

1. Desarrollar y simplificar, dando el resultado racionalizado:

$$\left(3 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 = \quad (1,75 \text{ puntos})$$

2. Dado  $\alpha \in 3^{\text{er}}$  cuadrante tal que  $\operatorname{cosec} \alpha = -\sqrt{2}$  se pide, **por este orden**:

- a) Utilizando la fórmula correspondiente, hallar  $\cos \alpha/2$  (resultado simplificado y racionalizado; no vale utilizar decimales).
- b) Ídem con  $\sin 2\alpha$
- c) Ídem con  $\cos (\alpha+1935^\circ)$
- d) Ídem con  $\operatorname{tg} (\alpha-60^\circ)$
- e) Razonar mediante la circunferencia trigonométrica (no vale con calculadora) de qué  $\alpha$  se trata. (2 puntos)

3. Resolver:  $\cos 2x + \sin x = 1$ . Comprobar las soluciones obtenidas. (2 puntos)

4. Resolver el triángulo de datos  $a=10 \text{ cm}$ ,  $b=7 \text{ cm}$ ,  $C=60^\circ$  (2 puntos)

5. a) Resolver:  $\frac{3x}{x-1} + \frac{6x}{x+1} = 9$       b) Resolver y comprobar:  $\sqrt{2x+13} - x = 5$  (2 puntos)

$$\textcircled{1} \left(3 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 = \binom{4}{0} 3^4 - \binom{4}{1} 3^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + \binom{4}{2} 3^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \binom{4}{3} 3 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 + \binom{4}{4} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 = \leftarrow 0,25$$

$$= 81 - 4 \cdot 27 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + 6 \cdot 9 \cdot \frac{1}{3} - 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}^3} + \frac{1}{\sqrt{3}^4} = \leftarrow 0,25$$

TOTAL: 1,75

$$= 81 - 108 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} + 18 - 12 \cdot \frac{1}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{9} = \leftarrow 0,25$$

$$0,25 \rightarrow = 81 - 36\sqrt{3} + 18 - \frac{4}{3}\sqrt{3} + \frac{1}{9} = \left(81 + 18 + \frac{1}{9}\right) - \left(36 + \frac{4}{3}\right)\sqrt{3} = \frac{892}{9} - \frac{112}{3}\sqrt{3}$$

0,75

$$\textcircled{2} \operatorname{cosec} d = -\sqrt{2} \Rightarrow \operatorname{sen} d = \frac{1}{\operatorname{cosec} d} = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \leftarrow 0,1$$

$$a) \cos \frac{d}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos d}{2}} \quad (*)$$

$$d \in 3^{\text{er}} \text{ cuadrante} \Rightarrow 180^\circ < d < 270^\circ$$

$$0,1 \quad 90^\circ < \frac{d}{2} < 135^\circ \Rightarrow \frac{d}{2} \in 2^{\text{do}} \text{ cuadrante}$$

$$\operatorname{sen}^2 d + \cos^2 d = 1; \quad \frac{1}{2} + \cos^2 d = 1; \quad \cos^2 d = \frac{1}{2}; \quad \cos d = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \leftarrow 0,2$$

d ∈ 3<sup>er</sup> cuadrante.

$$\text{Sustituimos en } (*): \quad \cos \frac{d}{2} = -\sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}} = -\sqrt{\frac{2 - \sqrt{2}}{4}} = -\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} \leftarrow 0,3$$

$$b) \boxed{\operatorname{sen} 2d = 2 \operatorname{sen} d \cos d} = 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \boxed{1} \leftarrow 0,2$$

$$c) \boxed{\cos(d + 1935^\circ)} = \cos d \cdot \cos 1935^\circ - \operatorname{sen} d \cdot \operatorname{sen} 1935^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \boxed{1} \leftarrow 0,3$$

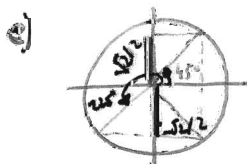
$$\cos 1935^\circ = \cos(135^\circ + 5 \cdot 360^\circ) = \cos 135^\circ = \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} \leftarrow 0,3$$

$$\operatorname{sen} 1935^\circ = \operatorname{sen}(135^\circ + 5 \cdot 360^\circ) = \operatorname{sen} 135^\circ = \operatorname{sen}(180^\circ - 45^\circ) = \operatorname{sen} 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \leftarrow 0,3$$

TOTAL: 2

$$d) \boxed{\operatorname{tg}(d - 60^\circ)} = \frac{\operatorname{tg} d - \operatorname{tg} 60^\circ}{1 + \operatorname{tg} d \cdot \operatorname{tg} 60^\circ} = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{(1 - \sqrt{3})^2}{(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})} = \frac{1 - 2\sqrt{3} + 3}{1 - 3} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{-2} = \boxed{-2 + \sqrt{3}} \leftarrow 0,2$$

$$\operatorname{tg} d = \frac{\operatorname{sen} d}{\cos d} = \frac{-\sqrt{2}/2}{-\sqrt{2}/2} = 1 \leftarrow 0,1$$



El dato es que  $\operatorname{sen} d = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ . Sabemos que el ángulo cuyo seno vale  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  es  $45^\circ$ ; por lo tanto (véase el dibujo) bastará con prolongar dicho ángulo al 3<sup>er</sup> cuadrante, obteniéndose:  $\boxed{d = 45^\circ + 180^\circ = 225^\circ} \leftarrow 0,2$

$$\textcircled{3} \cos 2x + \operatorname{sen} x = 1; \quad \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x = 1; \quad \text{sustituimos } \cos^2 x = 1 - \operatorname{sen}^2 x \Rightarrow 1 - \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{2 \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x = 0} \leftarrow 0,5; \quad \operatorname{sen} x (2 \operatorname{sen} x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \operatorname{sen} x = 0 & \begin{cases} x = 0^\circ + K \cdot 360^\circ \\ x = 180^\circ + K \cdot 360^\circ \end{cases} \quad (K \in \mathbb{Z}) \\ 2 \operatorname{sen} x - 1 = 0 & \leftarrow 0,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \operatorname{sen} x = 1 \\ \operatorname{sen} x = \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + K \cdot 360^\circ \\ x = 150^\circ + K \cdot 360^\circ \end{cases} \quad (K \in \mathbb{Z})$$

comprobación:

$$x = 0^\circ \rightarrow \cos 0^\circ + \operatorname{sen} 0^\circ \stackrel{?}{=} 1 \quad 0,25 \\ 1 + 0 = 1 \quad \text{O.K.}$$

$$x = 180^\circ \rightarrow \cos 360^\circ + \operatorname{sen} 180^\circ \stackrel{?}{=} 1 \quad 0,25 \\ 1 + 0 = 1 \quad \text{O.K.}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = K \cdot 180^\circ \text{ es soluc.}}$$

TOTAL: 2

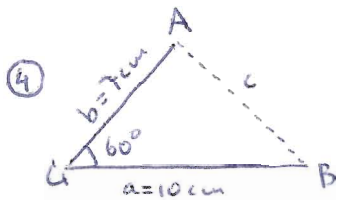
$$x = 30^\circ \rightarrow \cos 60^\circ + \operatorname{sen} 30^\circ \stackrel{?}{=} 1 \quad 0,25/$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{x = 30^\circ + K \cdot 360^\circ \text{ es soluc.}}$$

$$x = 150^\circ \rightarrow \cos 300^\circ + \operatorname{sen} 150^\circ \stackrel{?}{=} 1$$

$$\cos(-60^\circ) + \operatorname{sen}(180^\circ - 30^\circ) \stackrel{?}{=} 1 \quad 0,25/$$

$$\cos 60^\circ + \operatorname{sen} 30^\circ = 1 \quad \text{O.K.} \Rightarrow \boxed{x = 150^\circ + K \cdot 360^\circ \text{ es soluc.}}$$



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 100 + 49 - 140 \cos 60 = 149 - 70 = 79$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{79} \approx 8,89 \text{ cm} \leftarrow 0,75$$

TOTAL: 2

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{49 + 79 - 100}{2 \cdot 7 \cdot 8,89} \approx 0,2250$$

$$\Rightarrow A = \arccos 0,2250 \approx 76^\circ 59' 46'' \leftarrow 0,75$$

$$\Rightarrow B = 180 - (A + C) \approx 43^\circ 0' 14'' \leftarrow 0,5$$

⑤ a)  $\frac{3x}{x-1} + \frac{6x}{x+1} = 9$ ;  $\frac{3x(x+1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{6x(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{9(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}$ ;  $3x^2 + 3x + 6x^2 - 6x = 9x^2 - 9$

$$-3x = -9; |x = 3| \leftarrow 0,5$$

b)  $\sqrt{2x+13} - x = 5$ ;  $(\sqrt{2x+13})^2 = (x+5)^2$ ;  $2x+13 = x^2 + 10x + 25$ ;  $0 = x^2 + 8x + 12$

comprobación:

$$x = -2 \rightarrow \sqrt{9} + 2 = 5$$

$$5 = 5 \Rightarrow x = -2 \text{ es soluc.} \leftarrow 0,25$$

$$x = -6 \rightarrow \sqrt{1} + 6 = 5$$

$$7 \neq 5 \Rightarrow x = -6 \text{ desechada} \leftarrow 0,25$$

TOTAL: 2

|                       |            |
|-----------------------|------------|
| CALIGRAFÍA Y LIMPIEZA | 0,05       |
| ORDEN                 | 0,05       |
| ORTOGRAFÍA Y SINTAXIS | 0,05       |
| LENGUAJE MATEMÁTICO   | 0,10       |
|                       | <hr/> 0,25 |