

Problema 2 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-1} \right)^{2x-1}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{x+2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 3x^2 - 4}{x^3 - 2x - 4}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x^4 - 1}$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x^2+1} - 3}{x - 2}$

f) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x^2-11} - 4}{x - 3}$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-1} \right)^{2x-1} = e^2$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{x+2} = e^2$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 3x^2 - 4}{x^3 - 2x - 4} = 2$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x^4 - 1} = \frac{5}{4}$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x^2+1} - 3}{x - 2} = \frac{4}{3}$

f) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x^2-11} - 4}{x - 3} = \frac{9}{4}$

Problema 3 Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

a) $y = (x^2 - x + 1)^{11}$

b) $y = x \ln x$

c) $y = \ln \left(\frac{x^2+x}{x^2-1} \right)$

d) $y = e^{x^2-1}$

e) $y = 5^{5x-1}$

f) $y = \log_3(x^2 + 1)$

g) $y = (x^2 - 1)^{\ln(x)}$

h) $y = \frac{x^2+x-5}{x-3}$

Solución:

a) $y = (x^2 - x + 1)^{11} \implies y' = 11(2x - 1)(x^2 - x + 1)^{10}$

b) $y = x \ln x \implies y' = \ln x + 1$

c) $y = \ln \left(\frac{x^2+x}{x^2-1} \right) \implies y' = \frac{2x+1}{x^2+x} - \frac{2x}{x^2-1}$

d) $y = e^{x^2-1} \implies y' = 2xe^{x^2-1}$

e) $y = 5^{5x-1} \implies y' = 5 \cdot 5^{5x-1} \ln 5$

f) $y = \log_3(x^2 + 1) \implies y' = \frac{2x}{(x^2+1) \ln 3}$

g) $y = (x^2 - 1)^{\ln(x)} \implies y' = (x^2 - 1)^{\ln(x)} \left(\frac{\ln(x^2-1)}{x} + \frac{2x \ln(x)}{x^2-1} \right)$

h) $y = \frac{x^2+x-5}{x-3} \implies y' = \frac{x^2-6x+2}{(x-3)^2}$

Problema 4 Calcular las rectas tangente y normal a la función $f(x) = \frac{x^2-1}{x+2}$ en el punto de abscisa $x = 0$.

Solución:

$$a = 0, \quad f(a) = f(0) = 1$$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 1}{(x+2)^2} \implies m = f'(0) = 1/4$$

Recta Tangente: $y - 1 = \frac{1}{4}x \implies x - 4y + 4 = 0$

Recta Normal: $y - 1 = -4x \implies 4x + y - 1 = 0$