

**Problema 1** (2 puntos)

1. Para el examen de matemáticas de final de curso, un profesor contabiliza 60 posibles preguntas para un examen con 6 de ellas. ¿Cuántos posibles exámenes puede hacer este profesor?

**Solución:**

$$\binom{60}{6} = \frac{60!}{6! \cdot (60-6)!} = 50.063.860$$

2. Como este profesor quiere que aprueben todos sus alumnos, decide comunicar a sus alumnos dos de las preguntas que pondrá. ¿Cuántos posibles exámenes podrá hacer ahora?

**Solución:**

$$\binom{58}{4} = \frac{58!}{4! \cdot (58-4)!} = 424.270$$

**Problema 2** (2 puntos)

1. En una prueba de fondo participan 20 atletas. ¿De cuántas maneras podrán entrar en la meta, teniendo en cuenta que no pueden pasar por ella dos simultáneamente?

**Solución:**

$$P_{20} = 20! = 2,432902008 \cdot 10^{18}$$

2. Teniendo en cuenta que sólo suben al podio tres atletas según su llegada a la meta ¿de cuántas maneras posibles podrán subirse a ese podio?

**Solución:**

$$V_{20,3} = 20 \cdot 19 \cdot 18 = 6.840$$

donde:

$$m - n + 1 = 20 - 3 + 1 = 18$$

**Problema 3** (2 puntos)

1. ¿Cuántas palabras, con o sin sentido, se pueden formar con las letras MISSISSIPPI?

**Solución:**

|     |           |         |
|-----|-----------|---------|
| $M$ | se repite | 1 vez   |
| $I$ | se repite | 4 veces |
| $S$ | se repite | 4 veces |
| $P$ | se repite | 2 veces |

Por tanto:

$$RP_{11}^{1,4,4,2} = \frac{11!}{1! \cdot 4! \cdot 4! \cdot 2!} = 34.650$$

2. En sistema binario  $(0,1)$ . ¿Cuántas cadenas de 8 dígitos se pueden formar?

**Solución:**

$$RV_{2,8} = 2^8 = 256$$

**Problema 4** (1 punto) ¿De cuántas maneras posibles se pueden pintar las caras de un dado de 6 colores distintos?

**Solución:**

Se elige un color cualquiera, y se pinta con él una cara cualquiera, que se pone abajo. Hay entonces 5 posibles colores para pintar la cara de arriba. Elegido uno, quedan 4 colores para las caras laterales. Las posibles distribuciones de estos 4 colores son permutaciones circulares, y hay  $PC_4 = 3! = 6$  alternativas. Por el principio de la multiplicación hay que multiplicar estas 6 posibilidades por las 5 opciones para la cara superior. Hay 30 maneras de pintar el dado.

**Problema 5** (3 puntos)

1. Calcular el coeficiente de  $x^6$  en el desarrollo de  $(x+2)^{10}$ . **Solución:**  
Por la fórmula del término general del binomio de Newton, tendríamos:

$$\binom{10}{i} x^{10-i} \cdot 2^i$$

Es decir:

$$10 - i = 6 \Rightarrow i = 4 \Rightarrow \binom{10}{4} x^6 \cdot 2^4 = \frac{10!}{4! \cdot 6!} \cdot 2^4 \cdot x^6 = 3.360 \cdot x^6$$

2. Desarrollar por la fórmula del binomio de Newton:  $(x-1)^6$ . **Solución:**

$$\begin{aligned} (x-1)^6 &= \binom{6}{0} x^6 - \binom{6}{1} x^5 + \binom{6}{2} x^4 - \binom{6}{3} x^3 + \binom{6}{4} x^2 - \\ &\quad \binom{6}{5} x^1 + \binom{6}{6} x^0 = x^6 - 6x^5 + 15x^4 - 20x^3 + 15x^2 - 6x + 1 \end{aligned}$$