrt[3]{200}}\right)^3 =$$

d)
$$3\sqrt{5} + \sqrt[4]{25} - 2\sqrt{45} - 3\sqrt{20} =$$

5. Racionaliza las siguientes expresiones y simplifica el resultado (1,5 puntos; 0,5 por apartado):

a)
$$\frac{\sqrt{20} + \sqrt{6}}{\sqrt{2}} =$$

b) $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt[3]{12}} =$

c) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{3 - 2\sqrt{2}} =$

6. Factoriza el polinomio $2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$. ¿Cuáles son sus raíces? (1 punto)

7. Efectúa la siguiente operación (1 punto):

$$\frac{x+1}{x^2-4} + \frac{1}{x} - \frac{x-1}{x+2} =$$

1. Efectuar las siguientes operaciones con fracciones (1 punto; 0,5 por apartado):

$$\begin{aligned} \text{a) } & \left[\left(3 - \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} \right) \div \frac{12}{5} - \frac{5}{3} \right] \cdot \frac{3}{2} + 1 = \left[\left(3 - \frac{4}{15} \right) : \frac{12}{5} - \frac{5}{3} \right] \cdot \frac{3}{2} + 1 = \\ & = \left[\frac{41}{15} : \frac{12}{5} - \frac{5}{3} \right] \cdot \frac{3}{2} + 1 = \left[\frac{205}{180} - \frac{5}{3} \right] \cdot \frac{3}{2} + 1 = \\ & = -\frac{95}{180} \cdot \frac{3}{2} + 1 = -\frac{19}{36} \cdot \frac{3}{2} + 1 = -\frac{57}{72} + 1 = -\frac{19}{24} + 1 = \underline{\underline{\frac{5}{24}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \frac{\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{-1}{6}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{12} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right)} = \frac{\frac{1}{48}}{\frac{1}{6}} \cdot \frac{-\frac{1}{6}}{\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{48}}{\frac{1}{6}} \cdot \frac{-\frac{1}{6}}{\frac{1}{48}} = \\ & = \frac{-\frac{1}{288}}{\frac{1}{288}} = -\frac{288}{288} = \underline{\underline{-1}} \end{aligned}$$

2. Opera y simplifica (2 puntos, 0,5 por apartado):

$$\begin{aligned} \text{a) } & \frac{2^3 \cdot 6^2 \cdot 12^{-3} \cdot 18^{-1}}{3^{-2} \cdot 4^{-3} \cdot 36^2} = \frac{2^3 \cdot (2 \cdot 3)^2 \cdot (2^2 \cdot 3)^{-3} \cdot (2 \cdot 3^2)^{-1}}{3^{-2} \cdot (2^2)^{-3} \cdot (2^2 \cdot 3^2)^2} = \\ & = \frac{2^3 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 2^{-6} \cdot 3^{-3} \cdot 2^{-1} \cdot 3^{-2}}{3^{-2} \cdot 2^{-6} \cdot 2^4 \cdot 3^4} = \frac{2^{-2} \cdot 3^{-3}}{2^{-2} \cdot 3^2} = 3^{-5} = \frac{1}{3^5} = \underline{\underline{\frac{1}{243}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \frac{2^3 a^2 b^{-3} (6ab)^{-5} (2^2 a^2)^2 (3^{-1} b^{-3})^{-2}}{(2a^3 b)^2 (3a)^{-3}} = \frac{2^3 a^2 b^{-3} 2^{-5} 3^{-5} a^{-5} b^{-5} 2^4 a^4 3^2 b^6}{2^2 a^4 b^2 3^{-3} a^{-3}} = \\ & = \frac{2^2 \cdot 3^{-3} a b^{-2}}{2^2 \cdot 3^{-3} a b^2} = b^{-4} = \underline{\underline{\frac{1}{b^4}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } & \left[\left(\frac{3}{2} \right)^{-2} \left(\frac{2}{3} \right)^3 \right]^2 \div \left(\frac{2}{9} \right)^2 = \left[\frac{3^{-2} \cdot 2^3}{2^{-2} \cdot 3^3} \right]^2 : \frac{2^2}{3^4} = \\
 & = (3^{-5} \cdot 2^5)^2 : \frac{2^2}{3^4} = (3^{-10} \cdot 2^{10}) : \frac{2^2}{3^4} = \frac{3^{-10} \cdot 2^{10} \cdot 3^4}{2^2} = \\
 & = \frac{3^{-6} \cdot 2^{10}}{2^2} = 3^{-6} \cdot 2^8 = \frac{2^8}{3^6} = \frac{256}{729} \\
 \text{d) } & \left[\left(\frac{2}{x} \right)^3 \left(\frac{2}{x^2} \right)^{-2} \right]^2 \div \left(\frac{2}{x} \right)^{-1} = \left[\frac{2^3 \cdot 2^{-2}}{x^3 \cdot x^{-4}} \right]^2 : \frac{2^{-1}}{x^{-1}} = \\
 & = \left(\frac{2}{x^{-1}} \right)^2 : \frac{2^{-1}}{x^{-1}} = \frac{2^2}{x^{-2}} : \frac{2^{-1}}{x^{-1}} = \frac{2^2 x^{-1}}{2^{-1} x^{-2}} = 2^3 x = \underline{\underline{8x}}
 \end{aligned}$$

3. Contesta a las siguientes cuestiones (1,5 puntos; 0,5 por apartado):

a) Un comerciante quiere ganar el 15% en un objeto que él compra por 180 €. ¿Cuánto deberá cobrar por él?

$$180 + \frac{15}{100} 180 = 180 + 27 = \underline{\underline{207 \text{ €}}}$$

b) Me han rebajado una factura en un 14% y he tenido que pagar 4988 €. ¿Cuál era el importe original de la factura?

$$\begin{aligned}
 \left(1 - \frac{14}{100} \right) x &= 4988 \Rightarrow \frac{86}{100} x = 4988 \Rightarrow \\
 \Rightarrow x &= \frac{4988 \cdot 100}{86} \Rightarrow \underline{\underline{x = 5800 \text{ €}}}
 \end{aligned}$$

c) Un ganadero ve cómo disminuye su rebaño vacuno en $\frac{5}{8}$ por una epidemia. Por

ello vende los $\frac{3}{4}$ de las vacas que sobrevivieron y deja las 36 restantes para dedicarlas a cría. ¿Cuántas reses tenía inicialmente?

El ganadero tenía x vacas. Mueren $\frac{5}{8}x$. Sobreviven $\frac{3}{8}x$.

Vende $\frac{3}{4} \left(\frac{3}{8}x \right) = \frac{9}{32}x$. Deja para dedicar a cría:

$$\frac{3}{8}x - \frac{9}{32}x = 36 \Rightarrow \left(\frac{3}{8} - \frac{9}{32} \right) x = 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3}{32}x = 36 \Rightarrow x = \frac{36 \cdot 32}{3} \Rightarrow \underline{\underline{x = 384 \text{ vacas}}}$$

4. Efectúa las siguientes operaciones con radicales y simplifica el resultado (2 puntos; 0,5 por apartado):

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{\sqrt{a^3 b^4} \sqrt[4]{ab^4} \sqrt[3]{a^2 b^2}}{\sqrt[6]{ab}} &= \frac{\sqrt[12]{a^{18} b^6} \sqrt[12]{a^3 b^{12}} \sqrt[12]{a^8 b^8}}{\sqrt[12]{a^2 b^2}} = \sqrt[12]{\frac{a^{29} b^{26}}{a^2 b^2}} = \\ &= \sqrt[12]{a^{27} b^{24}} = a^2 b^2 \sqrt[12]{a^3} = \underline{\underline{(ab)^2 \cdot \sqrt[4]{a}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\sqrt[3]{8 \cdot 2\sqrt{2}}}{\sqrt{4 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 4}} &= \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt{32\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt{2^5 \sqrt{3}}} = \frac{2}{2^2 \sqrt{2\sqrt{3}}} = \\ &= \frac{1}{2 \sqrt{2\sqrt{3}}} = \frac{1}{2 \sqrt{\sqrt{2^2 \cdot 3}}} = \frac{1}{2 \sqrt[4]{12}} = \left(\begin{array}{l} \text{si se} \\ \text{racionaliza} \end{array} \right) = \underline{\underline{\frac{\sqrt[4]{108}}{12}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \left(\sqrt[3]{200} \right)^3 &= \sqrt{\left(\sqrt[3]{200} \right)^3} = \sqrt{200} = \sqrt{2^3 \cdot 5^2} = \\ &= 2 \cdot 5 \sqrt{2} = \underline{\underline{10\sqrt{2}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 3\sqrt{5} + \sqrt{25} - 2\sqrt{45} - 3\sqrt{20} &= 3\sqrt{5} + \sqrt{5^2} - 2\sqrt{3^2 \cdot 5} - 3\sqrt{2^2 \cdot 5} = \\ &= 3\sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 \cdot 3\sqrt{5} - 3 \cdot 2\sqrt{5} = \\ &= 3\sqrt{5} + \sqrt{5} - 6\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = \underline{\underline{-8\sqrt{5}}} \end{aligned}$$

5. Racionaliza las siguientes expresiones y simplifica el resultado (1,5 puntos; 0,5 por apartado):

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{\sqrt{20} + \sqrt{6}}{\sqrt{2}} &= \frac{(\sqrt{20} + \sqrt{6}) \sqrt{2}}{\sqrt{2} \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{40} + \sqrt{12}}{2} = \\ &= \frac{\sqrt{2^3 \cdot 5} + \sqrt{2^2 \cdot 3}}{2} = \frac{2\sqrt{10} + 2\sqrt{3}}{2} = \underline{\underline{\sqrt{10} + \sqrt{3}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt[3]{12}} &= \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 3}} = \frac{2\sqrt{6} \sqrt[3]{2 \cdot 3^2}}{\sqrt[3]{2^2 \cdot 3} \sqrt[3]{2 \cdot 3^2}} = \frac{2\sqrt{6} \sqrt[3]{2 \cdot 3^2}}{2 \cdot 3} = \\
 &= \frac{\sqrt{2 \cdot 3} \sqrt[3]{2 \cdot 3^2}}{3} = \frac{\sqrt[6]{2^3 \cdot 3^3} \sqrt[6]{2^2 \cdot 3^4}}{3} = \frac{\sqrt[6]{2^5 \cdot 3^7}}{3} = \\
 &= \frac{3 \sqrt[6]{2^5 \cdot 3}}{3} = \underline{\underline{\sqrt[6]{96}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{3 - 2\sqrt{2}} &= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{6})(3 + 2\sqrt{2})}{(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})} = \frac{3\sqrt{3} + 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} + 2\sqrt{12}}{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = \\
 &= \frac{3\sqrt{3} + 5\sqrt{6} + 2 \cdot 2\sqrt{3}}{9 - 8} = \frac{3\sqrt{3} + 5\sqrt{6} + 4\sqrt{3}}{1} = \underline{\underline{7\sqrt{3} + 5\sqrt{6}}}
 \end{aligned}$$

6. Factoriza el polinomio $2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$. ¿Cuáles son sus raíces? (1 punto)

	2	-5	-4	3
-1		-2	7	-3
	2	-7	3	0
3		6	-3	
	2	-1	0	
1/2		1		
	2	0		

$$\begin{aligned}
 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 &= (x+1)(x-3)(2x-1) = \\
 &= 2(x+1)(x-3)\left(x - \frac{1}{2}\right)
 \end{aligned}$$

RAÍCES: $-1, 3$ y $\frac{1}{2}$

7. Efectúa la siguiente operación (1 punto):

$$\begin{aligned}
 \frac{x+1}{x^2-4} + \frac{1}{x} - \frac{x-1}{x+2} &= \frac{x(x+1)}{x(x+2)(x-2)} + \frac{(x+2)(x-2)}{x(x+2)(x-2)} - \frac{x(x-2)(x-1)}{x(x+2)(x-2)} = \\
 &= \frac{x^2+x}{x^3-4x} + \frac{x^2-4}{x^3-4x} - \frac{x^3-3x^2+2x}{x^3-4x} = \\
 &= \underline{\underline{\frac{-x^3+5x^2-x-4}{x^3-4x}}}
 \end{aligned}$$