

Problema 1 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} 3x- & y- & z = 1 \\ x+ & y+ & z = 2 \\ 2x- & 2y- & 2z = -1 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x+ & y- & z = 1 \\ 3x- & y+ & z = 0 \\ x+ & y- & 2z = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 3x- & y- & z = 1 \\ x+ & y+ & z = 2 \\ 2x- & 2y- & 2z = -1 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 3/4 \\ y = 5/4 - z \\ z = z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y- & z = 1 \\ 3x- & y+ & z = 0 \\ x+ & y- & 2z = 1 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 1/4 \\ y = 3/4 \\ z = 0 \end{cases}$$

Problema 2 Resolver las ecuaciones:

1. $\ln(1-x) - \ln x = 1$
2. $\log(5-x^2) - \log x = 1 + \log(x+1)$
3. $\log x - \log(x^2-2) = 1 - \log x$

Solución:

$$1. \ln(1-x) - \ln x = 1 \implies \ln \frac{(1-x)}{x} = \ln e \implies$$

$$1-x = ex \implies x = \frac{1}{e+1} = 0,2689414213.$$

$$2. \log(5-x^2) - \log x = 1 + \log(x+1) \implies \log \frac{5-x^2}{x} = \log 10(x+1) \implies$$

$$11x^2 + 10x - 5 = 0 \implies x = 0,3585701736, x = -1,267661082(\text{no vale}).$$

$$3. \log x - \log(x^2-2) = 1 - \log x \implies \log \frac{x^2}{x^2-2} = \log 10 \implies 9x^2 =$$

$$20 \implies x = 1,490711984; x = -1,490711984(\text{no vale}).$$

Problema 3 Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} x \cdot y = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x \cdot y = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 2, y = 1 \\ x = -1/2, y = -4 \end{cases}$$

Problema 4 Resolver las inecuaciones siguientes:

1. $\frac{3x-1}{2} - \frac{x}{3} \geq 1 - \frac{x}{2}$

2. $\frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 + x - 2} \leq 0$

Solución:

1. $\frac{3x-1}{2} - \frac{x}{3} \geq 1 - \frac{x}{2} \implies \left[\frac{9}{10}, +\infty \right)$

2. $\frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 + x - 2} \leq 0 \implies [-3, -2) \cup (1, 5]$

Problema 5 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{2x^3 + 2}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 1}{x^3 - 3x - 1}$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 1}{x^3 + x - 1}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^2 - x - 1}{5x^2} \right)^{x+1}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^3 + x + 1}{x^3 + 3} \right)^{\frac{x^2+1}{2}}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x + 1}{2x^2 - 1} \right)^{2x}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{2x^3 + 2} = \frac{3}{2}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 1}{x^3 - 3x - 1} = 0$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 1}{x^3 + x - 1} = \infty$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^2 - x - 1}{5x^2} \right)^{x+1} = e^{-1/5}$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^3 + x + 1}{x^3 + 3} \right)^{\frac{x^2+1}{2}} = \infty$
6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x + 1}{2x^2 - 1} \right)^{2x} = 0$

Problema 6 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - x^3 + 3x^2 - 3}{x^3 + x^2 - x - 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$
3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 3} - 1}{x - 2}$
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^3 + x^2 - 5x - 2}$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - x}{x + 1}$
6. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3 - \sqrt{x^2 - 16}}{x - 5}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - x^3 + 3x^2 - 3}{x^3 + x^2 - x - 1} = \frac{7}{4}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}) = 0$
3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 3} - 1}{x - 2} = 2$
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^3 + x^2 - 5x - 2} = \frac{5}{11}$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - x}{x + 1} = 0$

6. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3 - \sqrt{x^2 - 16}}{x - 5} = -\frac{5}{3}$