

Resolución de triángulos rectángulos

Ejercicio nº 1.-

Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 4,8 cm y el ángulo opuesto a este cateto mide 54° . Halla la medida del resto de los lados y de los ángulos del triángulo.

Ejercicio nº 2.-

Los lados de un paralelogramo miden 12 y 20 cm, respectivamente, y forman un ángulo de 60° . ¿Cuánto mide la altura del paralelogramo? ¿Y su área?

Ejercicio nº 3.-

En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 15 cm y uno de los catetos mide 12 cm. Calcula la longitud del otro cateto y la medida de sus ángulos.

Ejercicio nº 4.-

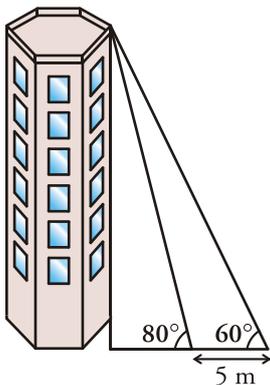
Las diagonales de un rombo miden 10 y 14 cm, respectivamente. Calcula el lado del rombo y sus ángulos.

Ejercicio nº 5.-

Queremos fijar un poste de 3,5 m de altura, con un cable que va desde el extremo superior del poste al suelo. Desde ese punto del suelo se ve el poste bajo un ángulo de 40° . ¿A qué distancia del poste sujetaremos el cable? ¿Cuál es la longitud del cable?

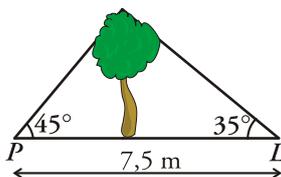
Ejercicio nº 6.-

Para medir la altura de una torre nos situamos en un punto del suelo y vemos el punto más alto de la torre bajo un ángulo de 60° . Nos acercamos 5 metros a la torre en línea recta y el ángulo es de 80° . Halla la altura de la torre.



Ejercicio nº 7.-

Pablo y Luis están situados cada uno a un lado de un árbol, como indica la figura:

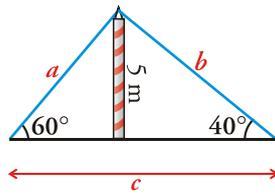


a) Calcula la altura del árbol.

b) ¿A qué distancia está Pablo del árbol?

Ejercicio nº 8.-

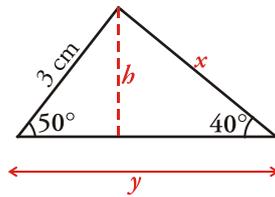
Un mástil de 5 metros se ha sujetado al suelo con un cable como muestra la figura:



Halla el valor de c y la longitud del cable.

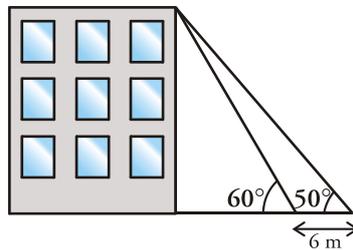
Ejercicio nº 9.-

Halla los valores de x , y , h en el siguiente triángulo:



Ejercicio nº 10.-

Desde el suelo vemos el punto más alto de un edificio con un ángulo de 60°. Nos alejamos 6 metros en línea recta y este ángulo es de 50°. ¿Cuál es la altura del edificio?



Soluciones

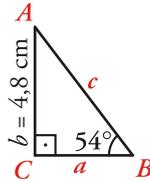
Resolución de triángulos rectángulos

Ejercicio nº 1.-

Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 4,8 cm y el ángulo opuesto a este cateto mide 54° . Halla la medida del resto de los lados y de los ángulos del triángulo.

Solución:

Como el triángulo es rectángulo, los ángulos son:



$$\hat{A} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$$

$$\hat{C} = 90^\circ$$

Hallamos los lados:

$$\operatorname{sen} \hat{B} = \frac{b}{c} \rightarrow \operatorname{sen} 54^\circ = \frac{4,8}{c} \rightarrow c = \frac{4,8}{\operatorname{sen} 54^\circ} = 5,93 \text{ cm}$$

$$\operatorname{tg} \hat{B} = \frac{b}{a} \rightarrow \operatorname{tg} 54^\circ = \frac{4,8}{a} \rightarrow a = \frac{4,8}{\operatorname{tg} 54^\circ} = 3,49 \text{ cm}$$

Por tanto:

$$a = 3,49 \text{ cm}; \hat{A} = 36^\circ$$

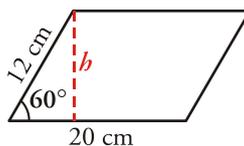
$$b = 4,8 \text{ cm}; \hat{B} = 54^\circ$$

$$c = 5,93 \text{ cm}; \hat{C} = 90^\circ$$

Ejercicio nº 2.-

Los lados de un paralelogramo miden 12 y 20 cm, respectivamente, y forman un ángulo de 60° . ¿Cuánto mide la altura del paralelogramo? ¿Y su área?

Solución:



Para hallar la altura hacemos:

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{h}{12} \rightarrow h = 12 \operatorname{sen} 60^\circ = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

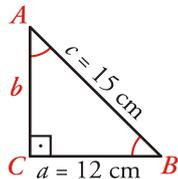
$$\text{El área será } A = 20 \cdot 6\sqrt{3} = 120\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

Ejercicio nº 3.-

En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 15 cm y uno de los catetos mide 12 cm. Calcula la longitud del otro cateto y la medida de sus ángulos.

Solución:

Aplicamos el teorema de Pitágoras para hallar el otro cateto:



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$12^2 + b^2 = 15^2 \rightarrow 144 + b^2 = 225$$

$$b^2 = 225 - 144 = 81 \rightarrow b = 9 \text{ cm}$$

Hallamos los ángulos:

$$\operatorname{sen} \hat{B} = \frac{b}{c} \rightarrow \operatorname{sen} \hat{B} = \frac{9}{15} = 0,6 \rightarrow \hat{B} = 36^\circ 52' 12''$$

$$\hat{A} = 90^\circ - \hat{B} = 53^\circ 7' 48''$$

$$\hat{C} = 90^\circ$$

Por tanto:

$$a = 12 \text{ cm}; \hat{A} = 53^\circ 7' 48''$$

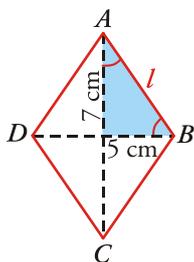
$$b = 9 \text{ cm}; \hat{B} = 36^\circ 52' 12''$$

$$c = 15 \text{ cm}; \hat{C} = 90^\circ$$

Ejercicio nº 4.-

Las diagonales de un rombo miden 10 y 14 cm, respectivamente. Calcula el lado del rombo y sus ángulos.

Solución:



Hallamos la hipotenusa aplicando el teorema de Pitágoras:

$$7^2 + 5^2 = l^2 \rightarrow l^2 = 74 \rightarrow l = 8,6 \text{ cm}$$

Hallamos los ángulos:

$$\operatorname{tg} \hat{A} = \frac{5}{7} \rightarrow \hat{A} = 35^\circ 32' 16'' \rightarrow \hat{B} = 90^\circ - \hat{A} = 54^\circ 27' 44''$$

Los ángulos del rombo miden:

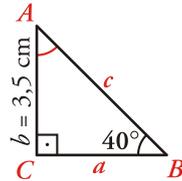
$$\hat{A} = 71^\circ 4' 31''$$

$$\hat{B} = 108^\circ 55' 29''$$

Ejercicio nº 5.-

Queremos fijar un poste de 3,5 m de altura, con un cable que va desde el extremo superior del poste al suelo. Desde ese punto del suelo se ve el poste bajo un ángulo de 40° . ¿A qué distancia del poste sujetaremos el cable? ¿Cuál es la longitud del cable?

Solución:



Como es un triángulo rectángulo, los otros ángulos serán:

$$\hat{A} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

$$\hat{C} = 90^\circ$$

Hallamos los otros lados:

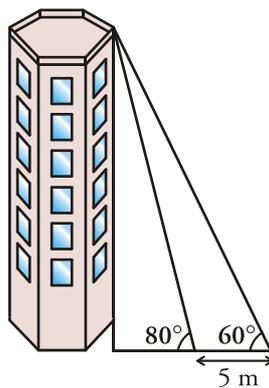
$$\operatorname{tg} 40^\circ = \frac{b}{a} \rightarrow \operatorname{tg} 40^\circ = \frac{3,5}{a} \rightarrow a = \frac{3,5}{\operatorname{tg} 40^\circ} = 4,17 \text{ m}$$

$$\operatorname{sen} 40^\circ = \frac{b}{c} \rightarrow \operatorname{sen} 40^\circ = \frac{3,5}{c} \rightarrow c = \frac{3,5}{\operatorname{sen} 40^\circ} = 5,45 \text{ m}$$

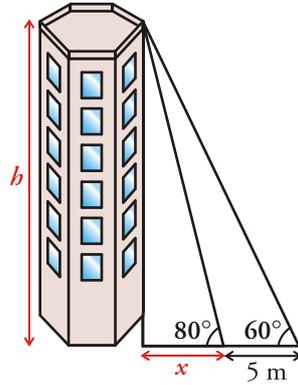
Por tanto, el cable de 5,45 m lo sujetaremos a 4,17 m del poste.

Ejercicio nº 6.-

Para medir la altura de una torre nos situamos en un punto del suelo y vemos el punto más alto de la torre bajo un ángulo de 60° . Nos acercamos 5 metros a la torre en línea recta y el ángulo es de 80° . Halla la altura de la torre.



Solución:



$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} 80^{\circ} = \frac{h}{x} \\ \operatorname{tg} 60^{\circ} = \frac{h}{x+5} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h = x \operatorname{tg} 80^{\circ} \\ h = (x+5) \operatorname{tg} 60^{\circ} \end{array}$$

$$x \operatorname{tg} 80^{\circ} = (x+5) \operatorname{tg} 60^{\circ}$$

$$x \operatorname{tg} 80^{\circ} = x \operatorname{tg} 60^{\circ} + 5 \operatorname{tg} 60^{\circ}$$

$$x \operatorname{tg} 80^{\circ} - x \operatorname{tg} 60^{\circ} = 5 \operatorname{tg} 60^{\circ}$$

$$x(\operatorname{tg} 80^{\circ} - \operatorname{tg} 60^{\circ}) = 5 \operatorname{tg} 60^{\circ}$$

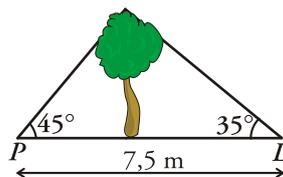
$$x = \frac{5 \operatorname{tg} 60^{\circ}}{\operatorname{tg} 80^{\circ} - \operatorname{tg} 60^{\circ}} = 2,20 \text{ m}$$

$$h = \frac{5 \operatorname{tg} 60^{\circ} \operatorname{tg} 80^{\circ}}{\operatorname{tg} 80^{\circ} - \operatorname{tg} 60^{\circ}} = 12,47 \text{ m}$$

La torre tiene una altura de 12,47 metros.

Ejercicio nº 7.-

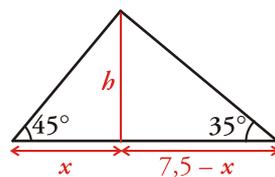
Pablo y Luis están situados cada uno a un lado de un árbol, como indica la figura:



a) Calcula la altura del árbol.

b) ¿A qué distancia está Pablo del árbol?

Solución:



$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} 45^\circ &= \frac{h}{x} \\ \operatorname{tg} 35^\circ &= \frac{h}{7,5-x} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 1 &= \frac{h}{x} \rightarrow x = h \\ \operatorname{tg} 35^\circ &= \frac{h}{7,5-x} \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} 35^\circ = \frac{h}{7,5-h}$$

$$(7,5-h)\operatorname{tg} 35^\circ = h \rightarrow 7,5\operatorname{tg} 35^\circ - h\operatorname{tg} 35^\circ = h$$

$$7,5\operatorname{tg} 35^\circ = h + h\operatorname{tg} 35^\circ \rightarrow 7,5\operatorname{tg} 35^\circ = h(1 + \operatorname{tg} 35^\circ)$$

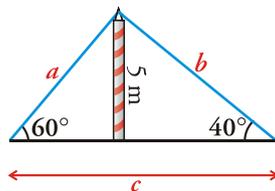
$$h = \frac{7,5\operatorname{tg} 35^\circ}{1 + \operatorname{tg} 35^\circ} = 3,09 \text{ m} = x$$

a) El árbol mide 3,09 metros.

b) Pablo está a 3,09 metros del árbol.

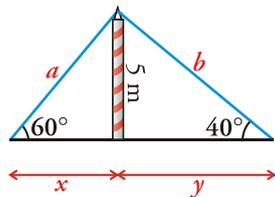
Ejercicio nº 8.-

Un mástil de 5 metros se ha sujetado al suelo con un cable como muestra la figura:



Halla el valor de c y la longitud del cable.

Solución:



$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{5}{a} \rightarrow a = \frac{5}{\operatorname{sen} 60^\circ} = 5,77 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{5}{x} \rightarrow x = \frac{5}{\operatorname{tg} 60^\circ} = 2,89 \text{ m}$$

Por otra parte, si consideramos el otro triángulo:

$$\operatorname{sen} 40^\circ = \frac{5}{b} \rightarrow b = \frac{5}{\operatorname{sen} 40^\circ} = 7,78 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg} 40^\circ = \frac{5}{y} \rightarrow y = \frac{5}{\operatorname{tg} 40^\circ} = 5,96 \text{ m}$$

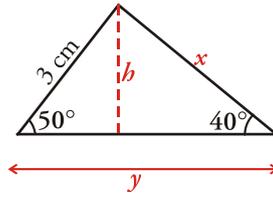
Por tanto:

La longitud del cable es $a + b = 5,77 + 7,78 = 13,55$ metros.

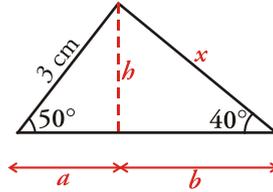
El valor de c es $x + y = 2,89 + 5,96 = 8,85$ metros.

Ejercicio nº 9.-

Halla los valores de x , y , h en el siguiente triángulo:



Solución:



$$\operatorname{sen}50^\circ = \frac{h}{3} \rightarrow h = 3 \operatorname{sen}50^\circ = 2,30 \text{ cm}$$

$$\operatorname{cos}50^\circ = \frac{a}{3} \rightarrow a = 3 \operatorname{cos}50^\circ = 1,93 \text{ cm}$$

Si consideramos el otro triángulo, tenemos que:

$$\operatorname{sen}40^\circ = \frac{h}{x} = \frac{2,30}{x} \rightarrow x = \frac{2,30}{\operatorname{sen}40^\circ} = 3,58 \text{ cm}$$

$$\operatorname{cos}40^\circ = \frac{b}{x} = \frac{b}{3,58} \rightarrow b = 3,58 \cdot \operatorname{cos}40^\circ = 2,74$$

Por tanto:

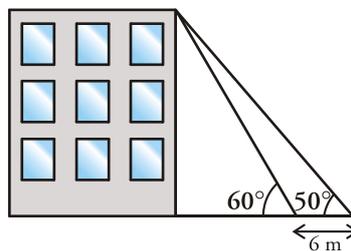
$$x = 3,58 \text{ cm}$$

$$y = a + b = 1,93 + 2,74 = 4,67 \text{ cm}$$

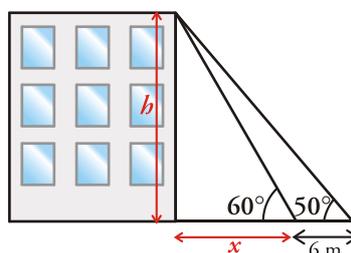
$$h = 2,30 \text{ cm}$$

Ejercicio nº 10.-

Desde el suelo vemos el punto más alto de un edificio con un ángulo de 60° . Nos alejamos 6 metros en línea recta y este ángulo es de 50° . ¿Cuál es la altura del edificio?



Solución:



$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} 60^\circ &= \frac{h}{x} \\ \operatorname{tg} 50^\circ &= \frac{h}{x+6} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} h &= x \operatorname{tg} 60^\circ \\ h &= (x+6) \operatorname{tg} 50^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x \operatorname{tg} 60^\circ &= (x+6) \operatorname{tg} 50^\circ \rightarrow x \operatorname{tg} 60^\circ = x \operatorname{tg} 50^\circ + 6 \operatorname{tg} 50^\circ \\ x \operatorname{tg} 60^\circ - x \operatorname{tg} 50^\circ &= 6 \operatorname{tg} 50^\circ \rightarrow x(\operatorname{tg} 60^\circ - \operatorname{tg} 50^\circ) = 6 \operatorname{tg} 50^\circ \end{aligned}$$

$$x = \frac{6 \operatorname{tg} 50^\circ}{\operatorname{tg} 60^\circ - \operatorname{tg} 50^\circ} = 13,23 \text{ m}$$

$$h = x \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{6 \operatorname{tg} 50^\circ \operatorname{tg} 60^\circ}{\operatorname{tg} 60^\circ - \operatorname{tg} 50^\circ} = 22,92 \text{ m}$$

Por tanto, el edificio mide 22,92 m de alto.