

Problema 1 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x- & y- & z = 0 \\ 2x+ & y+ & z = 4 \\ 3x- & y+ & z = 3 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x+ & y+ & z = 1 \\ 3x- & 2y- & 2z = 3 \\ 4x- & y- & z = 8 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x- & y- & z = 0 \\ 2x+ & y+ & z = 4 \\ 3x- & y+ & z = 3 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 4/3 \\ y = 7/6 \\ z = 1/6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = 1 \\ 3x- & 2y- & 2z = 3 \\ 4x- & y- & z = 8 \end{cases} \text{ Sistema Incompatible}$$

Problema 2 Resolver las ecuaciones:

- a) $\log(x+3) + \log x = 2 \log(x+1)$
- b) $\log(4x+1) + \log(2x) = 2$
- c) $\log(3x-1) - \log(x+2) = 1 + \log x$

Solución:

$$\text{a) } \log(x+3) + \log x = 2 \log(x+1) \implies \log(x^2 + 3x) = \log(x+1)^2 \implies$$

$$x = 1.$$

$$\text{b) } \log(4x+1) + \log(2x) = 2 \implies \log(8x^2 + 2x) = \log 100 \implies x = 3,413, \quad x = -3,663(\text{no vale}).$$

$$\text{c) } \log(3x-1) - \log(x+2) = 1 + \log x \implies \log \frac{3x-1}{x+2} = \log(10x) \implies$$

$$19x^2 + 17x + 1 = 0 \implies x = -0,061 \text{ (no vale)}; \quad x = -1,639(\text{no vale}).$$

Problema 3 Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 1, \quad y = 1 \\ x = -\frac{1}{5}, \quad y = -\frac{7}{5} \end{cases}$$

Problema 4 Resolver las inecuaciones siguientes:

a) $\frac{x}{2} - \frac{3x+2}{5} \geq 2 - \frac{2x-1}{10}$

b) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x+1} \leq 0$

Solución:

a) $\frac{x}{2} - \frac{3x+2}{5} \geq 2 - \frac{2x-1}{10} \implies [25, +\infty)$

b) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x+1} \leq 0 \implies (-\infty, -1) \cup [2, 3]$

Problema 5 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{-x + 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+2}}{x+5}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^3 + 3x}{3x^3 + 5}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{\sqrt{5x^2+x-1}}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + x - 1}{3x^2 - 1} \right)^{x^2+2}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2} \right)^{2x^2}$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{-x + 2} = -\infty$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+2}}{x+5} = 0$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^3 + 3x}{3x^3 + 5} = -\frac{2}{3}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{\sqrt{5x^2+x-1}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + x - 1}{3x^2 - 1} \right)^{x^2+2} = 0$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2} \right)^{2x^2} = e^{-2}$$