Problema 1 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\left\{\begin{array}{rrr} x+ & 2y- & z=1 \\ x- & 8y+ & 5z=1 \\ 2x- & y+ & z=2 \end{array}\right. ; \quad \left\{\begin{array}{rrrr} x+ & y & + & z=2 \\ 2x- & y & - & z=1 \\ 3x+ & y & - & z=4 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{rrr} x+ & 2y- & z=1 \\ x- & 8y+ & 5z=1 \\ 2x- & y+ & z=2 \end{array}\right. \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=1-\frac{1}{5}\lambda \\ y=\frac{3}{5}\lambda \\ z=\lambda \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rrrr} x+ & y & + & z=2 \\ 2x- & y & - & z=1 \\ 3x+ & y & - & z=4 \end{array}\right. \text{ Sistema Compatible Determinado} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=1 \\ y=1 \\ z=0 \end{array}\right.$$

Problema 2 Resolver las ecuaciones:

a) $\log x^2 - \log(x+1) = 1 + \log(x-1)$

b) $\log(3x+5) - \log x = 2$

c) $\log(x+1) + \log(x-1) = \log(25x) - 2$

Solución:

a) $\log x^2 - \log(x+1) = 1 + \log(x-1) \Longrightarrow \log \dfrac{x^2}{x+1} = \log 10(x-1) \Longrightarrow$
$x^2 - 10(x^2-1) = 0 \Longrightarrow x = \dfrac{\sqrt{10}}{3}$.

b) $\log(3x+5) - \log x = 2 \Longrightarrow \log \dfrac{3x+5}{x} = \log 100 \Longrightarrow x = \dfrac{5}{97}$.

c) $\log(x+1) + \log(x-1) = \log(25x) - 2 \Longrightarrow \log(x^2-1) = \log \dfrac{25x}{100} \Longrightarrow$
$4x^2 - x - 4 = 0 \Longrightarrow x = 1,133;\ x = -0,883$.

Problema 3 Resolver el siguiente sistema

$$\left\{\begin{array}{c} (x+2)(y+2)=9 \\ xy=1 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{c} (x+2)(y+2)=9 \\ xy=1 \end{array}\right. \Longrightarrow x=1,\ \ y=1$$

Problema 4 Resolver las inecuaciones siguientes:

a) $\frac{x+1}{3} - \frac{x+2}{8} \leq 1 - \frac{x}{12}$

b) $\frac{x^2-2x-35}{x^2+x-6} \geq 0$

Solución:

a) $\frac{x+1}{3} - \frac{x+2}{8} \leq 1 - \frac{x}{12} \Longrightarrow \left[-\infty, \frac{22}{7}\right]$

b) $\frac{x^2-2x-35}{x^2+x-6} \geq 0 \Longrightarrow (-\infty,-5] \cup (-3,2) \cup [7,\infty)$

Problema 5 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \frac{3x^4+x^5-x-1}{3x^4-1}$

b) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \frac{3x^2+x+1}{2x^6-2}$

c) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \frac{x^5+4x^3+5x+1}{-9x^3+2}$

d) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \left(\frac{3x^3+x^2-1}{x^3+1}\right)^{\frac{x^2-x+3}{2}}$

e) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \left(\frac{x+5}{x-1}\right)^{2x}$

f) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \left(\frac{x^3-x+1}{2x^3+5}\right)^{x-2}$

Solución:

a) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \frac{3x^4+x^5-x-1}{3x^4-1} = 1$

b) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \frac{3x^2+x+1}{2x^6-2} = 0$

c) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \frac{x^5+4x^3+5x+1}{-9x^3+2} = -\infty$

d) $\lim_{x\longrightarrow\infty} \left(\frac{3x^3+x^2-1}{x^3+1}\right)^{\frac{x^2-x+3}{2}} = +\infty$

e) $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x-1} \right)^{2x} = e^{12}$

f) $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\frac{x^3 - x + 1}{2x^3 + 5} \right)^{x-2} = 0$