

1. Utiliza el Binomio de Newton para desarrollar la potencia $\left(\frac{1}{\sqrt{2x}} + 2\sqrt{x}\right)^4$ y simplifica en lo posible el resultado. **(1 punto)**

2. Resuelve la siguiente ecuación y el siguiente sistema de ecuaciones:

a) $\frac{1 + \frac{x+1}{x-1}}{2 - \frac{x-1}{x+1}} = 2$ **(1 punto)**

b)
$$\begin{cases} \frac{2}{y} + \frac{3}{x} = -1 \\ \frac{5(x-2)}{3} - \frac{3(y+1)}{2} = x-7 \end{cases}$$

3. Para resolver el siguiente problema es obligatorio declarar la o las incógnitas y plantear una ecuación o un sistema de ecuaciones:

Una señora paga por una figura de cerámica y una lámpara 1000 euros. Si le hubieran hecho un descuento del 25 % en la figura y del 30 % en la lámpara se hubiera ahorrado 285 euros. ¿Cuánto pagó por cada objeto? **(1 punto)**

4. Contesta a las siguientes cuestiones:

a) Sabiendo que $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, halla $\cos 2760^\circ$. **(0,5 puntos)**

b) Sabiendo que el ángulo α se encuentra en el segundo cuadrante y que $\operatorname{tg} \alpha = -2$, calcular $\operatorname{sen} \alpha$ y $\cos \alpha$ (hacer el ejercicio con fracciones y dar el resultado en forma de fracción). **(0,5 puntos)**

c) Sabiendo que $\cos \alpha = 0,7$ y que α es agudo, halla de manera razonada y sin calcular previamente el ángulo α :

- $\cos(90^\circ + \alpha)$. **(0,5 puntos)**
- $\operatorname{sen}(180^\circ - \alpha)$. **(0,5 puntos)**

5. Un avión vuela en línea horizontal hacia el este. Desde un punto situado en el suelo, al Sur del avión, se ve a éste bajo un ángulo de 45° . Cuando el avión ha volado 1.000 metros, desde ese mismo punto se le ve con un ángulo de elevación de 30° . ¿Cuál es la altura de vuelo? **(2 puntos)**

6. El lado desigual de un triángulo isósceles mide 50 cm y los ángulos iguales miden, cada uno, 40° . Determina el perímetro, tercer ángulo y área de ese triángulo. **(2 puntos)**

Soluciones

$$1. \left(\frac{1}{\sqrt{2x}} + 2\sqrt{x} \right)^4 = \left(\frac{1}{\sqrt{2x}} \right)^4 + 4 \left(\frac{1}{\sqrt{2x}} \right)^3 (2\sqrt{x}) + 6 \left(\frac{1}{\sqrt{2x}} \right)^2 (2\sqrt{x})^2 + 4 \left(\frac{1}{\sqrt{2x}} \right) (2\sqrt{x})^3 + (2\sqrt{x})^4 = \frac{1}{4x^2} + \frac{8\sqrt{x}}{2x\sqrt{2x}} + \frac{24x}{2x} + \frac{32x\sqrt{x}}{\sqrt{2x}} + 16x^2 = \frac{1}{4x^2} + \frac{8\sqrt{2x}}{4x^2} + 12 + \frac{32\sqrt{2x}^2}{2x} + 16x^2 = \frac{1}{4x^2} + \frac{2\sqrt{2}}{x} + 12 + 16\sqrt{2x} + 16x^2$$

$$2. \quad a) \quad \frac{1 + \frac{x+1}{x-1}}{2 - \frac{x+1}{x-1}} = 2 \Leftrightarrow \frac{\frac{x-1+x+1}{x-1}}{\frac{2x+2-x+1}{x-1}} = 2 \Leftrightarrow \frac{2x(x+1)}{(x+3)(x-1)} = 2 \Leftrightarrow 2x(x+1) = 2(x^2+2x-3) \Leftrightarrow \Leftrightarrow 2x^2+2x = 2x^2+4x-6 \Leftrightarrow -2x = -6 \Leftrightarrow x = 3$$

$$b) \quad \begin{cases} \frac{2}{y} + \frac{3}{x} = -1 \\ \frac{5(x-2)}{3} - \frac{3(y+1)}{2} = x-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y = -xy \\ 10x-20-9y-9 = 6x-42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y = -xy \\ 4x-9y = -13 \end{cases}$$

De la segunda ecuación, despejando x , se tiene $x = \frac{9y-13}{4}$. Sustituyendo este valor en la primera:

$$2 \frac{9y-13}{4} + 3y = -\frac{9y-13}{4}y \Leftrightarrow 18y-26+12y = -9y^2+13y \Leftrightarrow 9y^2+17y-26=0,$$

ecuación de segundo grado cuyo discriminante es $\Delta = 17^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-26) = 289 + 936 = 1225$.

Por tanto:

$$y = \frac{-17 \pm 35}{18} = \begin{cases} y_1 = \frac{18}{18} = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{9-13}{4} = -1 \\ y_2 = \frac{-52}{18} = \frac{-26}{9} \Rightarrow x_2 = \frac{-26-13}{4} = \frac{-39}{4} \end{cases}$$

3. Llamemos x al precio de la figura de cerámica, e y al precio de la lámpara. Entonces, según el enunciado:

$$\begin{cases} x+y=1000 \\ x-\frac{25}{100}x+y-\frac{30}{100}y=1000-285 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1000 \\ 75x+70y=71500 \end{cases}$$

De la primera ecuación: $x = 1000 - y$. Sustituyendo en la segunda: $75 \cdot (1000 - y) + 70y = 71500 \Leftrightarrow 75000 - 75y + 70y = 71500 \Leftrightarrow -5y = -3500 \Leftrightarrow y = 700$.

Por tanto por la lámpara pagó $y = 700$ euros y por la figura de cerámica $x = 1000 - 700 = 300$ euros.

4. a) Dividiendo 2760° entre 360° se obtiene: $2760^\circ = 7 \cdot 360^\circ + 240^\circ$. Por tanto $\cos 2760^\circ = \cos 240^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$ ($\cos 240^\circ = -\cos 60^\circ$ porque 240° y 60° se diferencian en 180°).

$$\begin{aligned} \text{b) } \operatorname{tg} \alpha = -2 &\Leftrightarrow \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} = -2 \Leftrightarrow \operatorname{sen} \alpha = -2 \cos \alpha \Leftrightarrow (-2 \cos \alpha)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 4 \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow 5 \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}. \end{aligned}$$

Tomamos la solución negativa porque el ángulo α se encuentra en el tercer cuadrante.

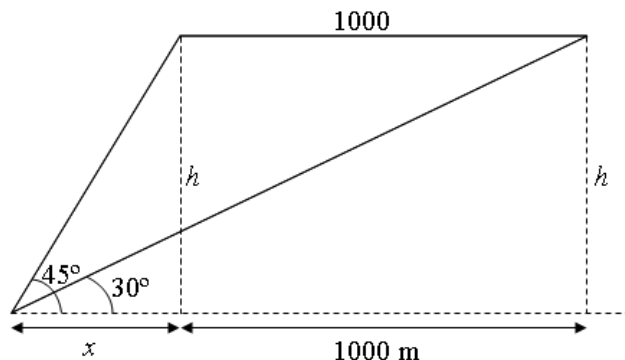
$$\text{Entonces } \operatorname{sen} \alpha = -2 \cos \alpha \Leftrightarrow \operatorname{sen} \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

c) Como $\operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, entonces $\operatorname{sen}^2 \alpha + 0,7^2 = 1 \Leftrightarrow \operatorname{sen}^2 \alpha = 1 - 0,49 = 0,51 \Leftrightarrow \operatorname{sen} \alpha = 0,71$. Así pues:

- α y $90^\circ + \alpha$ se diferencian en 90° . Por tanto $\cos(90^\circ + \alpha) = -\operatorname{sen} \alpha = -0,71$.
- $180^\circ - \alpha$ y α son suplementarios. Por tanto: $\operatorname{sen}(180^\circ - \alpha) = \operatorname{sen} \alpha = 0,71$.

5. Observando el dibujo en el que se representa la situación planteada en el enunciado, y tomando los triángulos rectángulos adecuados, se tiene:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{h}{x} \\ \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{h}{1000 + x} \end{cases}$$



Teniendo en cuenta que $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$ y que $\operatorname{tg} 30^\circ = 0,58$; despejando h e igualando se obtiene:

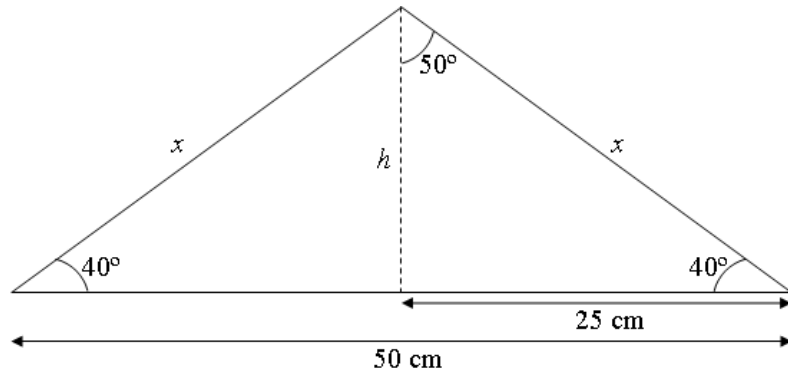
$$1x = 0,58(1000 + x) \Leftrightarrow x = 580 + 0,58x \Leftrightarrow 0,42x = 580 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 1380,95 \text{ m.}$$

Sustituyendo se obtiene h :

$$h = x \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = x \cdot 1 = x \Rightarrow h = 1380,95 \text{ m.}$$

6. Obsérvese la figura que se ha realizado con los datos que nos proporciona el enunciado:



Entonces:

$$\operatorname{sen} 50^\circ = \frac{25}{x} \Leftrightarrow x = \frac{25}{\operatorname{sen} 50^\circ} \Leftrightarrow x = 32,64 \text{ cm.}$$

$$\operatorname{tg} 40^\circ = \frac{h}{25} \Leftrightarrow h = 25 \operatorname{tg} 40^\circ \Leftrightarrow h = 20,98 \text{ cm.}$$

Es claro que el tercer ángulo es $180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$ (por eso el ángulo superior de la figura es 50°).

El perímetro P del triángulo es:

$$P = x + x + 50 = 32,64 + 32,64 + 50 = 115,28 \text{ cm.}$$

Y el área A del triángulo es:

$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{50 \cdot h}{2} = \frac{50 \cdot 20,98}{2} = 524,5 \text{ cm}^2.$$