

Dada $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$, se pide:

a) Razonar cuál es su Dom(f)

$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{2\}$ $\text{p.e. } x=2 \text{ anula el denominador.}$
 0,5/ 0,5/

b) Estudiar analíticamente su posible simetría.

$f(-x) = \frac{(-x)^2 + 5}{-x - 2} = -\frac{x^2 + 5}{x + 2} \neq \pm f(x) \Rightarrow f(x) \text{ no es simétrica par ni impar}$
 0,25/ 0,25/ 0,5/

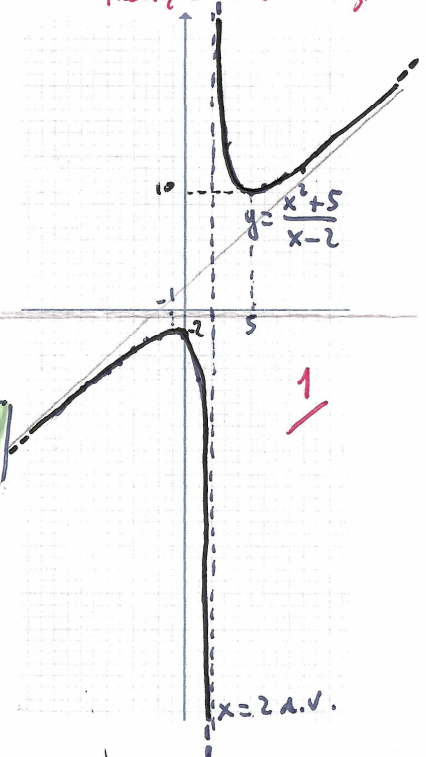
c) Calcular sus posibles cortes con los ejes.

corte eje x: $y=0 \Rightarrow \frac{x^2 + 5}{x - 2} = 0$; $x^2 + 5 = 0$ $\nexists$ soluc $\Rightarrow$ no corta al eje x
 0,25/ 0,25/ 0,5/

corte eje y: $x=0 \Rightarrow y = -\frac{5}{2} \rightarrow (0, -5/2)$
 0,5/

d) Tabla de valores apropiada y representación gráfica.

NOTA: se baja 0,25 por no indicar la asíntota, o la expresión de f(x), o algún punto que indique la escala de grá.



x	-∞...-100...-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10...100...∞
$y = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$	-∞...-98,09...-8,75	-7,2	-6,9	-6	-5,12	-4,28	-3,5	-2,8	-2,2	-1,5	-0,6	0,4	1,4	2,5	3,6	4,7	5,8	6,9	8,0	9,1	10,2

e) Intervalos de crecimiento. Posibles M y m.

$f(x) \nearrow \forall x \in (-\infty, -1) \cup (5, \infty)$
 $f(x) \searrow \forall x \in (-1, 5) - \{2\}$
 $\Rightarrow M(-1, -2)$
 $m(5, 10)$
 0,25/ 0,25/ 0,25/

f) Indicar su continuidad.

$f(x) \text{ continua } \forall x \in \mathbb{R} - \{2\}$
 1/

se baja 0,25 por cada valor incorrecto

g) $\text{Im}(f) = (-\infty, -2] \cup [10, \infty)$ 1/

h) Ecuación de las posibles asíntotas horizontales y/o verticales.

$x = 2$ A.V. según se ve en la gráfica 1/

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ 0,5 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ 0,5/

j) Hallar analíticamente la antiimagen de $y = -6$

$\frac{x^2+5}{x-2} = -6$; $x^2+5 = -6x+12$; $x^2+6x-7=0$ $x = -7$ 0,75/ $x = 1$ 0,25/

(nota: puede comprobarse en la tabla ambar; también puede observarse gráficamente...)

4 pts. cada opdo.

NOTA del indicador 6.1 (0 a 10)

¿Alcanza el mínimo? (Es mínimo la representación gráfica de la función a trozos, el valor mínimo de la función a trozos)

Dada $f(x) = |x| + |x-2|$ se pide:

a) Expresarla razonadamente como función definida por ramas.

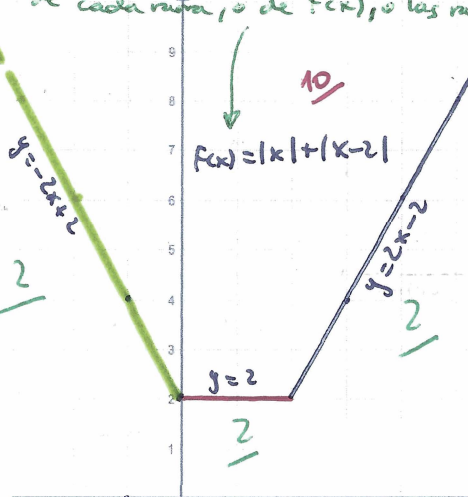
$f(x) = |x| + |x-2| = \begin{cases} -x + (-x+2) & \text{si } x \leq 0 \\ x + (-x+2) & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ x + x - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases} = \begin{cases} -2x+2 & \text{si } x \leq 0 \\ 2 & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ 2x-2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$ 2/

nota: se baja el pto. por no expresar las ecuaciones de cada rama, o de $f(x)$, o las ramas en

b) Representarla gráficamente.

x	-1	0
$y = -2x+2$	4	2

x	2	3
$y = 2x-2$	2	4



NOTA del indicador 6.3 (0 a 10)

¿Alcanza el mínimo? (Es mínimo la representación gráfica de la función a trozos)

NOTA del indicador 6.4 (0 a 10)

¿Alcanza el mínimo? (No es mínimo redefinirla como función a trozos)

- a) **TEORÍA:** Definir con palabras, y también mediante fórmula, el logaritmo en base a de un número. Indicar un ejemplo.

«El logaritmo en base a de un número es el exponente al que hay que elevar la base para obtener dicho número»: 1/

$$\log_a N = x \iff a^x = N \quad 1/$$

TOTAL: 3

p.ej. $\log_2 8 = 3$ p.ej. $2^3 = 8 \quad 1/$

- b) Aplicando la definición anterior (¡No mediante las fórmulas del cálculo logarítmico!), calcular (Indicación: transformar previamente el argumento del logaritmo) **razonadamente**:

$$\log_5 \frac{1}{5\sqrt[3]{25}} = \log_5 \frac{1}{5 \cdot \sqrt[3]{5^2}} = \log_5 \frac{1}{5 \cdot 5^{2/3}} = \log_5 \frac{1}{5^{5/3}} \quad 1/ \quad 1/ \quad 1/$$

$$-5/3 = \boxed{-\frac{5}{3}} \quad 2/$$

TOTAL: 7

- c) Aplicando las fórmulas del cálculo logarítmico, calcular **razonadamente** el logaritmo anterior:

$$\log_5 \frac{1}{5\sqrt[3]{25}} = \log_5 1 - \log_5 (5 \cdot \sqrt[3]{25}) = -\log_5 5 - \log_5 \sqrt[3]{25} = -1 - \frac{1}{3} \log_5 25 = -1 - \frac{2}{3} = \boxed{-\frac{5}{3}} \quad 1/ \quad 1/ \quad 1/ \quad 2/$$

de baja 0,5 por no poner paréntesis

TOTAL: 5

- d) Expresar en función de $\ln 3$, y comprobar el resultado con la calculadora (4 decimales):

$$\begin{aligned} 2,1977 &= \ln \frac{9e}{\sqrt[3]{3e}} = \ln(9e) - \ln \sqrt[3]{3e} = \ln 9 + \ln e - \frac{1}{3} \ln(3e) = \\ &= \ln 3^2 + 1 - \frac{1}{3} (\ln 3 + \ln e) = 2 \ln 3 + 1 - \frac{1}{3} \ln 3 - \frac{1}{3} = \\ &= \boxed{\frac{5}{3} \ln 3 + \frac{2}{3}} \approx 2,1977 \quad 1,5/ \end{aligned}$$

de baja 0,5 por mal redondeo
de baja 0,5 por no ponerlo

TOTAL: 5

NOTA del indicador 7.1 (0 a 10) 3+7

¿Alcanza el mínimo? (apdos. a y b) ☐

NOTA del indicador 7.2 (0 a 10) 5+5

¿Alcanza el mínimo? (apdos. c y d) ☐

Resolver (en caso de tener solución no exacta, dar 4 decimales) y **comprobar**:

$$4^x - 14 \cdot 2^{x-1} + 12 = 0$$

$$(2^x)^2 - 14 \cdot \frac{2^x}{2} + 12 = 0$$

$$(2^x)^2 - 7 \cdot 2^x + 12 = 0$$

cambio de variable $2^x = t \Rightarrow t^2 - 7t + 12 = 0$ $\rightarrow t = 4 = 2^x \Rightarrow \boxed{x=2}$

Se baja 1 pto.
si no se llega a la
ec. simplificada

$$t = 3 = 2^x \Rightarrow \log 3 = \log 2^x$$

$$\log 3 = x \cdot \log 2$$

$$\boxed{x = \frac{\log 3}{\log 2} \approx 1,5850}$$

se baja 0,5
por mal redondeo

se baja 0,5 por
no indicarlo

Comprobación:

$$x=2 \rightarrow 4^2 - 14 \cdot 2 + 12 \stackrel{?}{=} 0$$

$$16 - 28 + 12 = 0$$

$$x \approx 1,5850 \rightarrow \begin{array}{rcl} 4^{1,5849...} & - & 14 \cdot 2^{0,5849...} \\ \downarrow & & \downarrow \\ 9 & - & 21 \\ & & + 12 \end{array} \stackrel{?}{=} 0$$

$$+ 12 = 0$$

NOTA del indicador 7.3 (0 a 10)

6+4

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo)