Problema 1 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\left\{\begin{array}{rrrl} 2x- & 2y- & 2z= & -1 \\ 3x- & y- & z= & 1 \\ x+ & y+ & z= & 2 \end{array}\right. ; \quad \left\{\begin{array}{rrrl} x+ & y- & 2z= & 1 \\ 3x- & y+ & z= & 0 \\ x+ & y- & z= & 1 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{rrrl} 2x- & 2y- & 2z= & -1 \\ 3x- & y- & z= & 1 \\ x+ & y+ & z= & 2 \end{array}\right. \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=3/4 \\ y=5/4-z \\ z=z \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rrrl} x+ & y- & 2z= & 1 \\ 3x- & y+ & z= & 0 \\ x+ & y- & z= & 1 \end{array}\right. \text{ Sistema Compatible Determinado} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=1/4 \\ y=3/4 \\ z=0 \end{array}\right.$$

Problema 2 Resolver las ecuaciones:

a) $\log(x+1)-\log x=1$

b) $\log(x+3)+\log x=-1$

c) $\log(3-x^2)-\log(2x)=1$

Solución:

a) $\log(x+1)-\log x=1 \Longrightarrow \log\dfrac{(x+1)}{x}=\log 10 \Longrightarrow$

$x=\dfrac{1}{9}$.

b) $\log(x+3)+\log x=-1 \Longrightarrow \log x(x+3)=\log 10 \Longrightarrow 10x^2+30x-1=0 \Longrightarrow x=0.329,\ x=-30$(no vale).

c) $\log(3-x^2)-\log(2x)=1 \Longrightarrow \log\dfrac{3-x^2}{2x}=\log 10 \Longrightarrow x^2+20x-3=0 \Longrightarrow x=0,149;\ x=-20$(no vale).

Problema 3 Resolver el siguiente sistema

$$\left\{\begin{array}{l} x\cdot y=6 \\ x+3y=11 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{l} x\cdot y=6 \\ x+3y=11 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=2,\ y=3 \\ x=9,\ y=\frac{2}{3} \end{array}\right.$$

Problema 4 Resolver las inecuaciones siguientes:

a) $\dfrac{x}{2} - \dfrac{2x+1}{6} \leq \dfrac{x-1}{3}$

b) $\dfrac{x^2-x-2}{x^2+2x-3} \leq 0$

Solución:

a) $\dfrac{x}{2} - \dfrac{2x+1}{6} \leq \dfrac{x-1}{3} \Longrightarrow [1, +\infty)$

b) $\dfrac{x^2-x-2}{x^2+2x-3} \leq 0 \Longrightarrow (-3, -1] \cup (1, 2]$

Problema 5 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{4x^5 - x + 1}{3x^5 + 6}$

b) $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{5x^2 - x}{x^6 + x - 1}$

c) $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{x^7 - 3x^2 - x + 1}{-2x^4 + 1}$

d) $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{3x^2 + x + 1}{2x^2 - 1} \right)^{\frac{3x^2-1}{3}}$

e) $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{x^2 + x - 1}{x^2 + 1} \right)^{2x}$

f) $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{x^3 + 1}{2x^3} \right)^{3x-1}$

Solución:

a) $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{4x^5 - x + 1}{3x^5 + 6} = \dfrac{4}{3}$

b) $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{5x^2 - x}{x^6 + x - 1} = 0$

c) $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{x^7 - 3x^2 - x + 1}{-2x^4 + 1} = -\infty$

d) $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{3x^2 + x + 1}{2x^2 - 1} \right)^{\frac{3x^2-1}{3}} = \infty$

e) $\lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x - 1}{x^2 + 1} \right)^{2x} = e^2$

f) $\lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + 1}{2x^3} \right)^{3x-1} = 0$