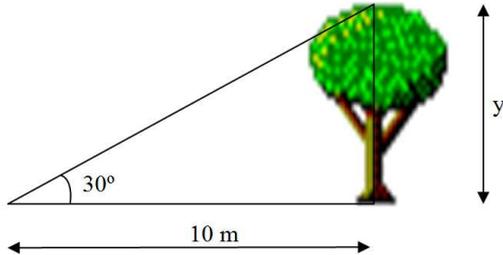


PROBLEMAS DE TRIGONOMETRÍA RESUELTOS

1. Calcula la altura de un árbol que a una distancia de 10 m se ve bajo un ángulo de 30° .

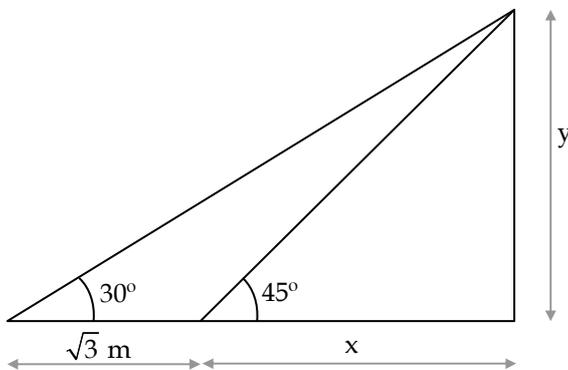


Solución:

La altura, y , del árbol la deducimos de la relación siguiente:

$$\operatorname{tg}30 = \frac{y}{10} \Rightarrow y = 10 \cdot \operatorname{tg}30 \Rightarrow y = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ m}$$

2. Calcula x e y :



Solución:

En la figura aparecen dos triángulos rectángulos, los cuales verifican, cada uno de ellos, las dos ecuaciones que forman el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \operatorname{tg}45 = \frac{y}{x} \\ \operatorname{tg}30 = \frac{y}{\sqrt{3} + x} \end{cases}$$

Operando:

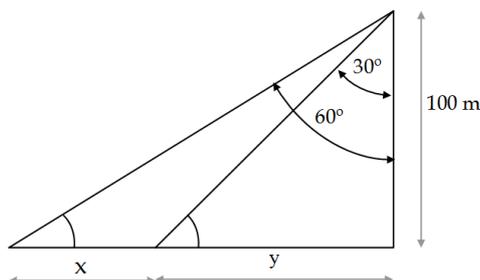
$$\begin{cases} x \cdot \operatorname{tg}45 = y \\ (\sqrt{3} + x) \operatorname{tg}30 = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot \operatorname{tg}45 = y \\ (\sqrt{3} + x) \operatorname{tg}30 = y \end{cases} \Rightarrow x \cdot \operatorname{tg}45 = (\sqrt{3} + x) \cdot \operatorname{tg}30 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = (\sqrt{3} + x) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2} \text{ m}$$

Calculamos finalmente el valor de y :

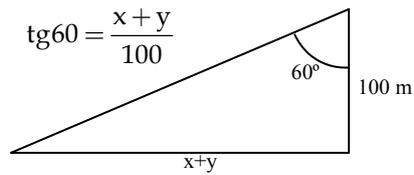
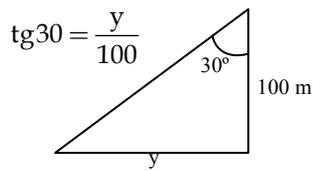
$$x \cdot \operatorname{tg}45 = y \Rightarrow x = y = \frac{3 + \sqrt{3}}{2} \text{ m}$$

3. Calcula x e y en la siguiente figura.



Solución:

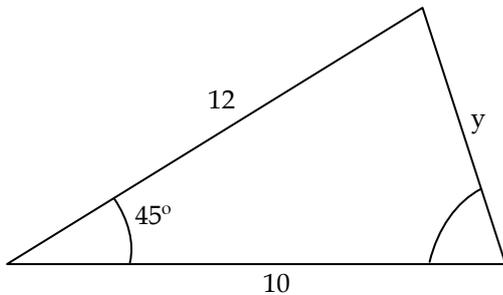
Tenemos dos triángulos. De cada uno de ellos obtendremos una ecuación trigonométrica.



Resolvemos el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{y}{100} \\ \sqrt{3} = \frac{x+y}{100} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{100}{\sqrt{3}} \text{ m} = y \\ \sqrt{3} = \frac{x+y}{100} \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{x + \frac{100}{\sqrt{3}}}{100} \Rightarrow x = \frac{200}{\sqrt{3}} \text{ m}$$

4. Calcula el valor de y (las longitudes están expresadas en m)



Solución:

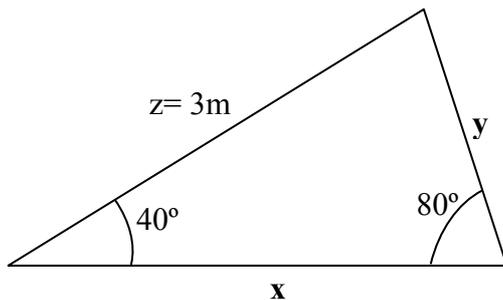
Aplicamos el teorema del coseno:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

Entonces

$$y^2 = 10^2 + 12^2 - 2 \cdot 10 \cdot 12 \cdot \cos 45 \Rightarrow y = \sqrt{100 + 144 - 240 \cdot \cos 45} = 9,9 \text{ m}$$

5. Calcula el valor de los lados x e y, aplicando el Teorema del seno: $\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{sen}C}$



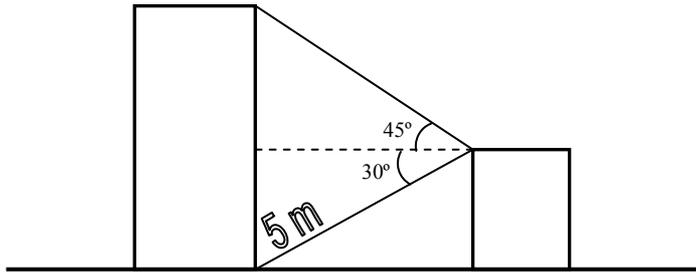
Solución:

Sustituimos los valores dados en la expresión del teorema del seno:

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{sen}C} \Rightarrow \frac{3}{\text{sen}80} = \frac{y}{\text{sen}40} = \frac{x}{\text{sen}60} \Rightarrow$$

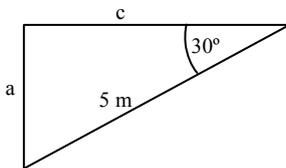
$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{3 \cdot \text{sen}40}{\text{sen}80} = 1,96 \text{ m} \\ x = \frac{3 \cdot \text{sen}60}{\text{sen}80} = 2,64 \text{ m} \end{cases}$$

6. Halla la altura del cuerpo más alto



Solución:

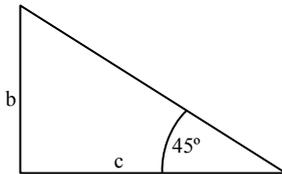
En la figura aparecen dos triángulos rectángulos. Hay que hallar $a + b$.



Con este triángulo obtenemos a y c :

$$\text{sen}30 = \frac{a}{5} \Rightarrow a = \frac{5}{2} \text{ m}$$

$$\text{cos}30 = \frac{c}{5} \Rightarrow c = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ m}$$



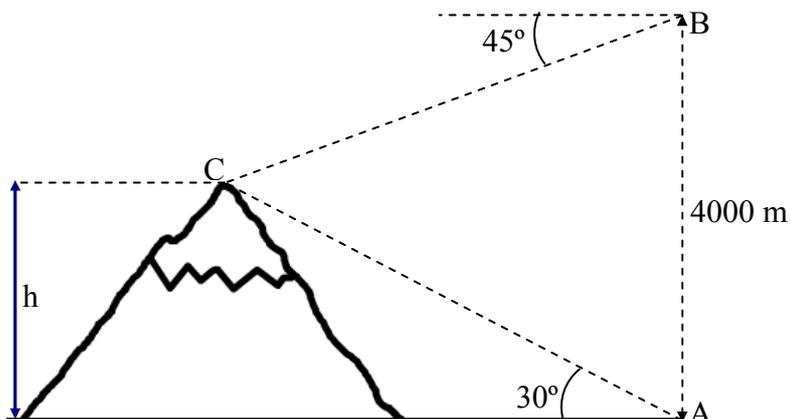
Con el anterior triángulo hemos hallado el valor de c . Observando el triángulo de la izquierda podemos obtener b :

$$\text{tg}45 = \frac{b}{c} \Rightarrow b = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ m}$$

Luego la altura pedida es:

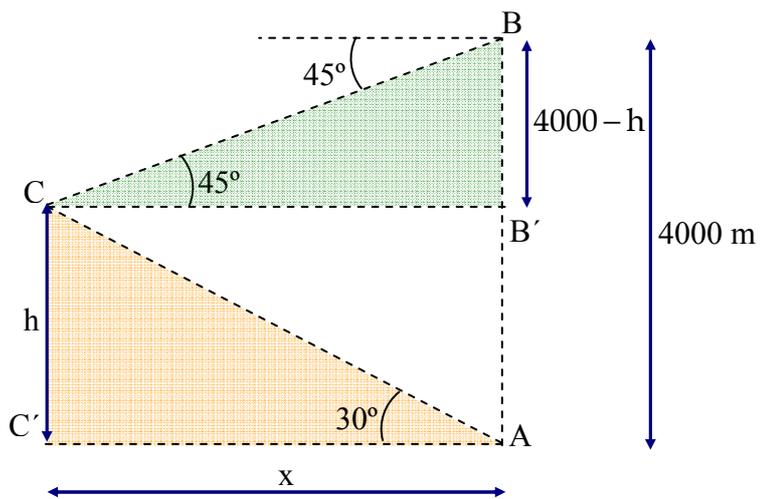
$$a + b = \frac{5\sqrt{3}}{2} + \frac{5}{2} = \frac{5(\sqrt{3} + 1)}{2} \text{ m}$$

7. Halla la altura de la montaña



Solución:

Rehacemos el dibujo y de él extraeremos dos ecuaciones, cada una de ellas perteneciente a un triángulo rectángulo (el $\widehat{CBB'}$ y el $\widehat{ACC'}$)



Triángulo $\widehat{CBB'}$:

$$\text{tg}45 = \frac{4000 - h}{x}$$

Triángulo $\widehat{ACC'}$:

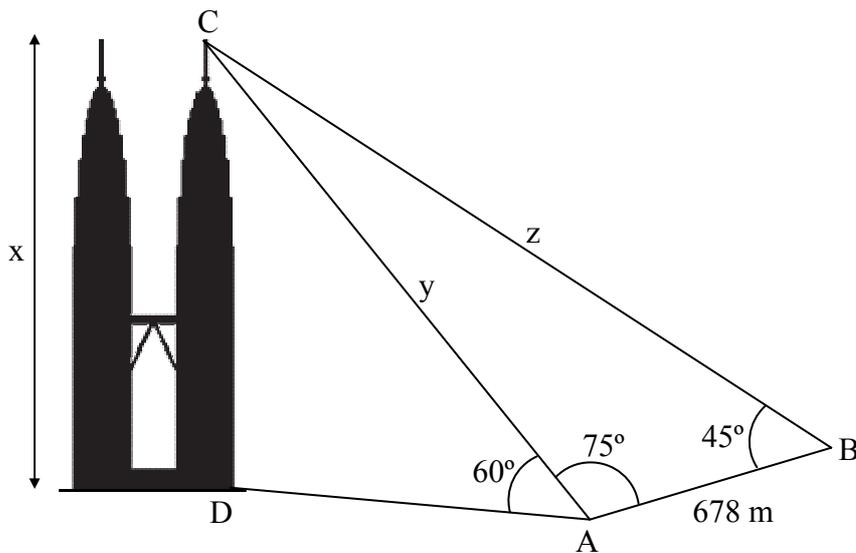
$$\text{tg}30 = \frac{h}{x}$$

Resolvamos éste sistema:

$$\left. \begin{array}{l} \text{tg}45 = \frac{4000 - h}{x} \\ \text{tg}30 = \frac{h}{x} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 = \frac{4000 - h}{x} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 4000 - h \\ x = h\sqrt{3} \end{array} \right\} \Rightarrow 4000 - h = h\sqrt{3} \Rightarrow$$

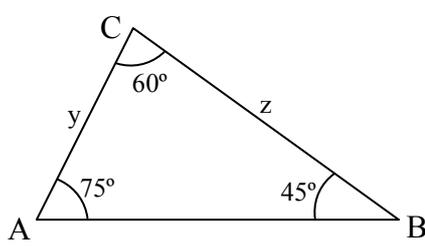
$$\Rightarrow h = \frac{4000}{\sqrt{3} + 1} \text{ m} \approx 1464 \text{ m}$$

8. Halla la altura de las Torres Petronas, x y también las distancias y , z .



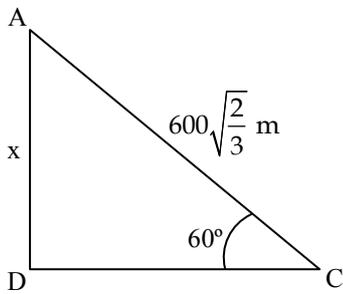
Solución:

Primeramente vamos a centrarnos en el triángulo \widehat{ABC} :



$$\frac{y}{\text{sen}45} = \frac{z}{\text{sen}75} = \frac{678}{\text{sen}60} \Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{\text{sen}45} = \frac{678}{\text{sen}60} \\ \frac{z}{\text{sen}75} = \frac{678}{\text{sen}60} \end{cases} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{678}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \\ \frac{z}{\frac{\text{sen}75}{2}} = \frac{678}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 678\sqrt{\frac{2}{3}} \text{ m} \\ z = \frac{1356}{\sqrt{3}} \text{ sen}75 \text{ m} \end{cases}$$

Ahora nos fijamos en el triángulo \widehat{ACD} :



$$x = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 678 \cdot \text{sen}60 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 678 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = \boxed{452 \text{ m}}$$