

1. Resolver y comprobar la validez de las soluciones:

a) $\frac{4}{x} + \frac{2(x+1)}{3(x-2)} = 4$

b) $\sqrt{5x+6} - 2x = 3$

(2 puntos)

2. Desarrollar y simplificar, dando el resultado racionalizado:

$$\left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 =$$

(1,75 puntos)

3. Hallar las siguientes razones, reduciendo previamente al 1^{er} cuadrante:

a) $\cos(-2730^\circ)$

b) $\sin 5\pi/3$ rad

c) $\operatorname{tg} 1230^\circ$

d) $\cos 27\pi/4$ rad

(2 puntos)

4. Dado $\alpha \in 4^\circ$ cuadrante tal que $\sec \alpha = 2$, se pide, **por este orden**:

a) Utilizando la fórmula correspondiente, hallar $\cos 2\alpha$ (resultado simplificado y racionalizado; no vale utilizar decimales).

b) $\cos \alpha/2$

c) $\operatorname{tg}(\alpha+30^\circ)$

d) Razonar mediante la circunferencia trigonométrica (no vale con calculadora) de qué α se trata. (2 puntos)

5. Resolver: $2 \cos^2 x + \sin x = 1$. Comprobar las soluciones obtenidas.

(2 puntos)

① a) $\frac{4}{x} + \frac{2(x+1)}{3(x-2)} = 4$; $\text{mcm} = 3x(x-2) \Rightarrow 12(x-2) + 2x(x+1) = 12x(x-2)$

$12x - 24 + 2x^2 + 2x = 12x^2 - 24x$; $0 = 10x^2 - 38x + 24$; $0 = 5x^2 - 19x + 12$

$x = \frac{19 \pm \sqrt{361 - 240}}{10} = \frac{19 \pm 11}{10} \rightarrow x = 3 \quad 0,5/$
 $\rightarrow x = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

comprobación: $x = 3 \rightarrow \frac{4}{3} + \frac{8}{3} \stackrel{?}{=} 4 \quad 0,25/$
 $\frac{12}{3} = 4 \Rightarrow \boxed{x=3}$ es soluc.

$x = \frac{4}{5} \rightarrow \frac{4}{\frac{4}{5}} + \frac{2(\frac{4}{5}+1)}{3(\frac{4}{5}-2)} \stackrel{?}{=} 4$; $5 + \frac{2 \cdot \frac{9}{5}}{3 \cdot \frac{-6}{5}} \stackrel{?}{=} 4$;
 $5 + \frac{18}{-18} \stackrel{?}{=} 4$; $5 - 1 = 4 \Rightarrow \boxed{x = \frac{4}{5}}$ es soluc. 0,25/

b) $\sqrt{5x+6} - 2x = 3$; $\sqrt{5x+6} = 2x+3$; $(\sqrt{5x+6})^2 = (2x+3)^2$; $5x+6 = 4x^2 + 12x + 9$; $0 = 4x^2 + 7x + 3$

$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 48}}{8} = \frac{-7 \pm 1}{8} \rightarrow x = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$
 $\rightarrow x = -1 \quad 0,5/$

comprobación: $x = -\frac{3}{4} \rightarrow \sqrt{5 \cdot (-\frac{3}{4}) + 6} - 2 \cdot (-\frac{3}{4}) \stackrel{?}{=} 3$

$\sqrt{-\frac{15}{4} + 6} + \frac{3}{2} \stackrel{?}{=} 3$

$\sqrt{\frac{9}{4}} + \frac{3}{2} \stackrel{?}{=} 3$; $\frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 3 \Rightarrow \boxed{x = -\frac{3}{4}}$ es soluc. 0,25/

$x = -1 \rightarrow \sqrt{-5+6} - 2(-1) \stackrel{?}{=} 3 \quad 0,25/$
 $1 + 2 = 3 \Rightarrow \boxed{x = -1}$ es soluc.

TOTAL: 2

② $(2 - \frac{1}{\sqrt{2}})^4 = 2^4 - 4 \cdot 2^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + 6 \cdot 2^2 \cdot (\frac{1}{\sqrt{2}})^2 - 4 \cdot 2 \cdot (\frac{1}{\sqrt{2}})^3 + (\frac{1}{\sqrt{2}})^4 = \leftarrow 0,5$

$= 16 - 4 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 6 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} - 8 \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{4} = \leftarrow 0,25$

$= 16 - 16\sqrt{2} + 12 - 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4} = \leftarrow 0,25$

$= 16 - 16\sqrt{2} + 12 - 2\sqrt{2} + \frac{1}{4} = \frac{113}{4} - 18\sqrt{2} \quad 0,75$

TOTAL: 1,75

③ a) $\cos(-2730^\circ) = \cos 2730^\circ = \cos(7 \cdot 360^\circ + 210^\circ) = \cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{2}} \quad 0,5/$

b) $\sin \frac{5\pi}{3} = \sin(\pi + \frac{2\pi}{3}) = -\sin \frac{2\pi}{3} = -\sin(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\sin \frac{\pi}{3} = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{2}} \quad 0,5/$

c) $\tan 1230^\circ = \tan(3 \cdot 360^\circ + 150^\circ) = \tan 150^\circ = \tan(180^\circ - 30^\circ) = -\tan 30^\circ = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{3}} \quad 0,5/$

d) $\cos \frac{27\pi}{4} = \cos \frac{24\pi + 3\pi}{4} = \cos(3 \text{ vueltas} + \frac{3\pi}{4}) = \cos(\pi - \frac{\pi}{4}) = -\cos \frac{\pi}{4} = \boxed{-\frac{\sqrt{2}}{2}} \quad 0,5/$

TOTAL: 2

④ $\sec d = 2 \Rightarrow \cos d = \frac{1}{2} \quad 0,1/$

a) $\cos 2d = \cos^2 d - \sin^2 d$ (*) ¿señal d? $\sin^2 d + \cos^2 d = 1 \Rightarrow \sin^2 d + \frac{1}{4} = 1$; $\sin^2 d = \frac{3}{4}$

Sustituimos en (*):

$\cos 2d = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \boxed{-\frac{1}{2}} \quad 0,3/$

$\sin d = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin d = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad 0,2/$
 $\sin d = \frac{\sqrt{3}}{2}$ descartado p.p. $d \in 4^\circ$ cuadr.

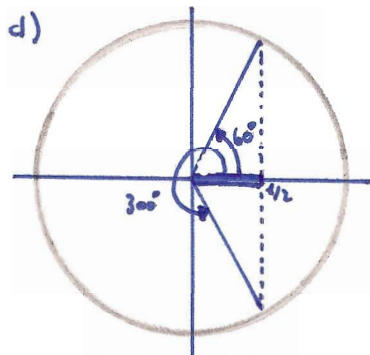
b) $\cos \frac{d}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos d}{2}} = -\sqrt{\frac{1 + 1/2}{2}} = -\sqrt{\frac{3/2}{2}} = -\sqrt{\frac{3}{4}} = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{2}} \quad 0,3/$

$d \in 4^\circ$ cuadr $\Rightarrow 270^\circ < d < 360^\circ$

$135^\circ < d/2 < 180^\circ \Rightarrow \frac{d}{2} \in 2^\circ$ cuadr

c) $\tan(\alpha + 30^\circ) = \frac{\tan \alpha + \tan 30^\circ}{1 - \tan \alpha \cdot \tan 30^\circ}$ (*) ¿ $\tan \alpha$? $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$ 0.1/

Sustituimos en (*): $\tan(\alpha + 30^\circ) = \frac{-\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - (-\sqrt{3}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{-\frac{2\sqrt{3}}{3}}{1 + \frac{3}{3}} = \frac{-\frac{2\sqrt{3}}{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 0.4/

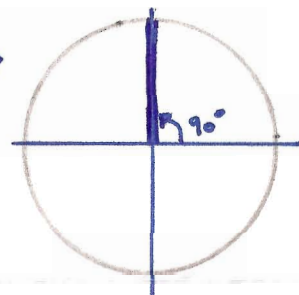


$\cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{1}{2}$
 $\alpha = 60^\circ$ descartado p.p. $\alpha \in 4^\circ \text{ uad.}$
 $\alpha = 300^\circ$ 0.5/

TOTAL: 2

5) $2 \cos^2 x + \sin x = 1$; $2(1 - \sin^2 x) + \sin x = 1$; $2 - 2 \sin^2 x + \sin x = 1$; $0 = 2 \sin^2 x - \sin x - 1$

$\sin x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4}$
 $\sin x = 1 \Rightarrow x = 90^\circ + K \cdot 360^\circ$ 0.25/
 $\sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 330^\circ + K \cdot 360^\circ$ 0.5/
 $x = 210^\circ + K \cdot 360^\circ$



NOTA: como no hemos elevado en ningún momento ambos miembros al cuadrado para quitar una $\sqrt{\quad}$, no hay que descartar ninguna de las 3 soluciones; afortunadamente, tenemos la comprobación, pues así lo pide el enunciado:

$x = 90^\circ \rightarrow 2 \cos^2 90^\circ + \sin 90^\circ \stackrel{?}{=} 1$; $2 \cdot 0 + 1 = 1 \Rightarrow x = 90^\circ + K \cdot 360^\circ$ es soluc. 0.25/

$x = 330^\circ \rightarrow 2 \cdot (\cos 330^\circ)^2 + \sin 330^\circ \stackrel{?}{=} 1$; $2 [\cos(-30^\circ)]^2 + \sin(-30^\circ) \stackrel{?}{=} 1$

$2 \cdot \cos^2 30^\circ - \sin 30^\circ \stackrel{?}{=} 1$

$2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \stackrel{?}{=} 1$; $2 \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \stackrel{?}{=} 1$; $\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow$ 0.25/

$x = 330^\circ + K \cdot 360^\circ$ es soluc.

$x = 210^\circ \rightarrow 2 (\cos 210^\circ)^2 + \sin 210^\circ \stackrel{?}{=} 1$; $2 [\cos(180^\circ + 30^\circ)]^2 + \sin(180^\circ + 30^\circ) \stackrel{?}{=} 1$
 $- \cos 30^\circ \quad - \sin 30^\circ$

$2 (-\cos 30^\circ)^2 - \sin 30^\circ \stackrel{?}{=} 1$

$2 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \stackrel{?}{=} 1$; $2 \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \stackrel{?}{=} 1$; $\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow x = 210^\circ + K \cdot 360^\circ$ es soluc. 0.25/

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA 0,05

ORDEN Y LIMPIEZA 0,10

CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO 0,10

TOTAL 0,25