Boletín de ejercicios. Aplicaciones de la derivada. 1º bachillerato Científico y Tecnológico

Definición de derivada .Recta tangente. Estudio de la derivabilidad. Aplicaciones de la derivada.

1 Calcula la derivada de la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ en el punto de abscisa -1. ¿Cuál es la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ en x=-1?. ¿Por qué?.

2. Calcula, utilizando la definición de derivada en un punto, *f'(2)*, siendo $f(x) = \dfrac{3}{x+1}$ ¿Cuál es la pendiente de la recta tangente a *f(x)* en el punto de abscisa 2?. ¿Por qué?.

3. Utiliza la definición para calcular la derivada de la función $f(x) = \dfrac{5}{2x+3}$, en el punto de abscisa x=1. Encuentra, también, la ecuación de la recta tangente en ese punto.

4.Calcula, utilizando la definición de derivada en un punto, *f'(4)*, siendo $f(x) = \dfrac{1}{3x+2}$ ¿Cuál es la pendiente de la recta tangente a la curva $y = \dfrac{1}{3x+2}$ en el punto de abscisa 4?. Encuentra la ecuación de la tangente en ese punto.

5.¿Es derivable en x=0 la función $f(x) = \begin{cases} x & si\ x \le 0 \\ x^2 & si\ x > 0 \end{cases}$?. ¿Por qué?. Haz la gráfica.

6. Representa gráficamente la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & si\ x < 1 \\ -x^2 + 4 & si\ x \ge 1 \end{cases}$ ¿Existe *f'(1)*?.

7. Dada la función $f(x) = \begin{cases} ax + b & si\ x \le 0 \\ x^2 + 2x & si\ x > 0 \end{cases}$ hallar *a* y *b* para que *f(x)* sea continua y derivable en todo $\Re$.

8 .Comprueba que la función $f(x) = \begin{cases} kx - 2 & si\ x \le 0 \\ x^2 + 3x - 2 & si\ x > 0 \end{cases}$ es continua cualquiera que sea el valor de *k* en todo $\Re$. Calcula el valor de *k* para que la función sea también derivable en todo $\Re$.

9. Analiza si son verdaderas o falsas las siguientes cuestiones:

a) Todas las funciones continuas son derivables

b) Hay funciones derivables que no son continuas

c) Para que una función sea derivable, es necesario que sea continua

d) Hay funciones continuas que no son derivables

10.¿ Es correcto definir la tangente a una curva C en uno de sus puntos P como aquella recta que tiene exactamente el punto P común a C?. Aclara la respuesta con un ejemplo.

11.Una misma recta, ¿puede ser tangente a una curva en infinitos puntos de la misma?. Aclara la respuesta con un ejemplo.

13.-La tangente a una curva en un punto es paralela al eje de abscisas. ¿Qué puede decirse de su inclinación?. ¿Y de su pendiente?.¿ y de la derivada de la curva en ese punto?.

14. Estudia la derivabilidad de $g(x) = |x^2 - 1|$

15. Halla los puntos de la curva $y = x^2 - x$ tales que las tangentes en ellos pasen por $P(0,-4)$. Determina también las ecuaciones de dichas tangentes.

16. Determina el valor que debe tomar a para que la curva $y = e^{ax}$ sea tangente a la bisectriz del primer y tercer cuadrante.

17. Halla los valores de a , b y c para que las gráficas de las funciones $f(x) = x^2 + ax + b$ y $g(x) = x^3 + c$ pasen por el punto (1,2) y, en dicho punto, tengan la misma tangente.

18. Una partícula se mueve a lo largo de la gráfica de la curva $y = \frac{2x}{x^2 - 1}$, para $x > 1$. En el punto $P(2,-4/3)$ la abandona y sigue desplazándose a lo largo de la recta tangente a dicha curva.

a) Halla la ecuación de la mencionada recta tangente.

b) Si el desplazamiento es de izquierda a derecha, encuentra el punto en el que la partícula encuentra al eje OX

c) Si el desplazamiento es de derecha a izquierda, encuentra el punto en el que la partícula encuentra a la asíntota vertical más próxima al punto P.

19. De la función $f: (0,+\infty) \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{ax^2 + b}{x}$ se sabe que la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa $x = 1$ viene dada por $y = -2$.

a) Calcula a y b.

b) Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

20. Sea la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $Ln(x^2 + 1)$, siendo Ln la función logaritmo neperiano.

a) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función f (puntos donde se alcanzan y valor de la función).

b) Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de inflexión de abscisa negativa.

21. Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = |x^2 - x|$.

a) Estudia la derivabilidad de f.

b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f.

c) Calcula los extremos relativos de f (puntos donde se alcanzan y valor de la función).

22.Sea la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2x^3 + 12x^2 + ax + b$. Determina a y b sabiendo que la recta tangente a la gráfica de f en su punto de inflexión es la recta $y = 2x + 3$.

23. Estudia y representa gráficamente las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^4 - 2x^2$ b) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ c) $f(x) = \frac{1-x}{x^2}$ d) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

e) $f(x) = \frac{x^3}{x^2-3}$ f) $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^2}$ g) $f(x) = \frac{4x}{x^2-4}$ h) $f(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-1}$