

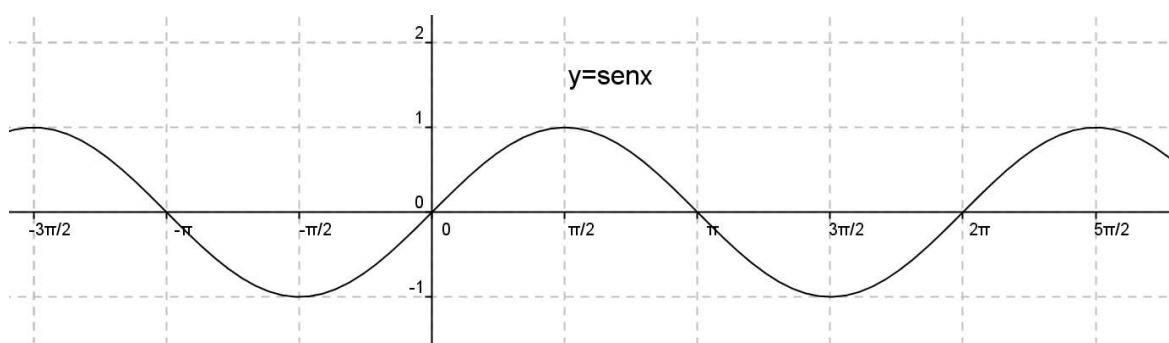
Representa gráficamente las siguientes funciones:

Todas las funciones de este ejercicio se obtienen efectuando transformaciones a las funciones $y = \operatorname{sen} x$, $y = \cos x$ ò $y = \operatorname{tg} x$.

➤ $y = \operatorname{sen} x$

- $\operatorname{Dom}(y = \operatorname{sen} x) = \mathfrak{R}$
- $\operatorname{Re} c(y = \operatorname{sen} x) = [-1, 1]$
- Periódica de periodo $T = 2\pi$

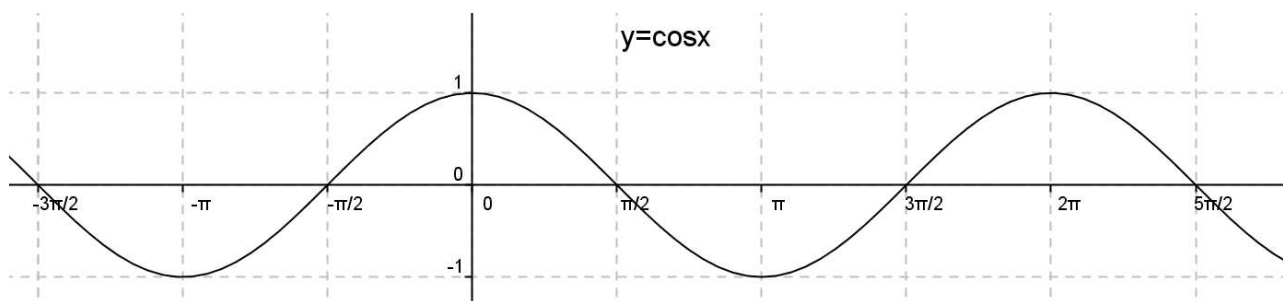
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	0	1	0	-1	0



➤ $y = \cos x$

- $\operatorname{Dom}(y = \cos x) = \mathfrak{R}$
- $\operatorname{Re} c(y = \cos x) = [-1, 1]$
- Periódica de periodo $T = 2\pi$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	1	0	-1	0	1



➤ $y = \operatorname{tg} x$

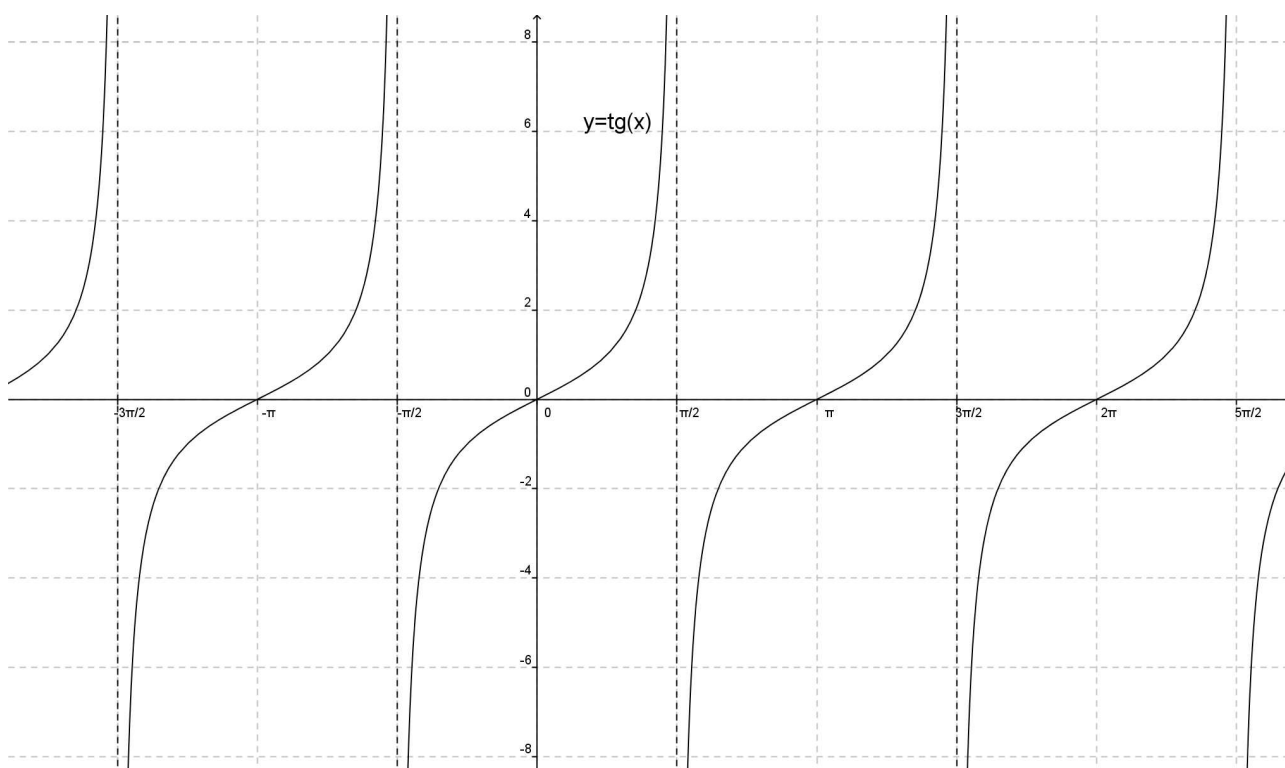
- $\operatorname{Dom}(y = \operatorname{tg} x) = \mathfrak{R} - \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$
- $\operatorname{Re} c(y = \operatorname{tg} x) = \mathfrak{R}$

• Periódica de periodo $T = \pi$

• $x = -\frac{\pi}{2}$ es asíntota vertical $\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \operatorname{tg} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \operatorname{tg} x = -\infty \end{array} \right.$

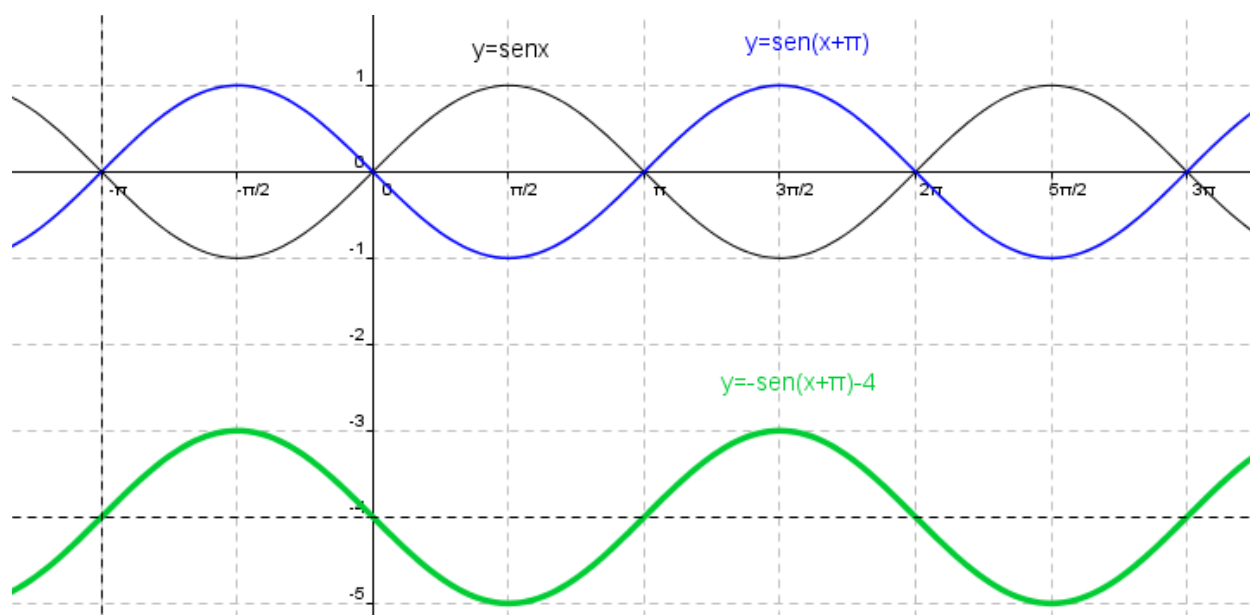
$x = \frac{\pi}{2}$ es asíntota vertical $\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \operatorname{tg} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \operatorname{tg} x = -\infty \end{array} \right.$

x	$-\frac{\pi^+}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi^-}{2}$
y	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$



a) $f(x) = \operatorname{sen}(x + \pi) \rightarrow y = \operatorname{sen} x$ trasladada horizontalmente π unidades a la izquierda.

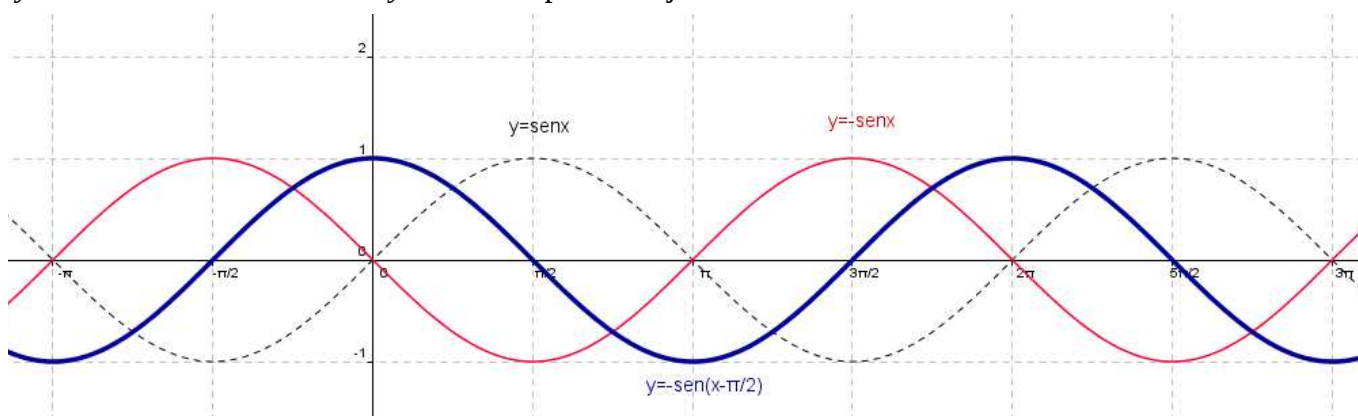
c) $f(x) = \operatorname{sen}(x + \pi) - 4 \rightarrow y = \operatorname{sen} x$ trasladada horizontalmente π unidades a la izquierda y verticalmente 4 unidades hacia abajo.



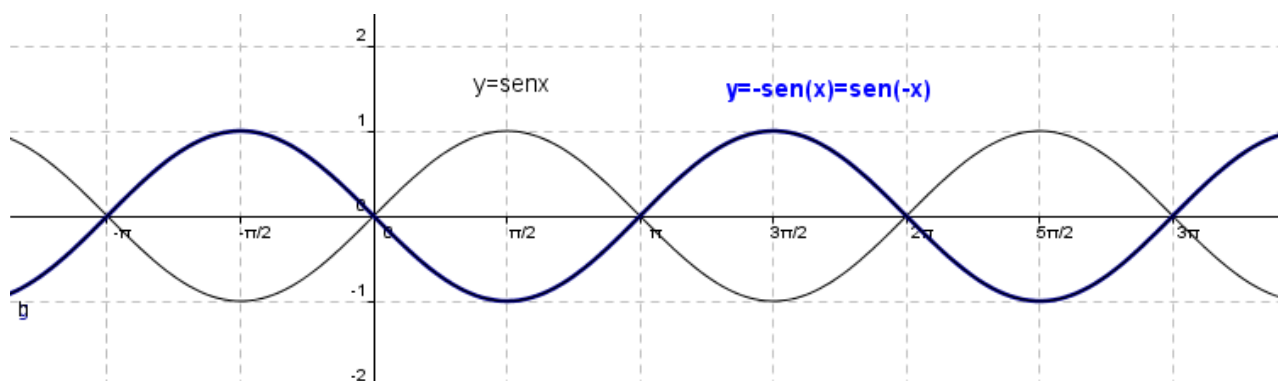
g) $f(x) = -\text{sen}(x) \rightarrow$ es la simétrica de $y = \text{sen}x$ respecto al eje OX

b) $f(x) = -\text{sen}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow y = -\text{sen}x$ trasladada horizontalmente $\frac{\pi}{2}$ a la derecha.

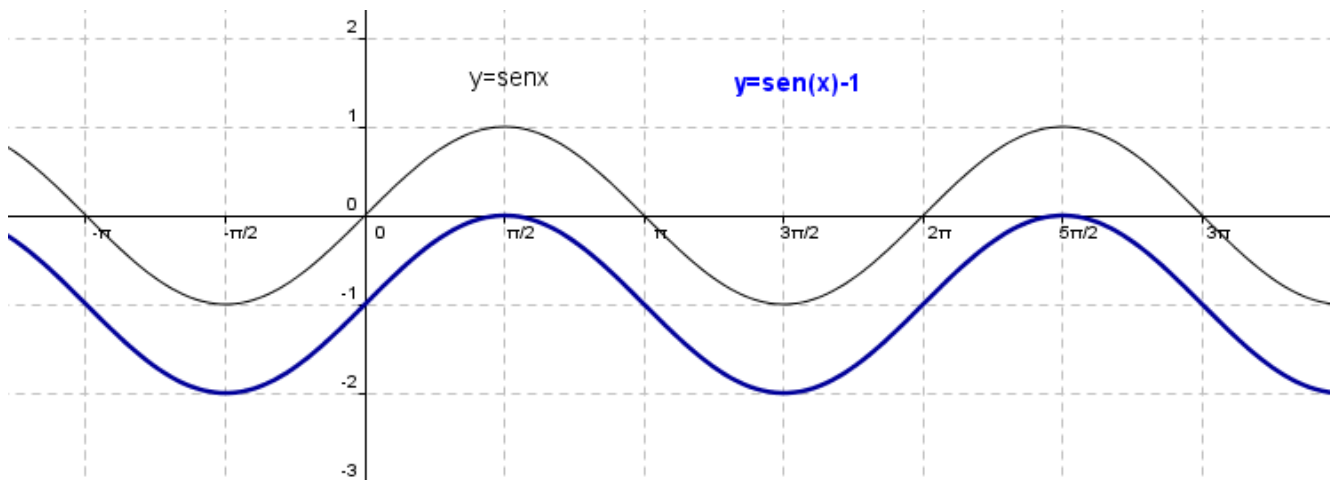
$y = -\text{sen}x$ es la simétrica de $y = \text{sen}x$ respecto al eje OX



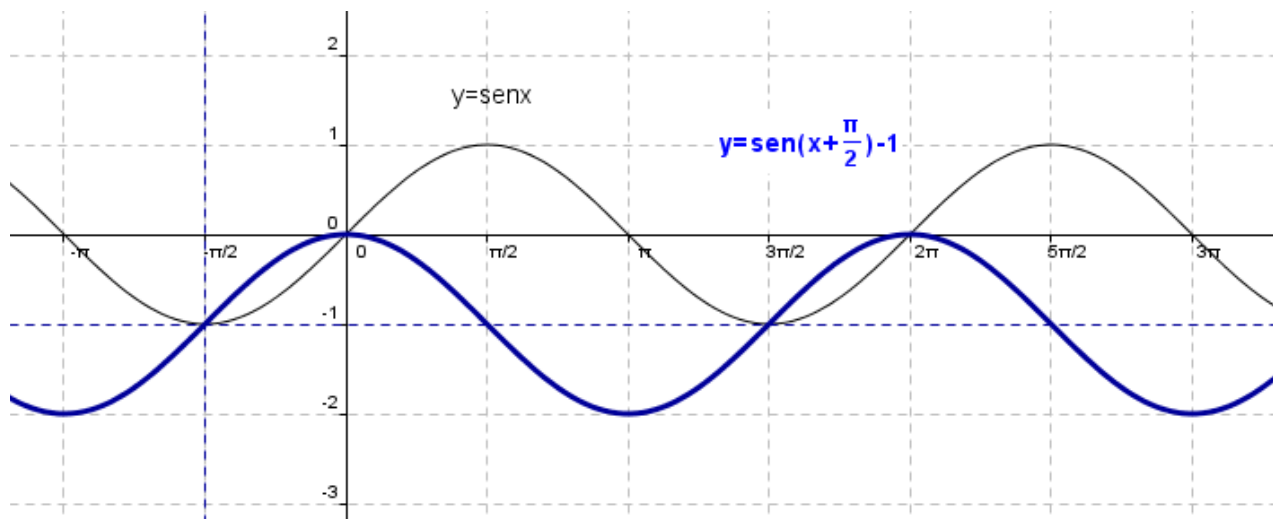
h) $f(x) = \text{sen}(-x) \rightarrow$ es la simétrica de $y = \text{sen}x$ respecto al eje OY. Pero, recuerda que $\text{sen}(-\alpha) = -\text{sen}\alpha$, por tanto, en este caso también es la simétrica de $y = \text{sen}x$ respecto al eje OX.



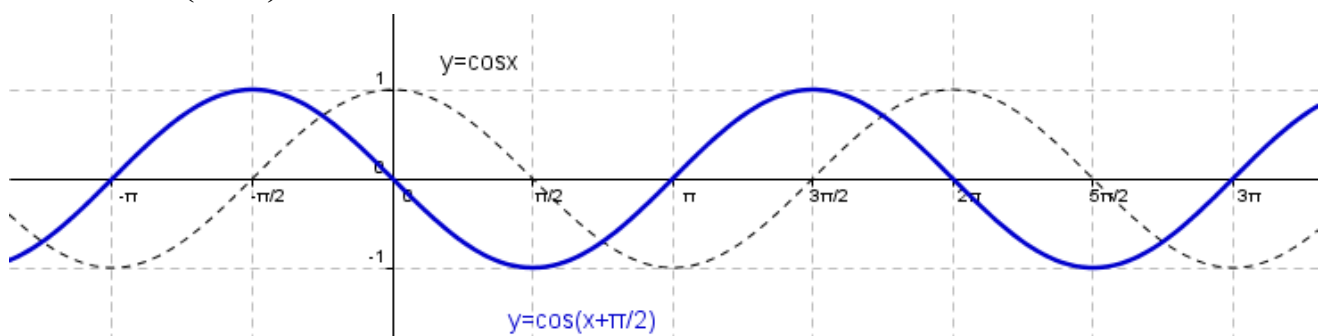
k) $f(x) = \text{sen}x - 1 \rightarrow y = \text{sen}x$ trasladada verticalmente 1 unidad hacia abajo.



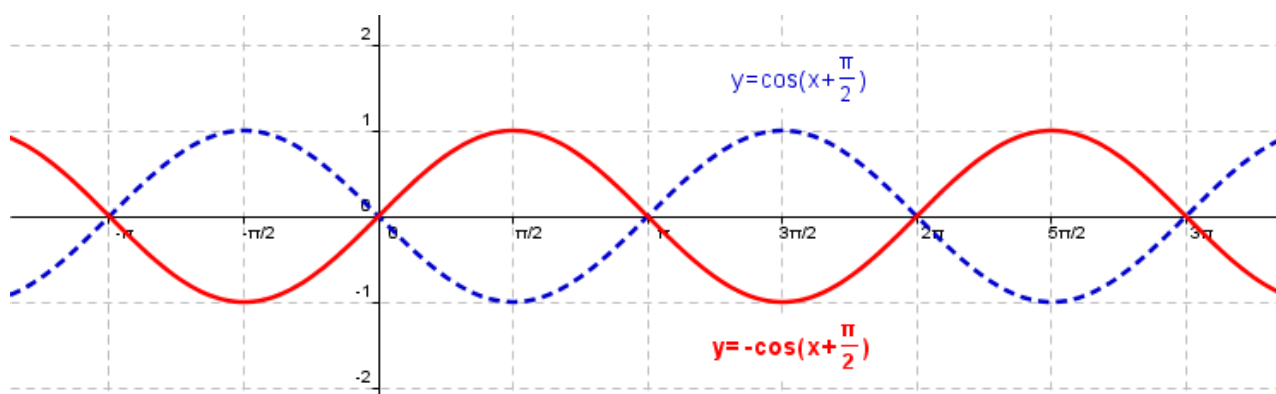
t) $f(x) = \text{sen}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1 \rightarrow y = \text{sen}x$ trasladada horizontalmente $\frac{\pi}{2}$ unidades a la izquierda y 1 unidad hacia abajo.



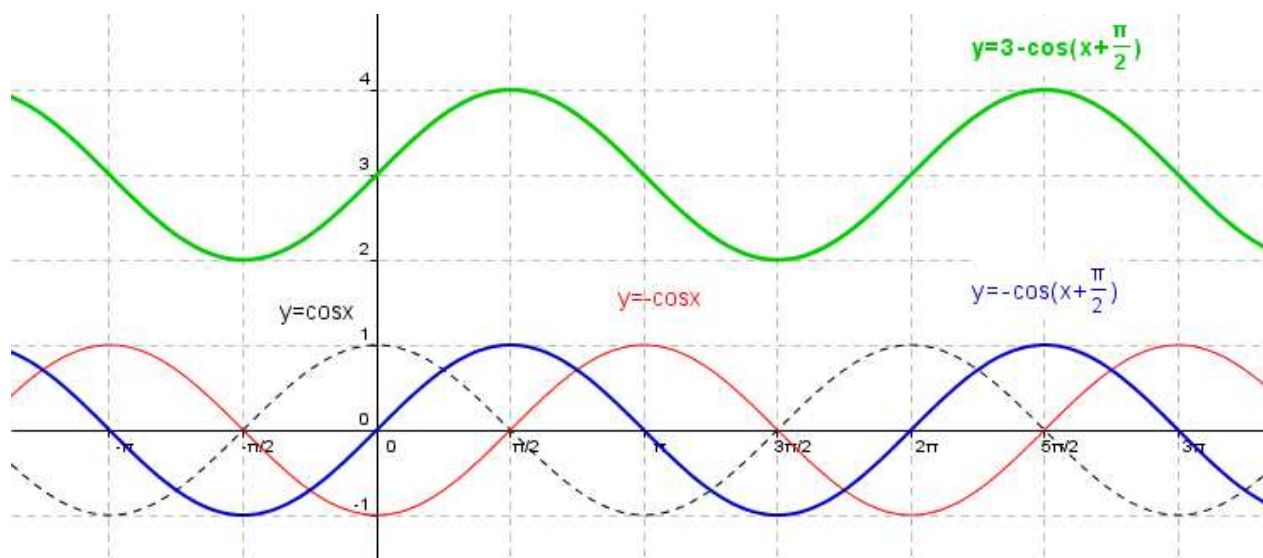
d) $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow y = \cos x$ trasladada horizontalmente $\frac{\pi}{2}$ unidades a la izquierda



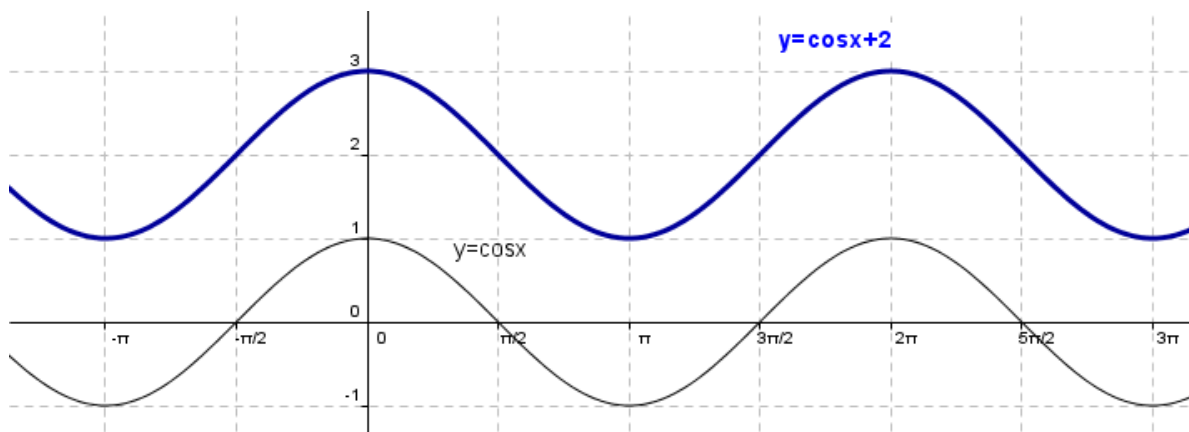
e) $f(x) = -\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ es la simétrica de la función del apartado d) respecto al eje OX



f) $f(x) = 3 - \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 3 \rightarrow$ es la función del apartado **e)** trasladada verticalmente 3 unidades hacia arriba.

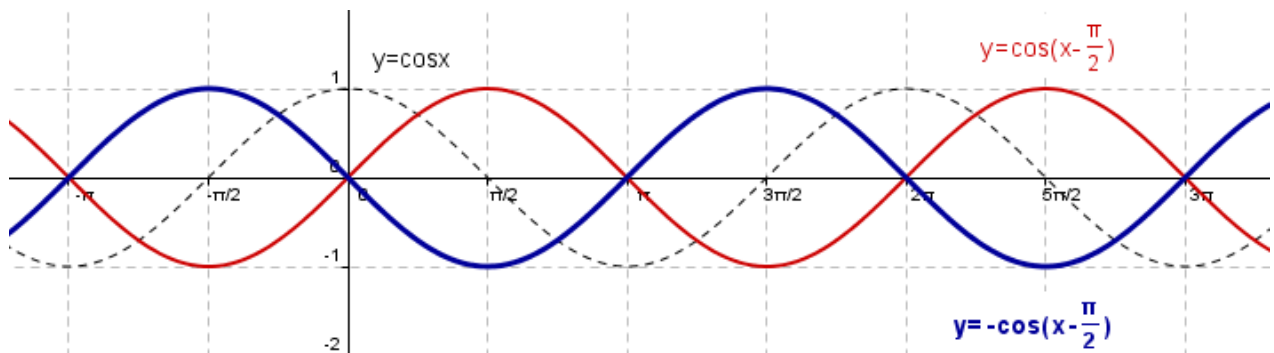


l) $f(x) = \cos x + 2 \rightarrow y = \cos x$ trasladada verticalmente 2 unidades hacia arriba

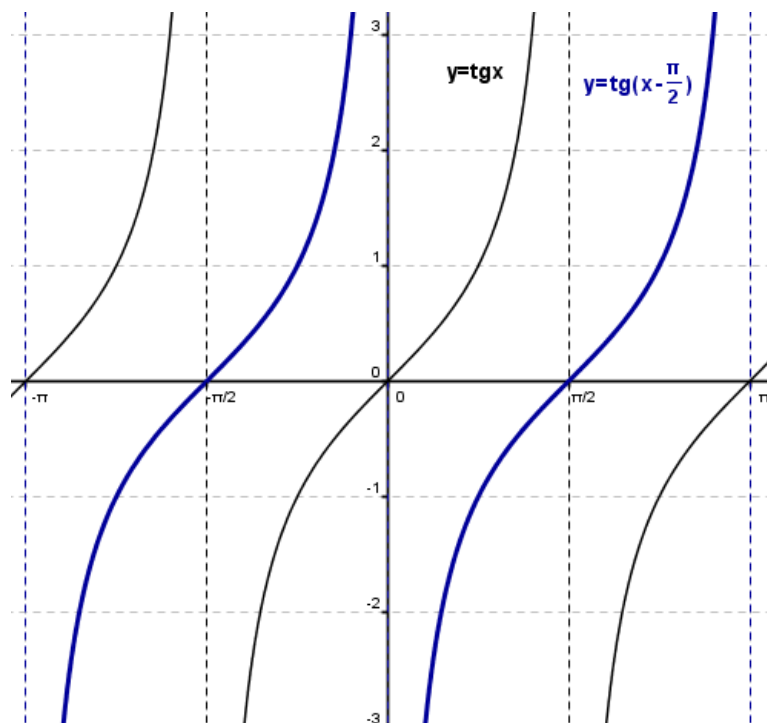


u) $f(x) = -\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ es la simétrica de la función $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ respecto al eje OX.

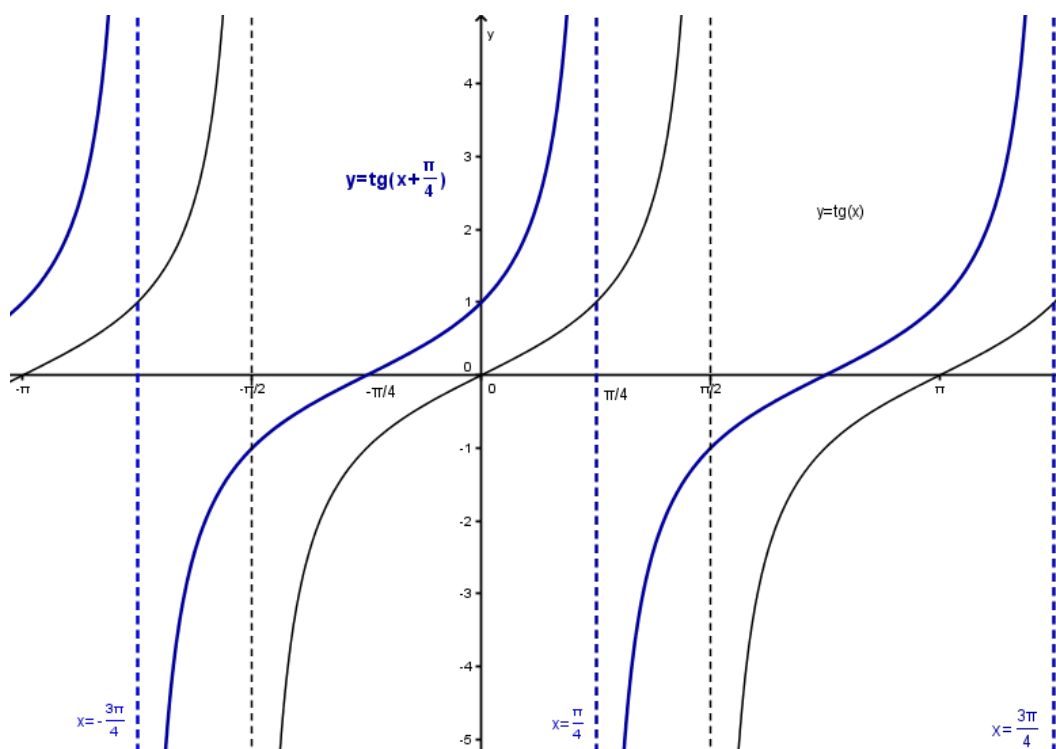
$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow y = \cos x$ trasladada horizontalmente $\frac{\pi}{2}$ unidades a derecha.



i) $f(x) = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow$ es la función $y = \operatorname{tg}x$ trasladada horizontalmente $\frac{\pi}{2}$ a la derecha

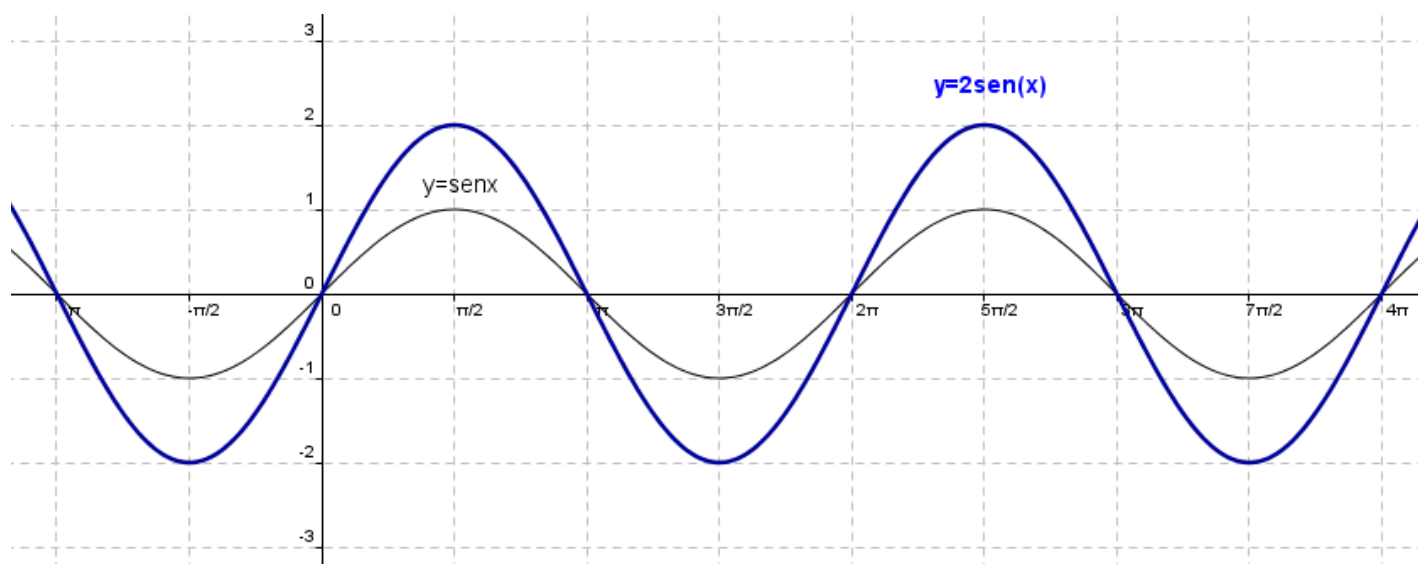


j) $f(x) = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow$ es la función $y = \operatorname{tg}x$ trasladada horizontalmente $\frac{\pi}{4}$ a la izquierda



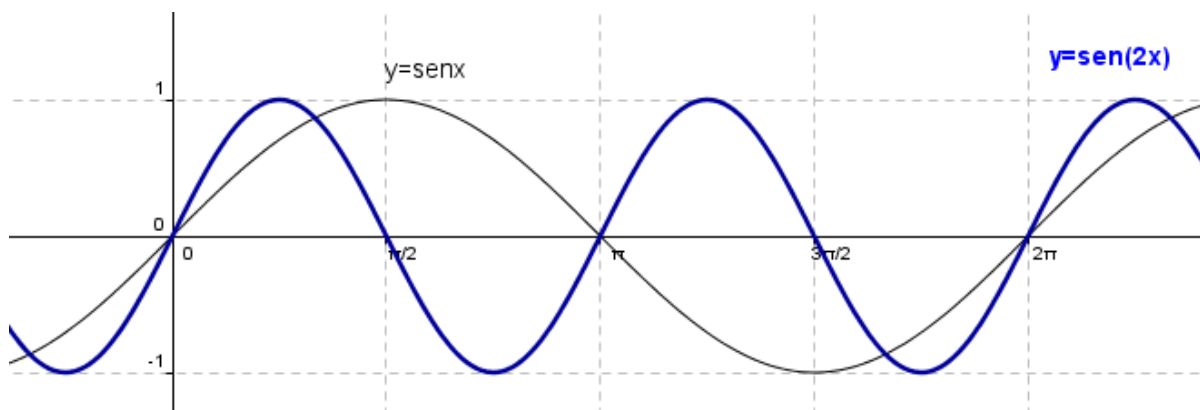
m) $f(x) = 2 \cdot \text{sen } x \rightarrow$ Se obtiene a partir de la función $y = \text{sen } x$ por una dilatación vertical (se modifica su recorrido $\text{Re}c(f) = [-2, 2]$)

$$y = \text{sen } x \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-1, 1] \end{cases} \quad f(x) = 2 \cdot \text{sen } x \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-2, 2] \end{cases}$$



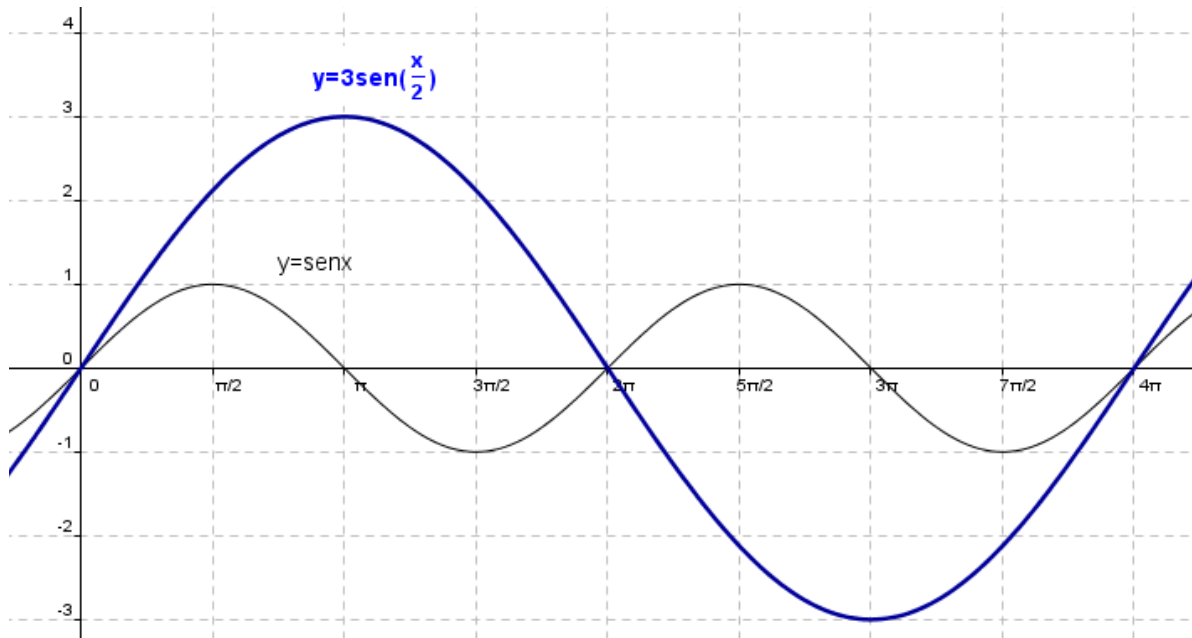
o) $f(x) = \text{sen}(2x) \rightarrow$ Se obtiene a partir de la función $y = \text{sen } x$ por una contracción horizontal (se modifica su periodo $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$)

$$y = \text{sen } x \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-1, 1] \end{cases} \quad f(x) = \text{sen}(2x) \rightarrow \begin{cases} T = \pi \\ \text{Recorrido} = [-1, 1] \end{cases}$$



r) $f(x) = 3 \cdot \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right) \rightarrow$ Se obtiene a partir de la función $y = \text{sen } x$ por una dilatación vertical (se modifica su recorrido $\text{Rec}(f) = [-3, 3]$) y una dilatación horizontal (se modifica su periodo $T = \frac{2\pi}{1/2} = 4\pi$)

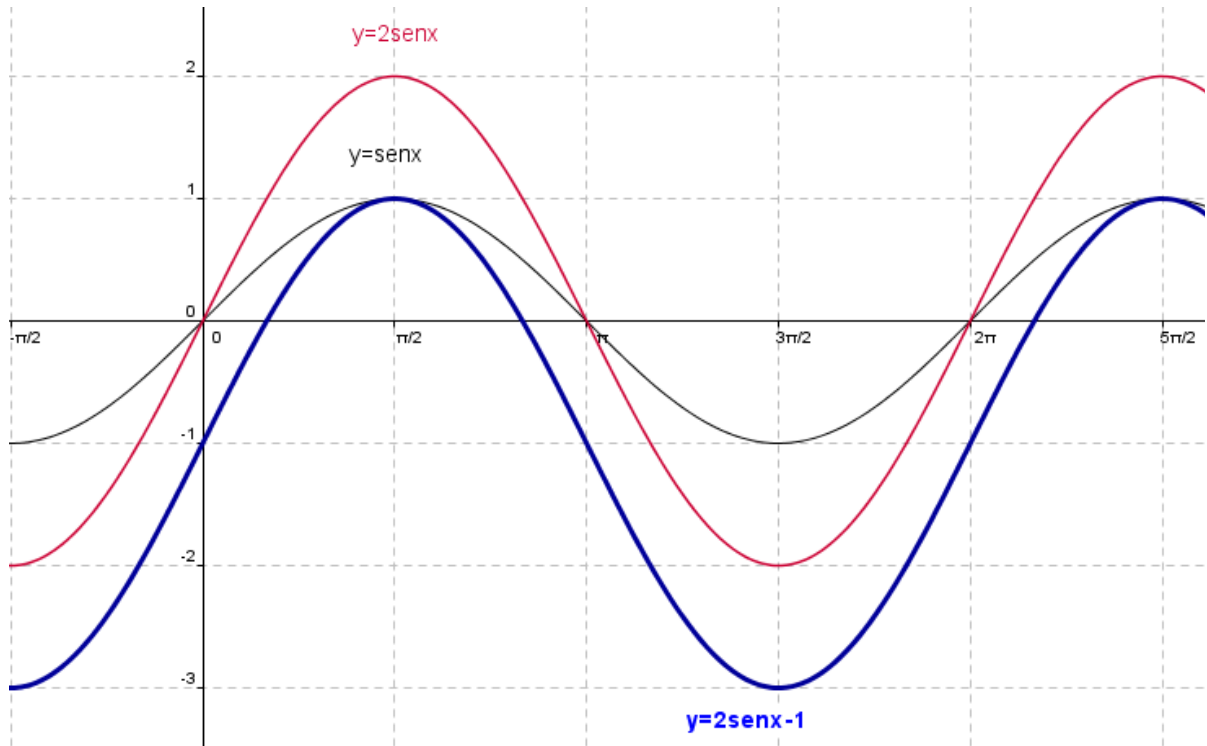
$$y = \text{sen } x \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-1, 1] \end{cases} \quad f(x) = 2 \cdot \text{sen } x \rightarrow \begin{cases} T = 4\pi \\ \text{Recorrido} = [-3, 3] \end{cases}$$



s) $f(x) = 2 \cdot \text{sen } x - 1$

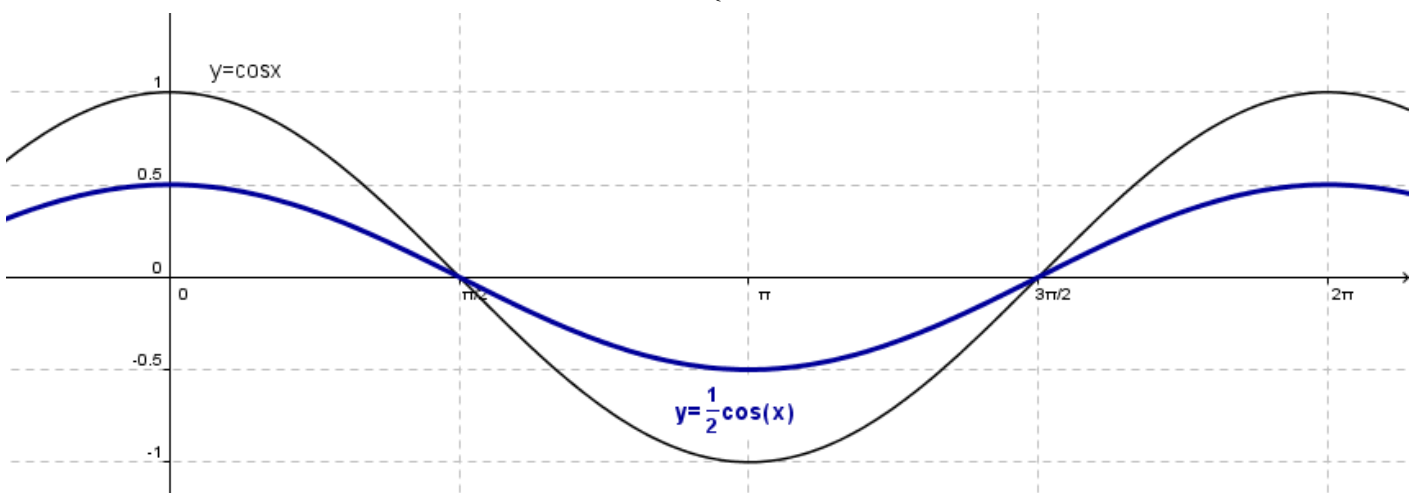
- $y = 2 \cdot \text{sen } x$ se obtiene a partir de $y = \text{sen } x$ por una dilatación vertical (se modifica su recorrido ($\text{Rec}(y = 2\text{sen } x) = [-2, 2]$))
- $f(x) = 2 \cdot \text{sen } x - 1$ se obtiene a partir de $y = 2 \cdot \text{sen } x$ por una traslación vertical de 1 unidad hacia abajo ($\text{Rec}(f) = [-3, 1]$)

$$y = \operatorname{sen} x \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-1, 1] \end{cases} \quad f(x) = 2 \cdot \operatorname{sen} x - 1 \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-3, 1] \end{cases}$$



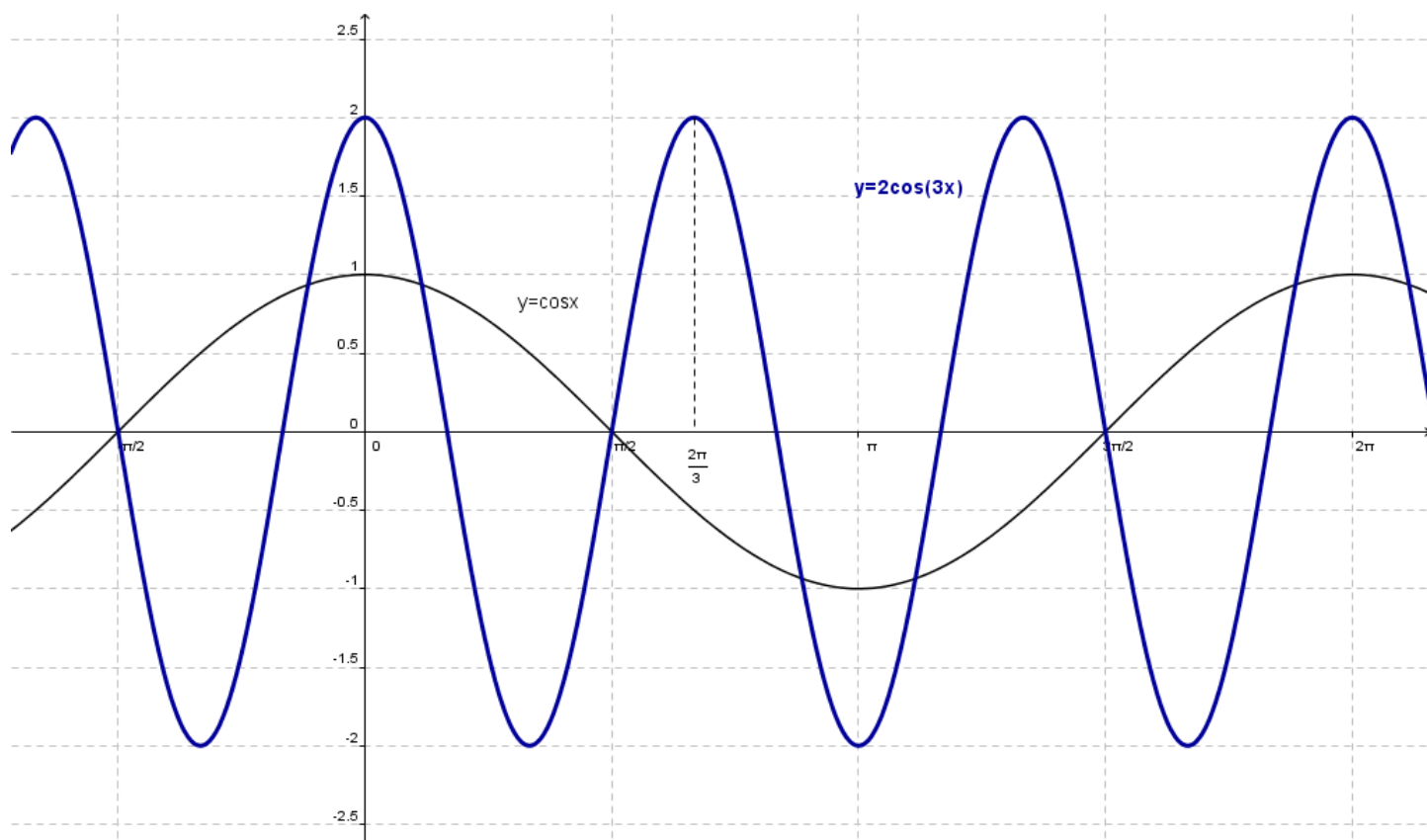
n) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot \cos x \rightarrow$ se obtiene a partir de la función $y = \cos x$ por una contracción vertical (se modifica su $\operatorname{Rec}(f) = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$)

$$y = \cos x \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-1, 1] \end{cases} \quad f(x) = \frac{1}{2} \cdot \cos x \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \end{cases}$$



p) $f(x) = 2 \cdot \cos(3x) \rightarrow$ Se obtiene a partir de la función $y = \cos x$ por una dilatación vertical (se modifica su recorrido $\operatorname{Rec}(f) = [-2, 2]$) y una contracción horizontal (se modifica su periodo $T = \frac{2\pi}{3}$)

$$y = \cos x \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-1, 1] \end{cases} \quad f(x) = 2 \cdot \cos(3x) \rightarrow \begin{cases} T = \frac{2\pi}{3} \\ \text{Recorrido} = [-2, 2] \end{cases}$$



q) $f(x) = -\frac{1}{2} \cdot \cos(2x) \rightarrow$ Se obtiene a partir de la función $y = -\cos x$ por una contracción vertical (se modifica su recorrido $\text{Rec}(f) = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$) y una contracción horizontal (se modifica su periodo $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$)

$$y = -\cos x \rightarrow \begin{cases} T = 2\pi \\ \text{Recorrido} = [-1, 1] \end{cases} \quad f(x) = -\frac{1}{2} \cdot \cos(2x) \rightarrow \begin{cases} T = \pi \\ \text{Recorrido} = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \end{cases}$$

A su vez, $y = -\cos x$ es la simétrica de $y = \cos x$ respecto al eje OX.

