1) Calcula las razones trigonométricas de los ángulos:

a) $6360^o = 17 \cdot 360^o + 240^o$. Es decir, son 17 vueltas y 240º.

$$\begin{array}{l|l} 6360 & 360 \\ \hline 2760 & 17 \\ 240 & \end{array}$$

$$\sen 6360^o = \sen 240^o = -\sen 60^o = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\cos 6360^o = \cos 240^o = \cos 60^o = \boxed{\frac{-1}{2}}$$

$$tg 6360^o = tg 240^o = tg 60^o = \boxed{\sqrt{3}}$$

b) $\frac{7\pi}{2} = \frac{4\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = 2\pi + \frac{3\pi}{2}$. Es decir, 1 vuelta y 270º.

$$sen\frac{7\pi}{2} = sen 270^o = \boxed{-1}$$

$$\cos\frac{7\pi}{2} = \cos 270^o = \boxed{0}$$

$$tg\frac{7\pi}{2} = tg 270^o \quad \nexists$$

2) Sabiendo que $\cos\alpha = 0,8$ y $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, calcula:

$$sen^2\alpha + 0,8^2 = 1 \Rightarrow sen\alpha = \sqrt{1-0,64} = \pm\sqrt{0,36} \Rightarrow sen\alpha = 0,6$$

a) $\cos(30^o + \alpha) = \cos 30^o \cdot \cos\alpha - sen 30^o \cdot sen\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,8 - \frac{1}{2} \cdot 0,6 =$

$0,69 - 0,3 = \boxed{0,39}$

b) $\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1+0,8}{2}} = \sqrt{0,9} = \boxed{0,95}$

3) Demuestra la igualdad:

$$\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha} + \frac{2 sen\alpha}{tg 2\alpha} = \cos\alpha$$

Demostración:

$$\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{2sen\,\alpha}{tg\,2\alpha}=\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{2sen\,\alpha}{\frac{sen\,2\alpha}{\cos 2\alpha}}=\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{2sen\,\alpha\cos 2\alpha}{sen\,2\alpha}=$$

$$=\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cancel{2}\,\cancel{sen\alpha}\left(\cos^2\alpha-sen^2\alpha\right)}{\cancel{2}\,\cancel{sen\alpha}\cos\alpha}=\frac{\cancel{sen^2\alpha}+\cos^2\alpha-\cancel{sen^2\alpha}}{\cos\alpha}=\cos\alpha$$

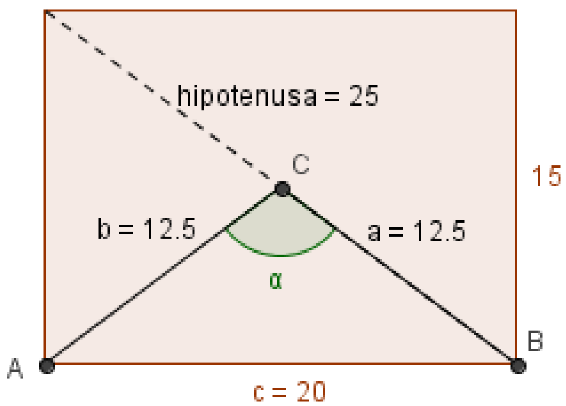
4) La base de un rectángulo mide 20 m y su altura 15 m. determina el ángulo que forman sus diagonales.

Solución:

Por Pitágoras hallamos la diagonal

$$h=\sqrt{20^2+15^2}=25m$$

Así que resolvemos el triángulo ABC



Por el <u>Teorema del Coseno</u>

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C\Rightarrow\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{12,5^2+12,5^2-20^2}{2\cdot 12,5\cdot 12,5}=-0,28$$

Por lo tanto $\hat{C}=\arccos(-0,28)\Rightarrow\boxed{\alpha=106,26^{\circ}}$

5) Resuelve el triángulo $\triangle ABC$, sabiendo que $a=82,6cm,\ b=115cm\ \ y\ \ \hat{A}=28,4^{\circ}$

Ten en cuenta que puede haber 0, 1 o 2 soluciones.

Solución:

Por el <u>teorema del Seno:</u>

$$\frac{a}{sen\hat{A}}=\frac{b}{sen\hat{B}}\Rightarrow\frac{82,6}{sen28,4^{\circ}}=\frac{115}{sen\hat{B}}\Rightarrow sen\hat{B}=\frac{115\cdot sen28,4^{\circ}}{82,6}=0,66\Rightarrow$$

$$\hat{B}=arcsen\,0,66=\begin{cases}\boxed{\hat{B}_1=41,3^{\circ}}\\ 180^{\circ}-41,3^{\circ}=\boxed{\hat{B}_2=138,7^{\circ}}\end{cases}Dos\ \ posibles\ \ soluciones$$

- Si $\hat{B}=41,3^{\circ}\Rightarrow\hat{C}=180^{\circ}-28,4^{\circ}-41,3^{\circ}=110,3^{\circ}$

Por el <u>teorema del Seno:</u>

$$\frac{a}{sen\hat{A}}=\frac{c}{sen\hat{C}}\Rightarrow\frac{82,6}{sen28,4^{\circ}}=\frac{c}{sen110,3}\Rightarrow c=\frac{82,6\cdot sen110,3^{\circ}}{sen28,4^{\circ}}=162,88cm$$

- Si $\hat{B} = 41,3^\circ \Rightarrow \boxed{\hat{C} = 180^\circ - 28,4^\circ - 138,7^\circ = 12,9^\circ}$

Por el teorema del Seno:

$$\frac{a}{sen\hat{A}} = \frac{c}{sen\hat{C}} \Rightarrow \frac{82,6}{sen28,4^\circ} = \frac{c}{sen12,9} \Rightarrow \boxed{c = \frac{82,6 \cdot sen12,9^\circ}{sen28,4^\circ} = 38,77\,cm}$$

6) Resuelve las siguiente ecuaciones trigonométricas:

a) $5 - 7sen\,x - 2\cos^2 x = 0$

$$5 - 7sen\,x - 2\left(1 - sen^2 x\right) = 0 \Rightarrow 5 - 7senx - 2 + 2sen^2 x = 0 \Rightarrow 2sen^2 x - 7senx + 3 = 0$$

$$senx = \frac{7 \pm \sqrt{49-24}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \left\langle \begin{array}{l} 3 \\ \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

Entonces:

$$\boxed{\left| \begin{array}{l} x = 30^\circ + 360^\circ k \\ x = 150^\circ + 360^\circ k \end{array} \right. \quad \forall k \in \mathbb{Z}}$$

b) $sen\,2x - \sqrt{2}\cos x = 0$

$$2senx\cos x - \sqrt{2}\cos x = 0$$

$$\cos x\left(2senx - \sqrt{2}\right) = 0$$

$$\cos x\left(2senx - \sqrt{2}\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 90^\circ + 180^\circ k} & \forall k \in \mathbb{Z} \\ 2senx - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow senx = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} x = 45^\circ + 360^\circ k \\ x = 135^\circ + 360^\circ k \end{cases}} \end{cases}$$