

EJERCICIOS RESUELTOS CÓNICAS

1. Halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos cuya diferencia de distancias a $F'(-4,0)$ y $F(4,0)$ es 6.

* Hipérbola

$$F'(-4,0) \quad F(4,0) \quad 2a=6 \Rightarrow a=\frac{6}{2}=3$$

$$c=4$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = c^2 - a^2 = 16 - 9 = 7$$

Ecuación

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$$

2. Representa la cónica $y^2 - 4y - 6x - 5 = 0$ con todos sus elementos.

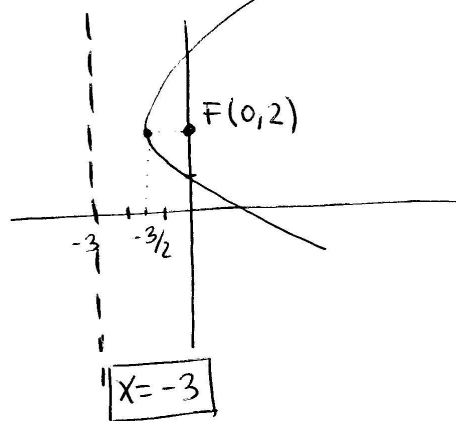
* $y^2 - 4y - 6x - 5 = 0$ Es una parábola

$$y^2 - 4y = (y-2)^2 - 4 \Rightarrow (y-2)^2 - 4 - 6x - 5 = 0$$

$$(y-2)^2 = 6x + 9$$

$$(y-2)^2 = 6\left(x + \frac{3}{2}\right)$$

Vértice $\left(-\frac{3}{2}, 2\right)$



$$2p = 6 \Rightarrow p = 3$$

$$p/2 = 3/2$$

directriz:

$$x = -\frac{3}{2} - \frac{3}{2} = -3$$

3. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A(1,0), B(3,-2) y C(1,-4).

* A(1,0) Ecuación de la circunferencia:
 B(3,-2) $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$
 C(1,-4)

$$\left. \begin{array}{l} A(1,0) \rightarrow 1 + D + F = 0 \\ B(3,-2) \rightarrow 9 + 4 + 3D - 2E + F = 0 \\ C(1,-4) \rightarrow 1 + 16 + D - 4E + F = 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} D + F = -1 \\ 3D - 2E + F = -13 \\ D - 4E + F = -17 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{II} - 2\text{III} \\ D + F = -1 \\ D - F = 21 \\ D - 4E + F = -17 \end{array}$$

$$\text{I} + \text{II} \quad \begin{array}{l} 2D = 20 \\ D - F = 21 \\ D - 4E + F = -17 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \rightarrow D = 10 \\ \rightarrow F = -11 \\ \rightarrow E = 4 \end{array} \right.$$

Circunferencia:

$$\boxed{x^2 + y^2 + 10x + 4y - 11 = 0}$$

4. Dada la cónica $9x^2 + 25y^2 - 36x + 150y + 36 = 0$, se pide:

- Identifica la cónica y defínela.
- Dibújala, indicando todos sus elementos.

$$* 9x^2 + 25y^2 - 36x + 150y + 36 = 0$$

a) Elipse: lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante.

$$b) 9x^2 - 36x = 9(x^2 - 4x) = 9[(x-2)^2 - 4]$$

$$25y^2 + 150y = 25(y^2 + 6y) = 25[(y+3)^2 - 9]$$

$$9(x-2)^2 - 36 + 25(y+3)^2 - 225 + 36 = 0$$

$$9(x-2)^2 + 25(y+3)^2 = 225$$

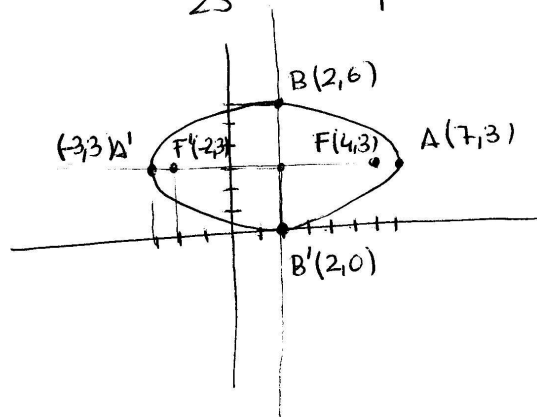
$$\frac{(x-2)^2}{25} + \frac{(y+3)^2}{9} = 1.$$

$$a = 5$$

$$b = 3$$

$$c = \sqrt{25 - 9} = 4$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$$



5. Halla el eje radical de las circunferencias siguientes y di cuál es su posición relativa

$$\begin{array}{r} * \quad x^2 + y^2 - 4x - 12y + 15 = 0 \\ \quad x^2 + y^2 + 2x - 12y + 33 = 0 \\ \hline 6x + 18 = 0 \end{array}$$

$$\boxed{x = -3} \text{ EJE RADICAL}$$

Posición relativa de las circunferencias:

$$x^2 + y^2 - 4x - 12y + 15 = 0$$

$$\begin{array}{l} x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4 \\ y^2 - 12y = (y-6)^2 - 36 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} (x-2)^2 + (y-6)^2 = 25 \\ \boxed{C_1(2,6)} \\ \quad r_1 = 5 \end{array} \right.$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 12y + 33 = 0$$

$$\begin{array}{l} x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1 \\ y^2 - 12y = (y-6)^2 - 36 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} (x+1)^2 + (y-6)^2 = 4 \\ \boxed{C_2(-1,6)} \\ \quad r_2 = 2 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} d(C_1, C_2) = \sqrt{3^2 + 0^2} = \boxed{3} \\ r_1 - r_2 = 5 - 2 = \boxed{3} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{SON TANGENTES} \\ \text{INTERIORES.} \end{array} \right.$$