

Actividades

Nombre y apellidos:

Curso: _____ Grupo: _____

1º Bachillerato
Matemáticas Ciencias

TRABAJO DE VERANO

1.- Representa los siguientes conjuntos:

a) $\{x/-2 \leq x < 5\}$

b) $[-2, 5) \cup (5, 7]$

c) $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$

d) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$

2.- Suma y simplifica:

a) $5\sqrt{x} + 3\sqrt{x} + 2\sqrt{x}$

b) $\sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{2}$

c) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{2} - \sqrt{8}$

d) $\sqrt{27} - \sqrt{50} + \sqrt{12} + \sqrt{8}$

e) $\sqrt{50a} - \sqrt{18a}$

3.- Racionaliza denominadores y simplifica cuando puedas:

a) $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$

b) $\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

c) $\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}$

d) $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

e) $\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

f) $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

g) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1}$

h) $\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

4.- Calcula y simplifica:

a) $5\sqrt{125} + 6\sqrt{45} - 7\sqrt{20} + \frac{3}{2}\sqrt{80}$

b) $\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} - \frac{21}{5}\sqrt[3]{250}$

c) $\sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45} - \sqrt{24}$

d) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - 1)$

5.- Racionaliza denominadores y simplifica cuando puedas:

a) $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$

b) $\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

c) $\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}$

d) $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

e) $\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

f) $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$

g) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1}$

h) $\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

6.- Comprueba que es un número entero:

$$\sqrt{6+\sqrt{27}} \cdot \sqrt{6-\sqrt{27}}$$

7.- Calcula:

a) $\log_2 1024$

b) $\log 0,001$

c) $\log_2 \frac{1}{64}$

d) $\log_{\sqrt{3}} 3$

e) $\log_3 \sqrt{3}$

f) $\log_2 \sqrt{8}$

g) $\log_{1/2} \frac{1}{\sqrt{2}}$

h) $\log_{\pi} 1$

8.- Sabiendo que $\ln k = 0,45$, calcula el valor de:

a) $\ln \frac{k}{e}$

b) $\ln \sqrt[3]{k}$

c) $\ln \frac{e^2}{k}$

9.- Calcula x para que se cumpla:

a) $x^{2^7} = 19$

b) $\log_7 3x = 0,5$

c) $3^{2+x} = 172$

10.- Comprueba que

$$\frac{\log(1/a) + \log \sqrt{a}}{\log a^3} = -\frac{1}{6} \text{ (siendo } a \neq 1).$$

a) $-\sqrt{2x-3} + 1 = x$

b) $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x+7} = 4$

c) $2 + \sqrt{x} = x$

d) $2 - \sqrt{x} = x$

e) $\sqrt{3x+3} - 1 = \sqrt{8+2x}$

11.- Resuelve:

Resuelve:

a) $3^x + 3^{x+2} = 30$

b) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$

c) $2 \log x - \log(x+6) = 3 \log 2$

d) $4 \log_2(x^2 + 1) = \log_2 625$

Resuelve:

a) $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = 27 \\ \log x - 1 = \log y \end{cases}$ c) $\begin{cases} \log(x^2 + y) - \log(x - 2y) = 1 \\ 5^{x+1} = 25^{y+1} \end{cases}$

14.-

Resuelve:

a) $3^x + 3^{x+2} = 30$

b) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$

c) $2 \log x - \log(x+6) = 3 \log 2$

d) $4 \log_2(x^2 + 1) = \log_2 625$

Resuelve:

a) $\begin{cases} 5x - 4y + 3z = 9 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ 4x + 3y + 4z = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 5y + 4z = -1 \\ 4x - 5y + 4z = 3 \\ 5x - 3z = 13 \end{cases}$

16.-

Resuelve por el método de Gauss:

a) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 6 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ x - 2y + z = -3 \\ 2x - y - z = 9 \end{cases}$

Resuelve:

a) $\begin{cases} 3x + 2 \leq 10 \\ x - 5 > 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 5 \geq 6 \\ 3x + 1 \leq 15 \end{cases}$

Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $x^2 - 3x - 4 < 0$

b) $x^2 - 3x - 4 \geq 0$

c) $x^2 + 7 < 0$

d) $x^2 - 4 \leq 0$

19. Resolver los sistemas de inecuaciones siguientes, dibujando la solución.

$$\left. \begin{array}{l} y \leq x+3 \\ 2y \leq -x+10 \\ -y \geq -2 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 2x+y \leq 8 \\ 1 \leq y \leq 3 \\ 2 \leq x \end{array} \right\}$$

20.- Inecuaciones racionales:

a) $\frac{x^2 + 2}{x + 3} > x$ b) $\frac{x^2 - 4}{x + 6} \geq 0$ c) $\frac{(x+1)(x-7)}{(x-1)(x-6)(x+3)} > 0$

d) $x + \frac{1}{2} > \frac{1}{x} + 2$ e) $\frac{2x-1}{x+5} > 2$ f) $\frac{4}{x^2} \leq 1$

21.- Representa gráficamente los siguientes números complejos y di cuáles son reales, cuáles imaginarios y, de estos, cuáles son imaginarios puros:

$5 - 3i$; $\frac{1}{2} + \frac{5}{4}i$; $-5i$; 7 ; $\sqrt{3}i$; 0 ; $-1 - i$; -7 ; $4i$

22.- Efectúa estas operaciones y da el resultado en forma polar y en forma binómica:

a) $1_{150^\circ} \cdot 5_{30^\circ}$

b) $6_{45^\circ} : 3_{15^\circ}$

c) $2_{10^\circ} \cdot 1_{40^\circ} \cdot 3_{70^\circ}$

d) $5_{(2\pi/3)\text{rad}} : 1_{60^\circ}$

e) $(1 - \sqrt{3}i)^5$

f) $(3 + 2i) + (-3 + 2i)$

23.- Calcula:

a) $\sqrt[3]{-i}$

b) $\sqrt[4]{-8 + 8\sqrt{3}i}$

c) $\sqrt{-25}$

d) $\sqrt[3]{\frac{-2 + 2i}{1 + \sqrt{3}i}}$

24.- Calcula a y b de modo que se verifique $(a + bi)^2 = 3 + 4i$.

25.- Calcula el valor de a y b para que se verifique

$$a - 3i = \frac{2 + bi}{5 - 3i}.$$

26.- Halla el valor de b para que el producto $(3 - 6i)(4 + bi)$ sea:

a) Un número imaginario puro.

b) Un número real.

27.- Resuelve estas ecuaciones y expresa las soluciones en forma binómica:

a) $z^3 + 8i = 0$

b) $iz^4 + 4 = 0$

28.- Si $\operatorname{tg} \alpha = 2/3$ y $0 < \alpha < 90^\circ$, halla:

a) $\operatorname{sen} \alpha$

b) $\cos \alpha$

c) $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha)$

d) $\operatorname{sen}(180^\circ - \alpha)$

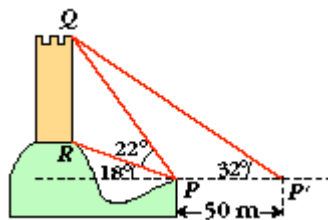
e) $\cos(180^\circ + \alpha)$

f) $\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha)$

29.- En un entrenamiento de fútbol se coloca el balón en un punto situado a 5 m y 8 m de cada uno de los postes de la portería, cuyo ancho es de 7 m. ¿Bajo qué ángulo se ve la portería desde ese punto?

30.- Dos barcos parten de un puerto con rumbos distintos que forman un ángulo de 127° . El primero sale a las 10 h de la mañana con una velocidad de 17 nudos, y el segundo sale a las 11 h 30 min, con una velocidad de 26 nudos. Si el alcance de sus equipos de radio es de 150 km, ¿podrán ponerse en contacto a las 3 de la tarde? (Nudo = milla / hora; milla = 1 850 m)

31.- Calcula la altura de $\overline{QR}$, cuyo pie es inaccesible y más alto que el punto donde se encuentra el observador, con los datos de la figura.



32.- Demuestra que:

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos \alpha$$

33.- Resuelve la ecuación $2 + \cos^2 x = -2\operatorname{sen} x$.

34.- Resuelve $\operatorname{sen}^2 x = 1 - \cos^2 \frac{x}{2}$

35.- Dados los vectores $\vec{u}(15,-2)$, $\vec{v}(-3,1)$ y $\vec{w}(6,7)$ expresa $\vec{w}$ como combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

36.- Comprueba que los vectores $\vec{a}(-7,5)$ y $\vec{b}(5,7)$ son ortogonales y tienen el mismo módulo.

37.- Halla el ángulo que forman los vectores $\vec{x}(-\frac{1}{2},2)$ e $\vec{y}(1,\frac{3}{2})$.

38.- Calcula la proyección de $\vec{v}(5,3)$ sobre $\vec{u}(3,-2)$.

39.- ¿Cuál ha de ser el valor de n para que el vector $\vec{u}(3,n)$ forme un ángulo de 45° con el vector $\vec{v}(1,-1)$?

40.- Escribe las ecuaciones de la recta que pasa por:

a) $P(6,-2)$ y $Q(0,5)$ b) $M(3,2)$ y $N(3,6)$ c) $A(0,0)$ y $Q(8,0)$

41.- Escribe las ecuaciones de las siguientes rectas:

a) Su vector de posición es $\vec{a}(-3,1)$ y su vector de dirección $\vec{v}(2,0)$.

b) Pasa por $A(5,-2)$ y es paralela a: $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \end{cases}$

c) Pasa por $A(1,3)$ y es perpendicular a la recta de ecuación $2x - 3y + 6 = 0$.

d) Es perpendicular al segmento PQ en su punto medio, siendo $P(0,4)$ y $Q(-6,0)$, en su punto medio.

42.- Halla el punto simétrico de $P(1,-2)$ respecto del punto $H(3,0)$.

43.- Halla las coordenadas del vértice D del paralelogramo $ABCD$, sabiendo que $A(1,2)$, $B(5,-1)$ y $C(6,3)$.

44.- Da las coordenadas del punto P que divide al segmento de extremos $A(3,4)$ y $B(0,-2)$ en dos partes tales que:

$$\overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{PA}.$$

45.- En el triángulo de vértices $A(-2,3)$, $B(5,1)$, $C(3,-4)$, halla las ecuaciones de:

a) La altura que parte de B .

b) La mediana que parte de B .

c) La mediatriz del lado CA .

46.- Calcula el límite:

$$a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 6x^2 + 9x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x^2 + 2x + 5}{x^2 - 6x - 7}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{\sqrt{3-x} - 2}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^3 + 5}{x + 2} - \frac{4x^3 - x}{x - 2} \right)$$

47.- Averigua si estas funciones son continuas en $x = 2$.

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 3x-2 & \text{si } x < 2 \\ 6-x & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} x^2-1 & \text{si } x \leq 2 \\ 2x+1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

48.- Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x^2 - 5x + 6$ en el punto de abscisa $x = 2$.

49.- Escribe la ecuación de la tangente a $y = x^2 + 4x + 1$, cuya pendiente sea igual a 2.

50.- Escribe las ecuaciones de las tangentes a la curva $y = x^3 - 3x$ que sean paralelas a la recta

$$6x - y + 10 = 0.$$

51.- Halla la función derivada de estas funciones

- 1) $y = 2x^3 + 3x^2 - 6$; 2) $y = \cos(2x + \pi)$; 3) $y = \frac{x}{3} + \sqrt{2}$; 4) $y = \frac{1}{7x+1}$;
- 5) $y = \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}$; 6) $y = \frac{2}{(x+3)^3}$; 7) $y = \frac{x^3}{2} + \frac{3}{2}x^2 - \frac{x}{2}$; 8) $y = \frac{1}{\sqrt{x-4}}$;
- 9) $y = x \sin(\pi - x)$; 10) $y = (5x-2)^3$; 11) $y = \frac{x+5}{x-5}$; 12) $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$;
- 13) $y = (x^2 - 3)^3$; 14) $y = \frac{x^3 - x^2}{x^2}$; 15) $y = \sqrt{x^2 + 1}$; 16) $y = \sqrt[3]{(x+6)^2}$;
- 17) $y = \sin \sqrt{x}$; 18) $y = \frac{-3}{\sqrt{1-x^2}}$; 19) $y = 7^{x+1} \cdot e^{-x}$; 20) $y = \frac{1}{3x} + \frac{x}{3}$;
- 21) $y = \ln 3x + e^{\sqrt{x}}$; 22) $y = \left(\frac{x}{1+x^2} \right)^2$; 23) $y = e^{2x} \cdot \operatorname{tg} x$; 24) $y = \frac{x^3}{(x-1)^2}$;
- 25) $y = \cos^2 x + e^{\sin x}$; 26) $y = \sqrt{\frac{x^3}{x^2-4}}$; 27) $y = \left(\frac{x}{2} \right)^3 \cdot e^{1-x}$; 28) $y = \sin \frac{3\pi}{2}$;
- 29) $y = \log \frac{x^2}{3-x}$; 30) $y = \operatorname{tg}^3 x^2$; 31) $y = \sqrt{\ln x}$; 32) $y = \operatorname{arc} \sin \frac{x^2}{3}$;
- 33) $y = \operatorname{arc} \operatorname{tg}(x^2 + 1)$; 34) $y = \operatorname{arc} \cos \frac{1}{x}$; 35) $y = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\sqrt{x}}{2}$; 36) $y = \sqrt{\operatorname{arc} \operatorname{tg} x}$;
- 37) $y = \operatorname{arc} \cos e^{-x}$; 38) $y = \sqrt{x + \sqrt{x}}$; 39) $y = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$

52. Representa las siguientes funciones estudiando, dominio, simetrías, cortes con los ejes, asíntotas, máximos, mínimos, crecimiento, decrecimiento, puntos de inflexión, concavidad y convexidad:

$$\text{a) } y = x^3 - 3x^2 \quad \text{d) } y = x^4 - 8x^2 + 2 \quad \text{g) } y = \frac{x^2}{1-x^2} \quad \text{j) } y = \frac{x^2-5}{2x-4}$$

$$\text{b) } y = x^4 + 4x^3 \quad \text{e) } y = \frac{x}{1-x^2} \quad \text{h) } y = \frac{x^2}{(x-2)^2}$$

$$\text{c) } y = -x^4 + x^2 \quad \text{f) } y = \frac{(x-1)^2}{x+2} \quad \text{i) } y = \frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$$

53. Determinar el dominio de las siguientes funciones empleando intervalos cuando sea posible:

a) $f = \left\{ (x, y) : \in \mathbb{R}^2 / y = \frac{1}{x} \right\}$	h) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$,	n) $f(x) = \frac{x + 1}{x - 3}$
b) $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 3}$	i) $f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + 1}$	o) $y = \sqrt{2x + 3}$
c) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$	j) $f(x) = \sqrt{2x + 3}$,	p) $y = \frac{-x}{x - 4}$
d) $f(x) = \sqrt{x - x^2}$	k) $f(x) = \sqrt{(x - 1)(x - 2)}$	q) $f(x) = \sqrt{(x - 1)(x - 2)}$
e) $f(x) = \frac{4x - 1}{x^2 - 1}$	l) $f(x) = \sqrt{\frac{x + 2}{x - 4}}$	r) $y = \sqrt{\frac{x + 2}{x - 4}}$
f) $f(x) = \sqrt{1 - x}$	m) $f(x) = \frac{\sqrt{x - 3}}{x^2 - 16}$	
g) $f(x) = \sqrt{\frac{x + 1}{x - 3}}$		

54. Halla el dominio de la función $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^3 + 2x^2 - 3x} + \sqrt{x^2 - 9}$

55. Averiguar cuáles de las siguientes funciones son pares o impares:

a) $f(x) = x^2$

b) $g(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$.

c) $h(x) = x^3 - 2x^2$

56. Siendo $f(x) = \frac{1 + 2x}{2 - 5x}$, $g(x) = \frac{x - 1}{x + 2}$, hallar:

a) $g \circ f$

b) $f \circ g$

57 Representar gráficamente las siguientes funciones cuadráticas:

a) $y = x^2 - 2x + 5$

b) $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$

58 Representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 1 \\ 1 & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ 2x - 3 & \text{si } 2 < x < 3 \\ 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

b) $y = \begin{cases} |x| & \text{si } x < -1 \\ x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ |x| & \text{si } x > 1 \end{cases}$

59. Dadas las funciones $f(x) = x + 3$, $g(x) = x^2$, se pide:

a) Calcular $g[f(0)]$; $g[f(-2)]$

b) Determinar $[g \circ f](x) = g[f(x)]$

60. Dadas las funciones:

$$f(x) = \frac{x+1}{x} \text{ y } g(x) = 2x+1$$

Calcular:

$$[g \circ f](x) = f[g(x)]$$

$$\text{y } [g \circ f](x) = g[f(x)]$$