

Problema 1 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x- & 2y+ & z = 1 \\ 2x+ & y- & 2z = 2 \\ 3x- & y- & z = 3 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x+ & y+ & z = 2 \\ 2x- & y- & z = 1 \\ x+ & y- & 2z = 0 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x- & 2y+ & z = 1 \\ 2x+ & y- & 2z = 2 \\ 3x- & y- & z = 3 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 1 + 3/5\lambda \\ y = 4/5\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = 2 \\ 2x- & y- & z = 1 \\ x+ & y- & 2z = 0 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 1 \\ y = 1/3 \\ z = 2/3 \end{cases}$$

Problema 2 Resolver las ecuaciones:

a) $\log(x+1)^2 - \log x = 1 + \log(2x)$

b) $\log(2x+1) - \log x = 3$

c) $\log(x+1) + \log(x-1) = 2 + \log x$

Solución:

a) $\log(x+1)^2 - \log x = 1 + \log(2x) \implies \log \frac{(x+1)^2}{x} = \log 20x \implies$

$x = 0,288$ y $x = -0,1827$ que no vale.

b) $\log(2x+1) - \log x = 3 \implies \log \frac{2x+1}{x} = \log 1000 \implies x = \frac{1}{998}.$

c) $\log(x+1) + \log(x-1) = 2 + \log x \implies \log(x^2-1) = \log(100x) \implies$
 $x^2 - 100x - 1 = 0 \implies x = 100,01; x = -0,01(\text{no vale}).$

Problema 3 Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} (x+2)(y-3) = 5 \\ x \cdot y = 12 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} (x+2)(y-3) = 5 \\ x \cdot y = 12 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 3, y = 4 \\ x = -\frac{8}{3}, y = -\frac{9}{2} \end{cases}$$

Problema 4 Resolver las inecuaciones siguientes:

a) $\frac{3x+1}{2} - \frac{x}{3} \leq 1 + \frac{x-1}{8}$

b) $\frac{x^2 - 2x - 3}{x + 5} \leq 0$

Solución:

a) $\frac{3x+1}{2} - \frac{x}{3} \leq 1 + \frac{x-1}{8} \implies \left(-\infty, \frac{9}{25}\right]$

b) $\frac{x^2 - 2x - 3}{x + 5} \leq 0 \implies (-\infty, -5) \cup [-1, 3]$

Problema 5 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{x^3 - 3x^2 + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 3}{-x + 2}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x - 1}{2x^3 + 2}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{3x^2 - x - 1}}{2x - 3} \right)$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + x - 1}{x^2 + 3} \right)^{\frac{x^2 - 1}{2}}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 2}{x - 2} \right)^{x+1}$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{x^3 - 3x^2 + 1} = 0$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 3}{-x + 2} = -\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x - 1}{2x^3 + 2} = \frac{3}{2}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{3x^2 - x - 1}}{2x - 3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + x - 1}{x^2 + 3} \right)^{\frac{x^2-1}{2}} = \infty$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-2} \right)^{x+1} = e^4$