

1. Opera y simplifica (1 punto; 0,5 puntos por apartado):

a) 
$$\frac{b^3(a^2b^{-1})^{-2}(2a)^6}{(4a)^3(ab^2)^{-2}} =$$

b) 
$$\left[ \left( \frac{1}{x} \right)^{-1} (x^{-1})^2 \right]^{-1} \left( \frac{1}{x} \right)^{-2} =$$

2. Efectúa las siguientes operaciones con radicales y simplifica el resultado (1 punto; 0,5 puntos por apartado):

a) 
$$\frac{\sqrt{ab^2} \sqrt[3]{a^2b}}{\sqrt[4]{a^5b^5}} =$$

b) 
$$2\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + 4\sqrt{32} =$$

3. Racionaliza las siguientes expresiones y simplifica el resultado (1 punto; 0,5 puntos por apartado):

a)  $\frac{3}{\sqrt[3]{9}} =$

b)  $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} =$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones (2 puntos; 1 punto por apartado)

a)  $\frac{x+1}{x-2} + \frac{1}{3} = \frac{x}{2x+3} + 4$

b)  $\sqrt{2x-3} + 1 = \sqrt{2+x}$

5. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones: (2 puntos; 1 por apartado)

a) 
$$\left. \begin{array}{l} y^2 - 2y = x - 1 \\ \sqrt{x} + y = 5 \end{array} \right\}$$

b) 
$$\left. \begin{array}{l} 3x^2 - 5y^2 = 7 \\ 2x^2 = 11y^2 - 3 \end{array} \right\}$$

6. Resuelve la siguiente inecuación **(1,5 puntos)**:

$$\frac{x^2 + x - 12}{x^3 - 4x^2 + 5x - 2} \leq 0$$

7. En un corral hay gallinas y conejos, en total 80. Sabiendo que el número de patas es de 260, averiguar el número de gallinas y el de conejos. **(1,5 puntos)**

1. Opera y simplifica (1 punto; 0,5 puntos por apartado):

$$\text{a) } \frac{b^3(a^2b^{-1})^{-2}(2a)^6}{(4a)^3(ab^2)^{-2}} = \frac{b^3 a^{-4} b^2 2^6 a^6}{4^3 a^3 a^{-2} b^{-4}} = \frac{2^6 a^2 b^5}{(2^2)^3 ab^{-4}} = \frac{2^6 a^2 b^5 b^4}{2^6 a} =$$

$$= \underline{\underline{ab^9}}$$

$$\text{b) } \left[ \left( \frac{1}{x} \right)^{-1} (x^{-1})^2 \right]^{-1} \left( \frac{1}{x} \right)^{-2} = (x \cdot x^{-2})^{-1} x^2 = x^{-1} x^2 \cdot x^2 =$$

$$= \underline{\underline{x^3}}$$

2. Efectúa las siguientes operaciones con radicales y simplifica el resultado (1 punto; 0,5 puntos por apartado):

$$\text{a) } \frac{\sqrt{ab^2} \sqrt[3]{a^2b}}{\sqrt[4]{a^3b^5}} = \frac{\sqrt[12]{a^6b^{12}} \sqrt[12]{a^8b^4}}{\sqrt[12]{a^{15}b^{15}}} = \sqrt[12]{\frac{a^6b^{12}a^8b^4}{a^{15}b^{15}}} =$$

$$= \sqrt[12]{\frac{a^{14}b^{16}}{a^{15}b^{15}}} = \underline{\underline{\sqrt[12]{\frac{b}{a}}}}$$

$$\text{b) } 2\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + 4\sqrt{32} = 2\sqrt{2^3} - 3\sqrt{3^2 \cdot 2} + 4\sqrt{2^5} =$$

$$= 2 \cdot 2\sqrt{2} - 3 \cdot 3\sqrt{2} + 4 \cdot 2^2\sqrt{2} =$$

$$= 4\sqrt{2} - 9\sqrt{2} + 16\sqrt{2} = \underline{\underline{11\sqrt{2}}}$$

3. Racionaliza las siguientes expresiones y simplifica el resultado (1 punto; 0,5 puntos por apartado):

$$a) \frac{3}{\sqrt[3]{9}} = \frac{3}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3^2 \cdot 3}} = \frac{3 \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{3 \sqrt[3]{3}}{3} = \underline{\underline{\sqrt[3]{3}}}$$

$$b) \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{\sqrt{5}^2 - \sqrt{3}^2} =$$

$$= \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2} = \underline{\underline{\sqrt{5}+\sqrt{3}}}$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones (2 puntos; 1 punto por apartado)

a)  $\frac{x+1}{x-2} + \frac{1}{3} = \frac{x}{2x+3} + 4$ . Multiplicando todos los términos por  $3(x-2)(2x+3)$  obtenemos:

$$3(2x+3)(x+1) + (x-2)(2x+3) = 3(x-2)x + 4 \cdot 3(x-2)(2x+3)$$

$$\Rightarrow 6x^2 + 15x + 9 + 2x^2 - x - 6 = 3x^2 - 6x + 24x^2 - 12x - 72$$

$$\Rightarrow 8x^2 + 14x + 3 = 27x^2 - 18x - 72$$

$$\Rightarrow 19x^2 - 32x - 75 = 0$$

$$x = \frac{32 \pm \sqrt{(-32)^2 - 4 \cdot 19 \cdot (-75)}}{2 \cdot 19} = \frac{32 \pm \sqrt{6724}}{38} =$$

$$= \frac{32 \pm 82}{38} = \begin{cases} \frac{3}{19} \\ \frac{-50}{38} = \frac{-25}{19} \end{cases}$$

b)  $\sqrt{2x-3} + 1 = \sqrt{2+x}$ . Elevando ambos miembros al cuadrado:  $(\sqrt{2x-3} + 1)^2 = \sqrt{2+x}^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2x - 3 + 1 + 2\sqrt{2x-3} = 2 + x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2x-3} = -x + 4. \text{ Elevando otra vez al cuadrado:}$$

$$(2\sqrt{2x-3})^2 = (-x + 4)^2 \Rightarrow 4(2x-3) = x^2 + 16 - 8x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8x - 12 = x^2 + 16 - 8x \Rightarrow x^2 - 16x + 28 = 0$$

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 28}}{2} = \frac{16 \pm 12}{2} = \begin{cases} \frac{14}{2} \\ \frac{2}{2} \end{cases}$$

5. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones: (2 puntos; 1 por apartado)

a)  $\begin{cases} y^2 - 2y = x - 1 \\ \sqrt{x+y} = 5 \end{cases}$  De la 1ª ecuación  $\underline{x = y^2 - 2y + 1}$ . (\*)  
Sustituyendo en la segunda:

$$\begin{aligned} \sqrt{y^2 - 2y + 1} + y &= 5 \Rightarrow \sqrt{y^2 - 2y + 1} = 5 - y \Rightarrow \\ \Rightarrow (\sqrt{y^2 - 2y + 1})^2 &= (5 - y)^2 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = 25 + y^2 - 10y \\ \Rightarrow 8y &= 24 \Rightarrow \underline{y = 3} \end{aligned}$$

Sustituyendo en (\*):  $x = 3^2 - 2 \cdot 3 + 1 \Rightarrow \underline{x = 4}$

b)  $\begin{cases} 3x^2 - 5y^2 = 7 \\ 2x^2 = 11y^2 - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 - 5y^2 = 7 & \times 2 \\ 2x^2 - 11y^2 = -3 & \times (-3) \end{cases} \Rightarrow$

$$\begin{aligned} 6x^2 - 10y^2 &= 14 \\ -6x^2 + 33y^2 &= 9 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} +$$

$$23y^2 = 23 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \sqrt{1} \quad \left\langle \begin{array}{l} \underline{y_1 = 1} \\ \underline{y_2 = -1} \end{array} \right.$$

Si  $y_1 = 1 \Rightarrow 2x^2 = 11 - 3 \Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = \left\langle \begin{array}{l} \underline{x_1 = 2} \\ \underline{x_2 = -2} \end{array} \right.$$

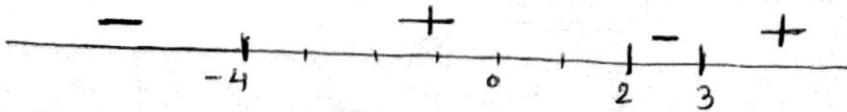
Igual ocurre si  $y_2 = -1$ .

Soluciones pues:  $(1, 2)$ ;  $(1, -2)$ ,  
 $(-1, 2)$ ;  $(-1, -2)$

6. Resuelve la siguiente inecuación (1,5 puntos):

$$\frac{x^2+x-12}{x^3-4x^2+5x-2} \leq 0 \quad \frac{(x-3) \cdot (x+4)}{(x-1)^2(x-2)}$$

Raíces: 3, -4, 2 (no tenemos en cuenta la raíz 1 pues  $(x-1)^2$  es siempre positivo y no afecta al estudio del signo).



Solución:  $(-\infty, -4] \cup (2, 3]$

7. En un corral hay gallinas y conejos, en total 80. Sabiendo que el número de patas es de 260, averiguar el número de gallinas y el de conejos. (1,5 puntos)

Número de gallinas:  $x$

Número de conejos:  $y$

$$\text{Planteamiento: } \left. \begin{array}{l} x + y = 80 \\ 2x + 4y = 260 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} -2x - 2y = -160 \\ 2x + 4y = 260 \end{array} \right\} +$$

$$2y = 100 \Rightarrow \underline{y = 50}$$

$$\Rightarrow x + 50 = 80 \Rightarrow \underline{x = 30}$$

\* Por tanto en el corral hay 30 gallinas y 50 conejos.