	EXAMEN 1ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. A+B** **CURSO 2009-2010**	
I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)			Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

Nombre: SOLUCIONES **Grupo de:** 18 ☐ 21 ☐

1. Completar: $\text{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ $\quad 1+\text{tg}^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$ $\quad 1+\text{ctg}^2\alpha=\frac{1}{\text{sen}^2\alpha}$ $\quad \sec\alpha=\frac{1}{\cos\alpha}$ $\quad \text{cosec}\,\alpha=\frac{1}{\text{sen}\,\alpha}$

(1,75 puntos)

$\left.\begin{array}{l}\text{sen}(-\alpha)=-\text{sen}\,\alpha\\ \cos(-\alpha)=\cos\alpha\end{array}\right\}\text{tg}(-\alpha)=-\text{tg}\,\alpha$ $\quad \left.\begin{array}{l}\text{sen}(90^\circ-\alpha)=\cos\alpha\\ \cos(90^\circ-\alpha)=\text{sen}\,\alpha\end{array}\right\}\text{tg}(90^\circ-\alpha)=\text{ctg}\,\alpha$ $\quad \left.\begin{array}{l}\text{sen}(90^\circ+\alpha)=\cos\alpha\\ \cos(90^\circ+\alpha)=-\text{sen}\,\alpha\end{array}\right\}\text{tg}(90^\circ+\alpha)=-\text{ctg}\,\alpha$

$\left.\begin{array}{l}\text{sen}(180^\circ-\alpha)=\text{sen}\,\alpha\\ \cos(180^\circ-\alpha)=-\cos\alpha\end{array}\right\}\text{tg}(180^\circ-\alpha)=-\text{tg}\,\alpha$ $\quad \left.\begin{array}{l}\text{sen}(180^\circ+\alpha)=-\text{sen}\,\alpha\\ \cos(180^\circ+\alpha)=-\cos\alpha\end{array}\right\}\text{tg}(180^\circ+\alpha)=\text{tg}\,\alpha$

$\text{sen}(\alpha+\beta)=\text{sen}\,\alpha\cos\beta+\cos\alpha\,\text{sen}\,\beta$ $\quad \text{sen}(\alpha-\beta)=\text{sen}\,\alpha\cos\beta-\cos\alpha\,\text{sen}\,\beta$ $\quad \text{tg}(\alpha+\beta)=\frac{\text{tg}\,\alpha+\text{tg}\,\beta}{1-\text{tg}\,\alpha\cdot\text{tg}\,\beta}$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\text{sen}\,\alpha\,\text{sen}\,\beta$ $\quad \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\text{sen}\,\alpha\,\text{sen}\,\beta$ $\quad \text{tg}(\alpha-\beta)=\frac{\text{tg}\,\alpha-\text{tg}\,\beta}{1+\text{tg}\,\alpha\cdot\text{tg}\,\beta}$

TOTAL: $\boxed{1{,}75}$ (0,05 cada fórmula)

$\text{sen}\,2\alpha=2\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha$ $\quad \text{sen}\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$ $\quad \text{sen}A+\text{sen}B=2\,\text{sen}\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\text{sen}^2\alpha$ $\quad \cos\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$ $\quad \text{sen}A-\text{sen}B=2\cos\frac{A+B}{2}\,\text{sen}\frac{A-B}{2}$

$\text{tg}\,2\alpha=\frac{2\,\text{tg}\,\alpha}{1-\text{tg}^2\alpha}$ $\quad \text{tg}\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$ $\quad \cos A+\cos B=2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

$\cos A-\cos B=-2\,\text{sen}\frac{A+B}{2}\,\text{sen}\frac{A-B}{2}$

2. Operar y simplificar: *(1,5 puntos)*

[0,75] $\frac{(\sqrt[3]{3}\sqrt{3})^3}{\sqrt{3\sqrt[3]{3}}}=\frac{(\sqrt[6]{3^2}\cdot\sqrt[6]{3^3})^3}{\sqrt{\sqrt[3]{3^4}}}=\frac{(\sqrt[6]{3^5})^3}{\sqrt[6]{3^4}}=\frac{\sqrt[6]{3^{15}}}{\sqrt[6]{3^4}}=\boxed{\sqrt[6]{3^{11}}}=3\cdot\sqrt[6]{3^5}$ 0,5 0,25 0,25

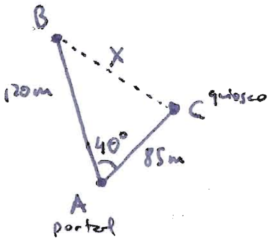
TOTAL: $\boxed{1{,}5}$

[0,75] $\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-2}{x+2}-\frac{12}{x^2-4}=\frac{x+1}{x-2}+\frac{x-2}{x+2}-\underbrace{\frac{12}{(x+2)(x-2)}}_{\text{m.c.m.}}=\frac{(x+1)(x+2)}{(x+2)(x-2)}+\frac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)}-\frac{12}{(x+2)(x-2)}=$ 0,1

$=\frac{x^2+3x+2}{(x+2)(x-2)}+\frac{x^2-4x+4}{(x+2)(x-2)}-\frac{12}{(x+2)(x-2)}=\frac{x^2+3x+2+x^2-4x+4-12}{(x+2)(x-2)}=\frac{2x^2-x-6}{(x+2)(x-2)}=\frac{2(x+3/2)\cancel{(x-2)}}{(x+2)\cancel{(x-2)}}=\boxed{\frac{2x+3}{x+2}}$ 0,1 0,3 0,25

raíces 2 y −3/2

3. **a)** Desde la puerta de una casa, A, se ve el cine B, que está a 120 m, y el quiosco C, que está a 85 m, bajo un ángulo $\hat{BAC}=40^\circ$ ¿Qué distancia hay entre el cine y el quiosco? (Hacer un dibujo previo que explique la situación). (0,5 ptos.)



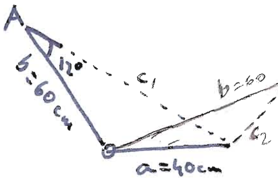
Th. coseno ⇒ $x^2=120^2+85^2-2\cdot120\cdot85\cdot\cos 40^\circ\simeq 5997{,}69$ 0,25

$\Rightarrow x=\sqrt{5997{,}69}\simeq\boxed{77{,}44\text{ m}}$ 0,25

(se quitará algo por aproximar mal y/o no poner unidades)

b) Resolver el triángulo de datos a=40 cm, b=60 cm, A=12º. Hallar su área. (Hacer un dibujo explicativo). (1,5 ptos.)

Se trata del caso dudoso (th. del seno):



$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} \Rightarrow \frac{40}{\operatorname{sen} 12^\circ} = \frac{60}{\operatorname{sen} B} \Rightarrow \operatorname{sen} B = \frac{60 \operatorname{sen} 12^\circ}{40} \simeq 0{,}3119\ldots$

0.25/ $\boxed{B_1 \simeq 18^\circ 10' 19''} \Rightarrow \boxed{C_1 = 180 - (A + B_1) \simeq 149^\circ 49' 41''}$

0.25/ $\boxed{B_2 \simeq 161^\circ 49' 41''} \Rightarrow \boxed{C_2 = 180 - (A + B_2) \simeq 6^\circ 10' 19''}$

$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{c_1}{\operatorname{sen} C_1} \Rightarrow \frac{40}{\operatorname{sen} 12^\circ} = \frac{c_1}{\operatorname{sen} 149^\circ 49' 41''} \Rightarrow \boxed{c_1 = \frac{40 \operatorname{sen} 149^\circ 49' 41''}{\operatorname{sen} 12^\circ} \simeq 96{,}69 \text{ cm}}$ 0.25/

(se quitará algo por no aproximar bien y/o no poner unidades...)

$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{c_2}{\operatorname{sen} C_2} \Rightarrow \frac{40}{\operatorname{sen} 12^\circ} = \frac{c_2}{\operatorname{sen} 6^\circ 10' 19''} \Rightarrow \boxed{c_2 = \frac{40 \cdot \operatorname{sen} 6^\circ 10' 19''}{\operatorname{sen} 12} \simeq 20{,}68 \text{ cm}}$ 0.25/

$\boxed{S_{ABC} = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen} C_1 = \frac{1}{2} 40 \cdot 60 \cdot \operatorname{sen} 149^\circ 49' 41'' \simeq 603{,}11 \text{ cm}^2}$ 0.25/

$\boxed{S_{ABC} = \frac{1}{2} ab \operatorname{sen} C_2 = \frac{1}{2} 40 \cdot 60 \cdot \operatorname{sen} 6^\circ 10' 19'' \simeq 129{,}01 \text{ cm}^2}$ 0.25/

TOTAL: $\boxed{2}$ (0.5+1.5)

4. Dado $\alpha \in 4^\circ$ cuadrante tal que $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{3}$, hallar, utilizando la fórmula correspondiente (resultados simplificados y racionalizados; no vale utilizar decimales), y **por este orden**: *(3 puntos)*

a) cos (α+30º) $= \cos\alpha \cos 30^\circ - \operatorname{sen}\alpha \cdot \operatorname{sen} 30^\circ$ (✱) 0.1/

Necesitamos hallar $\operatorname{sen}\alpha$ y $\cos\alpha$:

$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow 1 + 3 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{4}$

$\cos\alpha = -1/2$ desechado pq. $\alpha \in 4^\circ$ cuad.

$\boxed{\cos\alpha = 1/2}$ 0.1/

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow -\sqrt{3} = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{1/2} \Rightarrow \boxed{\operatorname{sen}\alpha = -\sqrt{3}/2}$ 0.1/

Sustituimos en (✱): $\boxed{\cos(\alpha + 30^\circ) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}}$ 0.2/

b) $\boxed{\operatorname{tg}(\alpha - 45^\circ)} = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg} 45^\circ}{1 + \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg} 45^\circ}$ 0.1/ $= \frac{-\sqrt{3} - 1}{1 + (-\sqrt{3}) \cdot 1} = \frac{-\sqrt{3} - 1}{1 - \sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}} = -\frac{(1 + \sqrt{3})^2}{(1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})}$ 0.1/ $= -\frac{1 + 2\sqrt{3} + 3}{1 - 3} =$

$= -\frac{4 + 2\sqrt{3}}{-2} = \boxed{2 + \sqrt{3}}$ 0.1/ 0.2/

TOTAL: $\boxed{3}$ (0,5 cada apartado)

c) sen (α+1650º) $= \operatorname{sen}\alpha \cdot \cos 1650^\circ + \cos\alpha \cdot \operatorname{sen} 1650^\circ$ (✱✱) 0.1/

$\cos 1650^\circ = \cos(4 \text{ vueltas} + 210^\circ) = \cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\sqrt{3}/2$ 0.1/

$\operatorname{sen} 1650^\circ = \operatorname{sen}(4 \text{ vueltas} + 210^\circ) = \operatorname{sen} 210^\circ = \operatorname{sen}(180^\circ + 30^\circ) = -\operatorname{sen} 30^\circ = -1/2$ 0.1/

Sustituimos en (✱✱):

$\boxed{\operatorname{sen}(\alpha + 1650^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}}$ 0.2/

d) $\boxed{\operatorname{sen} \alpha/2} = \oplus\sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}} = +\sqrt{\frac{1 - 1/2}{2}} = \sqrt{\frac{1/2}{2}} = \sqrt{1/4} = \boxed{1/2}$ 0.3/

$\alpha \in 4^\circ \text{cuad} \Rightarrow 270 < \alpha < 360^\circ$

$135^\circ < \alpha/2 < 180^\circ$

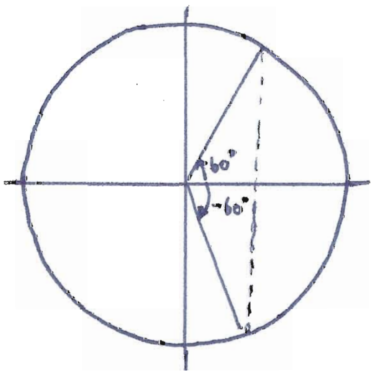
$\Downarrow$

$\frac{\alpha}{2} \in 2^\circ \text{cuad}.$ 0.2

e) $\boxed{\cos 2\alpha} = \cos^2\alpha - \text{sen}^2\alpha = \frac{1}{4} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \boxed{-\frac{1}{2}}$ 0.4

0.1

f) Razonar (sin calculadora) de qué α se trata.



Si fuera $\text{tg}\,\alpha = \sqrt{3}$, sería $\alpha = 60°$ en el 1.er cuadrante; ahora bien, como es $-\sqrt{3}$, será más bien $\alpha = -60°$ 0.1 [dado que $\text{tg}(-\alpha) = -\text{tg}\,\alpha$], es decir, $\boxed{\alpha = 300°}$ (que está en el 4.º cuad.)

0,4

5. **TEORÍA:** *(1,5 puntos)*

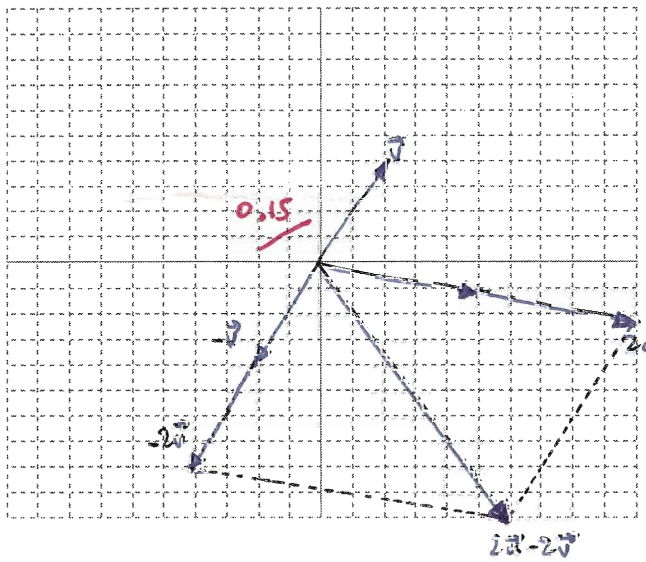
a) Definir base de V^2, combinación lineal y coordenadas de un vector. Indicar un ejemplo explicativo de combinación lineal, analítica y gráficamente.

0.15 * Base de V^2 = 2 vectores $\vec{u}$, $\vec{v}$ no nulos y no paralelos

0.15 * Combinación lineal: $\vec{w} = \lambda\vec{u} + \mu\vec{v}$ con $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

0.15 * λ y μ son las coordenadas de $\vec{w}$ en la base $\{\vec{u}, \vec{v}\}$

Ejemplo: Sean $\vec{u} = (5,-1)$ y $\vec{v} = (2,4)$ dos vectores que son base (por ser no nulos y no paralelos), entonces $\vec{w} = 2\vec{u} - 2\vec{v} = 2(5,-1) - 2(2,4) = (6,-10)$ será combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$ (ver dibujo) 0.15



ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA : 0,05
ORDEN Y LIMPIEZA . . . . : 0,10
CORRECCIÓN LENGUAJE MATEMÁTICO : 0,10
TOTAL : $\boxed{0,25}$

TOTAL : $\boxed{1,5}$
(0,75 cada apartado)

b) Demostrar que sen $2\alpha \cdot \cos\alpha$ - sen $\alpha \cdot \cos 2\alpha$ = sen α

$2\,\text{sen}\alpha\cos\alpha \cdot \cos\alpha - \text{sen}\alpha\,(\cos^2\alpha - \text{sen}^2\alpha) =$

$= 2\,\text{sen}\alpha\cos^2\alpha - \text{sen}\alpha\cos^2\alpha + \text{sen}^3\alpha =$

$\text{sen}\alpha\cos^2\alpha + \text{sen}^3\alpha =$

$= \text{sen}\alpha\,\underbrace{(\cos^2\alpha + \text{sen}^2\alpha)}_{1} = \text{sen}\alpha$ (C.Q.D.) 0.75

NOTA: La ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.

I.E.S. "Fernando de Mena" Socuéllamos (Ciudad Real)	RECUPERACIÓN 1ª EVALUACIÓN **MATEMÁTICAS I**	**1º BACH. A+B CURSO 2009-2010**	Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha Consejería de Educación y Ciencia

Alumno/a: SOLUCIONES **Grupo de:** 18 ☐ 21 ☐

1. Completar: (1,75 puntos)

$1+tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ $\quad sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ $\quad cosec\,\alpha = \frac{1}{sen\,\alpha}$ $\quad sec\,\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$ $\quad 1+ctg^2\alpha = \frac{1}{sen^2\alpha}$

$sen(90^o+\alpha) = \cos\alpha$, $\cos(90^o+\alpha) = -sen\,\alpha$ $\}$ $tg(90^o+\alpha) = -ctg\,\alpha$

$sen(90^o-\alpha) = \cos\alpha$, $\cos(90^o-\alpha) = sen\,\alpha$ $\}$ $tg(90^o-\alpha) = ctg\,\alpha$

$sen(-\alpha) = -sen\,\alpha$, $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$ $\}$ $tg(-\alpha) = -tg\,\alpha$

$sen(180^o+\alpha) = -sen\,\alpha$, $\cos(180^o+\alpha) = -\cos\alpha$ $\}$ $tg(180^o+\alpha) = tg\,\alpha$

$sen(180^o-\alpha) = sen\,\alpha$, $\cos(180^o-\alpha) = -\cos\alpha$ $\}$ $tg(180^o-\alpha) = -tg\,\alpha$

$$tg(\alpha+\beta) = \frac{tg\,\alpha + tg\,\beta}{1 - tg\,\alpha \cdot tg\,\beta} \qquad tg(\alpha-\beta) = \frac{tg\,\alpha - tg\,\beta}{1 + tg\,\alpha \cdot tg\,\beta}$$

$sen(\alpha-\beta) = sen\,\alpha\cos\beta - \cos\alpha\, sen\,\beta$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + sen\,\alpha\, sen\,\beta$

$sen(\alpha+\beta) = sen\,\alpha\cos\beta + \cos\alpha\, sen\,\beta$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - sen\,\alpha\, sen\,\beta$

$\boxed{1,75}$ (0,05 cada uno)

$$senA + senB = 2\,sen\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

$$senA - senB = 2\cos\frac{A+B}{2}\,sen\frac{A-B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2\,sen\frac{A+B}{2}\,sen\frac{A-B}{2}$$

$$sen\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} \qquad \cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} \qquad tg\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$$

$$sen\,2\alpha = 2\,sen\,\alpha\cos\alpha \qquad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - sen^2\alpha \qquad tg\,2\alpha = \frac{2\,tg\,\alpha}{1-tg^2\alpha}$$

2. Operar y simplificar: *(1,5 puntos)*

$$\frac{\left(\sqrt{2\sqrt[3]{2}}\right)^3}{\sqrt{2\sqrt{2}}\,\sqrt[4]{2}} = \frac{\left(\sqrt{\sqrt[3]{2^4}}\right)^3}{\sqrt{\sqrt{2^3}}\cdot\sqrt[4]{2}} = \frac{\left(\sqrt[6]{2^4}\right)^3}{\sqrt[4]{2^3}\cdot\sqrt[4]{2}} = \frac{\left(\sqrt[3]{2^2}\right)^3}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{\sqrt[3]{2^6}}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{\sqrt[12]{2^{24}}}{\sqrt[12]{2^{12}}} = \sqrt[12]{2^{12}} = \boxed{2}$$

0.25 0.25 0.25

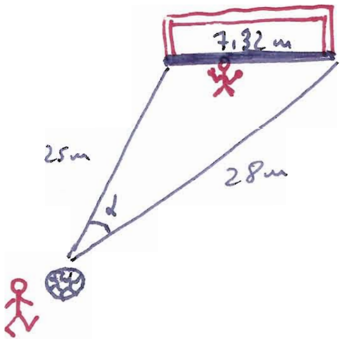
$\boxed{1,5}$ (0,75 cada uno)

$$\frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x+1} + \frac{2x}{\underbrace{(x+1)(x-1)}_{mcm}} - \frac{1}{x-1} = \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} + \frac{2x}{(x+1)(x-1)} - \frac{x+1}{(x+1)(x-1)} =$$

$$= \frac{\cancel{x}-1+2x-\cancel{x}-1}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x-2}{(x+1)(x-1)} = \frac{2\cancel{(x-1)}}{(x+1)\cancel{(x-1)}} = \boxed{\frac{2}{x+1}}$$

0.25 0.25 0.25

3. **a)** Se lanza una falta desde un punto situado a 25 m y 28 m de ambos postes de una portería reglamentaria de fútbol, es decir, 7,32 m de longitud ¿Bajo qué ángulo se verá la portería desde dicho punto? (Hacer un dibujo previo que explique la situación). *(0,5 puntos)*



$$7{,}32^2 = 25^2 + 28^2 - 2\cdot 25\cdot 28\cdot \cos\alpha$$

0.25/

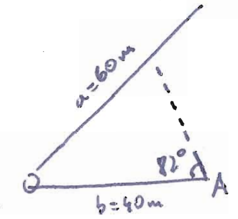
$$\cos\alpha = \frac{25^2+28^2-7{,}32^2}{2\cdot 25\cdot 28} \simeq 0{,}9681 \Rightarrow \alpha = \arccos 0{,}9681\ldots \simeq \boxed{14^\circ 29' 54''}$$

0,25

$\boxed{0{,}5}$

b) Resolver el triángulo de datos a=60, b=40, A=82º. Hallar su área. (Hacer un dibujo explicativo) *(1,5 puntos)*

m



Se trata del caso dudoso; se ve que sólo va a haber una solución.

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} \Rightarrow \frac{60}{\operatorname{sen} 82^\circ} = \frac{40}{\operatorname{sen} B} \Rightarrow \operatorname{sen} B = \frac{40 \operatorname{sen} 82^\circ}{60} \simeq 0{,}6602 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \operatorname{arc\,sen} 0{,}6602\ldots \begin{cases} \boxed{B_1 \simeq 41^\circ 18' 49''} \Rightarrow \boxed{C_1 = 180 - (A+B_1) \simeq 56^\circ 41' 11''} \\ B_2 \simeq 138^\circ 41' 11'' \text{ descartado pq. } B_2 + A > 180^\circ \end{cases}$$

1/

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{c}{\operatorname{sen} C_1} \Rightarrow \frac{60}{\operatorname{sen} 82^\circ} = \frac{c}{\operatorname{sen} 56^\circ 41' 11''} \Rightarrow \boxed{c = \frac{60\cdot \operatorname{sen} 56^\circ 41' 11''}{\operatorname{sen} 82^\circ} \simeq 50{,}63\text{ m}}$$

0.25/

$\boxed{1{,}5}$

$$\boxed{S_{ABC} = \frac{1}{2} bc \operatorname{sen} A = \frac{1}{2}\cdot 40 \cdot 50{,}63 \cdot \operatorname{sen} 82^\circ \simeq 1002{,}81\text{ m}^2}$$

0.25/

4. Dado $\alpha \in 3^{er}$ cuadrante tal que $\sec\alpha = -3$, hallar, utilizando la fórmula correspondiente (resultados simplificados y racionalizados; no vale utilizar decimales), y **por este orden**: *(3 puntos)*

a) sen (α -60º) $= \operatorname{sen}\alpha \cos 60^\circ - \cos\alpha \operatorname{sen} 60^\circ \quad (*)$

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{1}{\sec\alpha} = -\frac{1}{3}} \Rightarrow \operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

0.1/

$$\operatorname{sen}^2\alpha + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 1$$

$$\operatorname{sen}^2\alpha + \frac{1}{9} = 1$$

$$\operatorname{sen}^2\alpha = \frac{8}{9} \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = \pm\sqrt{\frac{8}{9}} \begin{cases} \boxed{\operatorname{sen}\alpha = \frac{-2\sqrt{2}}{3}} \\ \operatorname{sen}\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ descartado pq. } \alpha \in 3^{er} \text{ cuad.} \end{cases}$$

0.1

Sustituimos en (*):

$$\boxed{\operatorname{sen}(\alpha - 60^\circ) = -\frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{6}}$$

0.1

0.2

b) tg (α+45º) $= \dfrac{tg\,\alpha + tg\,45^\circ}{1 - tg\,\alpha \cdot tg\,45^\circ}$ (**)

0.1

$tg\,\alpha = \dfrac{sen\,\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{-\frac{2\sqrt{2}}{3}}{-\frac{1}{3}} = 2\sqrt{2}$

Sustituimos en (**): $\boxed{tg(\alpha+45^\circ)} = \dfrac{2\sqrt{2}+1}{1-2\sqrt{2}} = \dfrac{(1+2\sqrt{2})^2}{(1-2\sqrt{2})(1+2\sqrt{2})}$ 0.1 $= \dfrac{1+4\sqrt{2}+8}{1-8} = \dfrac{9+4\sqrt{2}}{-7}$ 0.1

$= \boxed{-\dfrac{9+4\sqrt{2}}{7}}$ 0.2

c) cos (α - 2640º) $= \cos\alpha \cdot \cos 2640^\circ + sen\,\alpha \cdot sen\,2640^\circ$ (***)

$\cos 2640^\circ = \cos(7\text{ vueltas} + 120^\circ) = \cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$ 0.1

$sen\,2640^\circ = sen(7\text{ vueltas} + 120^\circ) = sen\,120^\circ = sen(180^\circ - 60^\circ) = sen\,60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 0.1

Sustituimos en (***): $\cos(\alpha - 2640^\circ) = -\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{6} - \frac{\sqrt{6}}{3} = \boxed{\frac{1-2\sqrt{6}}{6}}$ 0.2

0.1

d) $\boxed{\cos \alpha/2} = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}} = -\sqrt{\dfrac{1-\frac{1}{3}}{2}} = -\sqrt{\dfrac{\frac{2}{3}}{2}} = -\sqrt{\frac{1}{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{3}}$ 0.1

0.2

$\alpha \in 3^{er}$ cuad. $\Rightarrow 180^\circ < \alpha < 270^\circ$ 0.2

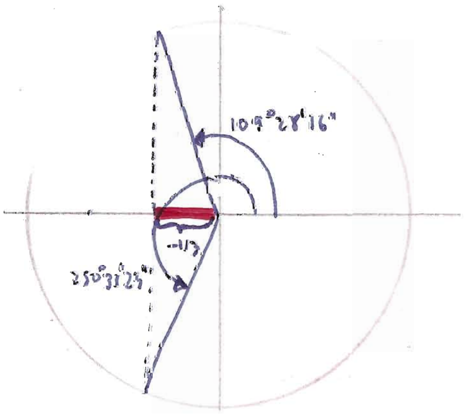
$90^\circ < \alpha/2 < 135^\circ \Rightarrow \frac{\alpha}{2} \in 2^{\circ}$ cuad.

$\boxed{3}$
(0,5 cada apartado)

e) $\boxed{sen\,2\alpha} = 2\,sen\,\alpha\,\cos\alpha = 2\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right) = \boxed{\frac{4\sqrt{2}}{9}}$ 0.3

0.1 0.1

f) Razonar, mediante calculadora y circunferencia trigonométrica, de qué α se trata.



$\cos\alpha = -\frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = arc\cos\left(-\frac{1}{3}\right)$ → $\alpha_1 \simeq 109^\circ 28' 16''$ descartado pq. $\alpha \in 3^{er}$ cuad.
→ $\boxed{\alpha_2 \simeq 250^\circ 31' 44''}$

0.5

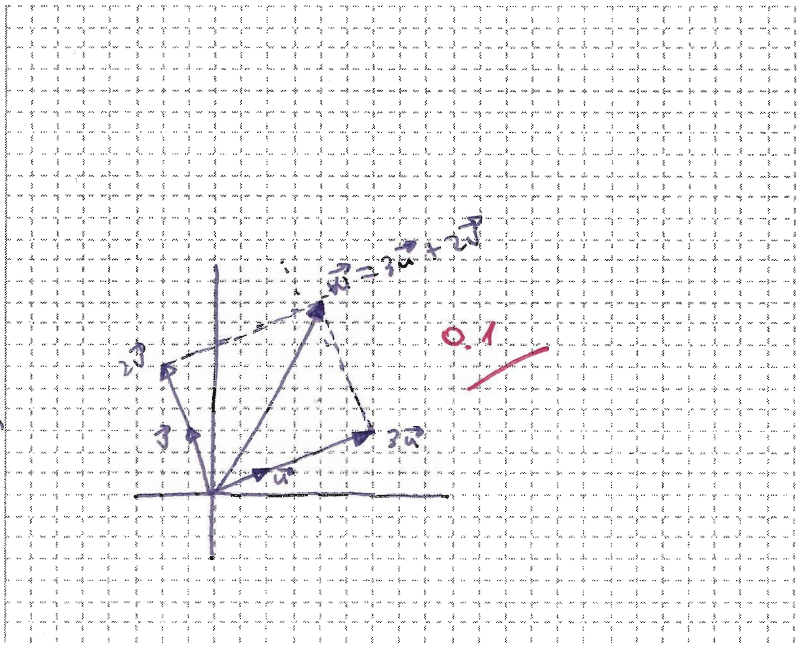
5. TEORÍA: *(1,5 puntos)*

a) Definir base de V^2, combinación lineal y coordenadas de un vector referidas a una base. Explicar estos conceptos mediante la base formada por $\left\{\vec{u}=(2,1);\ \vec{v}=(-1,3)\right\}$, y el vector $\vec{w}=(4,9)$, analítica y gráficamente.

* base de V^2: está formada por dos vectores cualesquiera no nulos y no paralelos; p.ej. $\{\vec{u},\vec{v}\}$ 0,1

* Combinación lineal: cualquier expresión de la forma $\vec{w} = \lambda\vec{u} + \mu\vec{v}$ con λ y $\mu \in \mathbb{R}$ 0.1

* Coordenadas de $\vec{w}$ referidas a la base $\{\vec{u},\vec{v}\}$: son los coeficientes λ y μ de la combinación lineal 0.1



ejemplo: $(4,9)=\lambda(2,1)+\mu(-1,3) \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4=2\lambda-\mu \\ 9=\lambda+3\mu \end{array}\right\} \xrightarrow{\otimes -2} \begin{array}{r} 4=2\lambda-\mu \\ -18=-2\lambda-6\mu \\ \hline -14=-7\mu \end{array}$

$\mu=2 \rightarrow 4=2\lambda-2$
$6=2\lambda$
$\lambda=3 \Rightarrow \boxed{\vec{w}=3\vec{u}+2\vec{v}}$

vectores de la base

combinación lineal

coordenadas de $\vec{w}$ en la base $\{\vec{u},\vec{v}\}$

0,35

$\boxed{1,5}$
(0,75 cada una)

b) Demostrar que $\dfrac{2\operatorname{sen}\alpha-\operatorname{sen}2\alpha}{2\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{sen}2\alpha}=\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$

$$\frac{2\operatorname{sen}\alpha-\operatorname{sen}2\alpha}{2\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{sen}2\alpha}=\frac{2\operatorname{sen}\alpha-2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha}{2\operatorname{sen}\alpha+2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha}=\frac{\cancel{2\operatorname{sen}\alpha}(1-\cos\alpha)}{\cancel{2\operatorname{sen}\alpha}(1+\cos\alpha)}=\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha} \quad (\text{c.q.d.})$$

0,75

ORTOGRAFÍA, SINTAXIS, CALIGRAFÍA : 0,05
ORDEN Y LIMPIEZA : 0,1
LENGUAJE MATEMÁTICO : 0,1

TOTAL $\boxed{0,25}$

NOTA: La ortografía y sintaxis, presentación cuidada (orden en el planteamiento, limpieza, caligrafía, etc.) y corrección en el lenguaje matemático se calificarán con un máximo de 0,25 puntos.