Problema 1 *(2 puntos)* Descompón cada polinomio como producto de factores de grado uno:

1. $P(x) = x^4 - 3x^3 - x^2 + 3x$
2. $Q(x) = x^3 - x^2 - 9x + 9$
3. $H(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 10$

Solución:

1. $P(x) = x^4 - 3x^3 - x^2 + 3x = x(x-3)(x+1)(x-1)$
2. $Q(x) = x^3 - x^2 - 9x + 9 = (x-1)(x+3)(x-3)$
3. $H(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 10 = (x+5)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$

Problema 2 *(2 puntos)* Resolver por el método de Gauss:

$$\left\{\begin{array}{rrr} x- & y- & z=2 \\ 2x+ & y+ & z=3 \\ 2x- & y- & 2z=2 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{rrr} x- & y- & z=2 \\ 2x+ & y+ & z=3 \\ 2x- & y- & 2z=2 \end{array}\right. \xrightarrow{\substack{(E_2-2E_1)\\(E_3-2E_1)}} \left\{\begin{array}{rrrr} x- & y- & z= & 2 \\ & 3y+ & 3z= & -1 \\ & y & = & -2 \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{rr} x= & \frac{5}{3} \\ y= & -2 \\ z= & \frac{5}{3} \end{array}\right.$$

Problema 3 *(3 puntos)* Hallar las soluciones reales de:

1. $$\sqrt{x+7} + \sqrt{x} = 7$$

2. $$\lg(3x^2-2) = 1 + \lg(x-1)$$

Solución:

1.

$$\sqrt{x+7}+\sqrt{x}=7 \Longrightarrow \sqrt{x+7}=7-\sqrt{x} \Longrightarrow (\sqrt{x+7})^2=(7-\sqrt{x})^2 \Longrightarrow$$

$$x+7=49+x-14\sqrt{x} \Longrightarrow -42=-14\sqrt{x} \Longrightarrow 3=\sqrt{x} \Longrightarrow x=9$$

2.

$$\lg(3x^2-2)=1+\lg(x-1) \Longrightarrow \lg(3x^2-2)=\lg 10+\lg(x-1) \Longrightarrow$$

$$\lg(3x^2-2)=\lg 10(x-1) \Longrightarrow (3x^2-2)=10(x-1) \Longrightarrow 3x^2-10x+8=0$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=\frac{4}{3} \end{cases}$$

Problema 4 *(3 puntos)* Resolver las inecuaciones siguientes:

1.

$$\frac{x^2-x-2}{x-3}>0$$

2.

$$\frac{x^2+x-2}{x+1}\le 0$$

Solución:

1.

$$\frac{x^2-x-2}{x-3}=\frac{(x-2)(x+1)}{(x-3)}>0$$

	$(-\infty,-1)$	$(-1,2)$	$(2,3)$	$(3,+\infty)$
$x-2$	$-$	$-$	$+$	$+$
$x+1$	$-$	$+$	$+$	$+$
$x-3$	$-$	$-$	$-$	$+$
$\frac{(x-2)(x+1)}{x-3}$	$-$	$+$	$-$	$+$

La solución pedida sería:

$$(-1,2)\cup(3,+\infty)$$

2.

$$\frac{x^2+x-2}{x+1}=\frac{(x-1)(x+2)}{x+1}\le 0$$

	$(-\infty,-2)$	$(-2,-1)$	$(-1,1)$	$(1,+\infty)$
$x-1$	$-$	$-$	$-$	$+$
$x+2$	$-$	$+$	$+$	$+$
$x+1$	$-$	$-$	$+$	$+$
$\frac{(x-1)(x+2)}{x+1}$	$-$	$+$	$-$	$+$

La solución pedida sería:

$$(-\infty,-2]\cup(-1,1]$$