Problema 2 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\frac{2x+2}{2x-1} \right)^{2x+1}$

b) $\lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3} \right)^{x-1}$

c) $\lim_{x \longrightarrow 2} \frac{x^4 - 4x - 8}{x^3 + x - 10}$

d) $\lim_{x \longrightarrow 1} \frac{x^6 - 1}{x^5 - 1}$

e) $\lim_{x \longrightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+5} - 3}{x - 2}$

f) $\lim_{x \longrightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2-5} - 2}{x - 3}$

Solución:

a) $\lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\frac{2x+2}{2x-1} \right)^{2x+1} = e^3$

b) $\lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+3} \right)^{x-1} = e^{-5}$

c) $\lim_{x \longrightarrow 2} \frac{x^4 - 4x - 8}{x^3 + x - 10} = \frac{28}{13}$

d) $\lim_{x \longrightarrow 1} \frac{x^6 - 1}{x^5 - 1} = \frac{6}{5}$

e) $\lim_{x \longrightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+5} - 3}{x - 2} = \frac{2}{3}$

f) $\lim_{x \longrightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2-5} - 2}{x - 3} = \frac{3}{2}$

Problema 3 Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

a) $y = (x^3 - 2x + 1)^{11}$

b) $y = x^2 \ln x$

c) $y = \ln \left(\frac{x^2+1}{x^2-1} \right)$

d) $y = e^{2x^2-1}$

e) $y = 3^{4x-1}$

f) $y = \log_3(x^2 - 1)$

g) $y = (2x^2 + 1)^{\ln(x)}$

h) $y = \frac{x^2-2x+5}{x-3}$

Solución:

a) $y = (x^3 - 2x + 1)^{11} \Longrightarrow y' = 11(3x - 2)(x^3 - 2x + 1)^{10}$

b) $y = x^2 \ln x \Longrightarrow y' = 2x \ln x + x$

c) $y = \ln\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right) \Longrightarrow y' = \frac{2x}{x^2+1} - \frac{2x}{x^2-1}$

d) $y = e^{2x^2-1} \Longrightarrow y' = 4xe^{2x^2-1}$

e) $y = 3^{4x-1} \Longrightarrow y' = 4 \cdot 3^{4x-1} \ln 3$

f) $y = \log_3(x^2 - 1) \Longrightarrow y' = \frac{2x}{(x^2-1)\ln 3}$

g) $y = (2x^2 + 1)^{\ln(x)} \Longrightarrow y' = (2x^2 + 1)^{\ln(x)} \left(\frac{\ln(2x^2+1)}{x} + \frac{4x\ln(x)}{2x^2+1}\right)$

h) $y = \frac{x^2-2x+5}{x-3} \Longrightarrow y' = \frac{x^2-6x+1}{(x-3)^2}$

Problema 4 Calcular las rectas tangente y normal a la función $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x+1}$ en el punto de abcisa $x = 0$.

Solución:

$$a = 0, \ \ f(a) = f(0) = 1$$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{(x+1)^2} \Longrightarrow m = f'(0) = -1$$

Recta Tangente: $y - 1 = -x \Longrightarrow x + y - 1 = 0$

Recta Normal: $y - 1 = x - 0 \Longrightarrow x - y + 1 = 0$