

Problema 1 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = 5 \\ x- & 3y+ & z = 4 \\ 2x+ & y- & z = 2 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x+ & y- & z = 3 \\ 3x+ & y- & 2z = 5 \\ 2x- & & z = 2 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = 5 \\ x- & 3y+ & z = 4 \\ 2x+ & y- & z = 2 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 13/6 \\ y = 1/4 \\ z = 31/12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y- & z = 3 \\ 3x+ & y- & 2z = 5 \\ 2x- & & z = 2 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 1 + \frac{1}{2}\lambda \\ y = 2 + \frac{1}{2}\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

Problema 2 Resolver las ecuaciones:

a) $\log(3x-1) + \log(x-1) = 1 + \log x$

b) $\log(4x+3) - \log x = 1$

c) $\log(x-2) - \log(x+3) = 1 + \log x$

Solución:

a) $\log(3x-1) + \log(x-1) = 1 + \log x \implies \log(3x^2 - x - 3x + 1) = \log 10x \implies$

$$3x^2 - 14x + 1 = 0 \implies x = 0,0726 \text{ (No vale)} \text{ y } x = 4,594.$$

b) $\log(4x+3) - \log x = 1 \implies \log \frac{4x+3}{x} = \log 10 \implies 4x+3 = 10x \implies$
 $x = \frac{1}{2}.$

c) $\log(x-2) - \log(x+3) = 1 + \log x \implies \log \frac{x-2}{x+3} = \log(10x) \implies$
 $10x^2 + 29x + 2 = 0 \implies x = -0,07; x = -2,83 \text{ (no vale ninguna de las dos)}.$

Problema 3 Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} x \cdot y = 6 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x \cdot y = 6 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 2, y = 3 \\ x = 6, y = 1 \end{cases}$$

Problema 4 Resolver las inecuaciones siguientes:

a) $\frac{x}{4} - \frac{3x+2}{3} \leq 1 - \frac{x+1}{12}$

b) $\frac{x^2 + 3x + 2}{x - 1} \geq 0$

Solución:

a) $\frac{x}{4} - \frac{3x+2}{3} \leq 1 - \frac{x+1}{12} \implies \left[-\frac{19}{8}, +\infty\right)$

b) $\frac{x^2 + 3x + 2}{x - 1} \leq 0 \implies [-2, -1] \cup (1, \infty)$

Problema 5 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + 3x^2 - 1}{x^3 + 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 1}}{-x^2 + 2}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 2x^2 - x + 1}{3x^3 - x - 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^4 - 2x^2 - 1}}{-x^2 - 1}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x - 1}{x^2 + 2} \right)^{x^2 - 1}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 1}{2x} \right)^{x - 2}$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + 3x^2 - 1}{x^3 + 2} = \infty$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 1}}{-x^2 + 2} = 0$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 2x^2 - x + 1}{3x^3 - x - 1} = \frac{5}{3}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^4 - 2x^2 - 1}}{-x^2 - 1} = -\sqrt{5}$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x - 1}{x^2 + 2} \right)^{x^2 - 1} = \infty$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 1}{2x} \right)^{x - 2} = e^{1/2}$$