EXAMEN DERIVADAS

1. Estudia la derivabilidad de la función

$$f\ (x)=\begin{cases} x^2-2 & si\ \ x\leq 2 \\ 2x\ -2 & si\ \ x>2 \end{cases}$$

3.)En qué punto del intervalo (0,ð) la recta tangente a y = tg(x) tiene pendiente 2?.

4. Ecuación de la recta tangente a $x^2 + y - 3x = 3$ en x = 1.

6. Deriva $y = \ln^2\left(\sqrt{\dfrac{sen\ x}{x^2+1}}\right)$

7. Deriva $y = e^{tgx}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{x^2}{sen^2\,x}}$

Soluciones:
1. Derivable en ú\{2}
3. x = ð/4
4. y = x + 4
6. $y' = 2\ \ln\left(\sqrt{\dfrac{sen\ x}{x^2+1}}\right)\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{sen\ x}{x^2+1}}}\ \dfrac{1}{2\sqrt{\dfrac{sen\ x}{x^2+1}}}\ \dfrac{cosx(\,x^2+1)\ -\ senx\,.\,2x}{(\,x^2+1\,)^2}$
7. $y' = e^{tgx}\ \dfrac{1}{\cos^2 x}\ \sqrt[3]{\dfrac{x^2}{sen^2\,x}}\ + e^{tgx}\ \dfrac{1}{3\ \sqrt[3]{\left(\dfrac{x^2}{sen^2\,x}\right)^2}}\ \dfrac{2x\ sen^2\,x - x^2\,.\,2\,.\,senx\,.\,cosx}{sen^4\,x}$

EXAMEN DERIVADAS

1. Estudia la derivabilidad de la función: $f(x) = |x^2-x-6|$

2. Ecuación de la recta tangente y la recta normal a $y = \ln(x+1)$ en $x=0$.

3. Deriva según la definición la función $y=2x^2+3$

4. En qué puntos de la gráfica $y=x^3-x^2$, la recta tangente forma un ángulo de 451 con el eje OX.

5. Deriva $y = sen\left(\ln \sqrt[3]{x^2 - e^{2x}} \right)$

6. Estudia y representa $y = \dfrac{x^2}{x^2 - 4}$

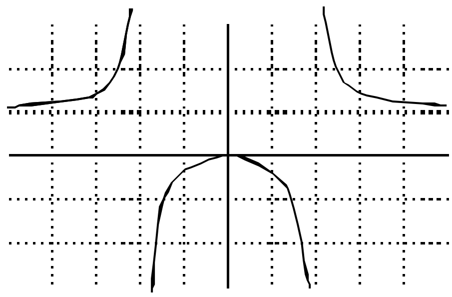
7. De todos los rectángulos que se pueden inscribir en una circunferencia de 2 cm de diámetro.)Cuál es del de área máxima?.

<u>Soluciones:</u>

1. Derivable en ú\{-2,3}
2. $y=x$; $y=-x$
3. $y'=4x$
4. $x=1$, $x=-1/3$
5. $y' = \cos\left(\ln \sqrt[3]{x^2 - e^{2x}} \right) . \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2 - e^{2x}}} \dfrac{1}{3\sqrt[3]{(x^2 - e^{2x})^2}} . \left(2x - e^{2x} . 2 \right).$

7. $x=y=\sqrt{2}$

6.



EXAMEN DERIVADAS

1. a) Derivada de una función en un punto

b) Deduce la derivada de $y = \sqrt{3+x^2}$ en x = 1

2. Halla la ecuación de la tangente y la normal a la función y = x.e^x en x = 0

3. Sea $f\ (x) = \begin{cases} x^2 & si\ \ x \le 0 \\ x^2 + 2x & si\ \ x > 0 \end{cases}$ Estudia su derivabilidad

4. Deriva las funciones:

a) $y = \ln^3\left(\sqrt{3 + sen(\,x^2\,)}\right)$

b) $y = \cos^2(3x) + \sqrt{1+x} - arctg(2\,x^2\,)$

c) $y = x^{senx}$

<u>Soluciones:</u>

1. b) **2**

2. y = x

3. Derivable en ú\{0}

4. a) $y' = 3\ \ln^2\left(\sqrt{3 + senx^2}\right)\dfrac{1}{\sqrt{3+senx^2}}\ \dfrac{\cos x^2\,.\,2x}{2\ \sqrt{3+senx^2}}$

b) $y' = 2\cos 3x\,(-sen3x)\,.\,3 + \dfrac{1}{2\ \sqrt{1+x}} - \dfrac{4\,x}{1+(2\,x^2\,)^2}$

c) $y' = \left(\ cosx\ \ lnx\ + \dfrac{sen\ x}{x}\ \right) x^{senx}$

EXAMEN DERIVADAS

1. a) Ecuación de la recta tangente a $y=\ln x$ en $x=1$.
b) Ecuación de la recta tangente a $y=e^{2x}$ en $x=2$.

2. Estudia la derivabilidad de $f(x) = |x^2-3x+2|$

3.)En que punto la recta tangente a $f(x) = x^2-3x+1$ forma con el eje OX un ángulo de: a) 451; b) 601?

4. Estudia y representa las funciones: a) $f(x)=\dfrac{x^2}{(x-2)^2}$; b) $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-4}$

6. Encuentra las dimensiones del cilindro de volumen máximo inscrito en una esfera de radio 4.

<u>Soluciones:</u>
1. a) $y=x$; b) $y=2e^4x-3e^4$
2. Derivable en ú\{1,2}
3. a) $x=2$; b) $x=\dfrac{\sqrt{3}+3}{2}$
6. $h=8/\sqrt{3}$; $r=\sqrt{32/3}$

EXAMEN DERIVADAS

1. Determina las asíntotas de la curva $y = \dfrac{2\,x^3}{x^2 + x}$

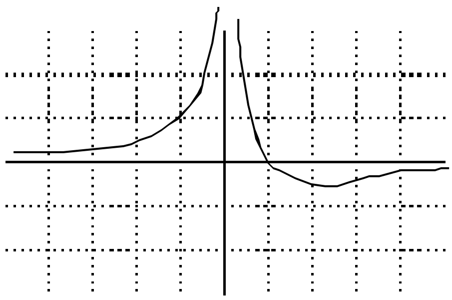
2. Dada la función $y = x.e^x$. Determina: a) concavidad y convexidad; b) Tangente a la curva en $x = 1$.

3. Representa la función: $y = \dfrac{1 - x}{x^2}$

4. Una cuerda de 100 m se divide en dos partes. Con una se hace un cuadrado y con otra una circunferencia. Hallar la forma de dividirla para que la superficie sea máxima.

<u>Soluciones:</u>

1. $x = 0$, $x = -1$; $y = 2x-2$
2. a) $(-4,-2)$ cóncava, $(-2,+4)$ convexa; b) $y = 2ex-e$
4. $x = \dfrac{400}{4 + p}$
3.



EXAMEN Derivadas/funciones

1. Estudia la derivabilidad de la función:

$$f(x)=\begin{cases} 2x & si\ \ x \leq 1 \\ x^2+x & si\ \ x > 1 \end{cases}$$

2. Ecuación de la recta tangente a y = ln(3x) en el punto x = 1/3

3. Encuentra las dimensiones del cilindro de volumen máximo inscrito en una esfera de radio 2 cm.

4. Estudia y representa la función: $f(x)=\dfrac{3-x}{x^2-1}$

5. Deriva las funciones:

a) $y=\cos\left(\ln\left(sen\sqrt{x}\right)\right)$ b) $y=x^{senx}$ c) $y=\dfrac{\ln\sqrt{x^2-1}}{sen\,(3^x)}$

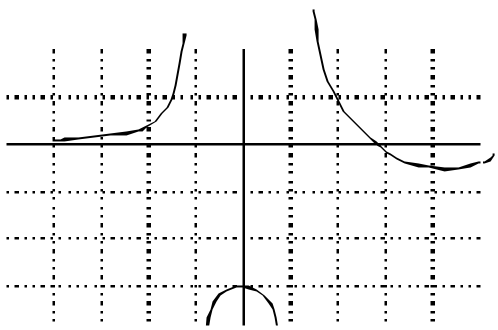
Soluciones:

1. Continua en ú, derivable en ú\{1}
2. y = 3x-1
3. h = 4/$\sqrt{3}$; r = $\sqrt{8/3}$
5. a) $y'=-sen\left(\ln\left(sen\sqrt{x}\right)\right)\dfrac{\cos\sqrt{x}}{sen\sqrt{x}}\ \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

b) $y'=\left(\cos x\ \ln x+\dfrac{senx}{x}\right)x^{senx}$;

c) $y'=\dfrac{\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2-1}}\ \dfrac{sen(3^x)}{\sqrt{x^2-1}}-\ln\left(\sqrt{x^2-1}\right)\cos(3^x)\ .\ 3^x\ \ln 3}{sen^2(3^x)}$

4.



EXAMEN DERIVADAS

1. Halla m, para que la tangente en el punto de inflexión de la curva $y = x^3 - 6x^2 + mx - 2$ sea paralela a la recta $y = -6x + 2$

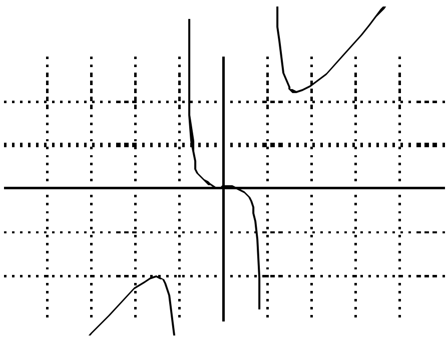
2. Dominio, máximos y mínimos e intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x) = x^2.\ln x$

3. Representa gráficamente la función: $y = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$ a) dominio; b) Asíntotas; c) Máximos y mínimos relativos.

4. Entre todos los triángulos rectángulos de 5 m de hipotenusa halla el de mayor área.

<u>Soluciones:</u>

1. m = 6
2. dominio (0, + 4); mínimo (1,0), máximo (e^{-2},4e^{-2}); Crece (0,e^{-2})c(1,4); Decrece (e^{-2},1)
3. a) ú\{-1,1}; b) x = "1, y = x; c) max $x = -\sqrt{3}$, mín $x = +\sqrt{3}$



4. $5/\sqrt{2}$, $5/\sqrt{2}$, 5

EXAMEN DERIVADAS

1. Estudiar la derivabilidad de:

$$f\ (x)= \begin{cases} x^2 - 1 & si\ \ x \leq 2 \\ 4x - 5 & si\ \ x > 2 \end{cases}$$

2. a) **)**En qué punto del intervalo (0,2ð), la recta tangente a la función y = cos(x) tiene de pendiente 1/2?. b) **)**Dónde es la recta tangente paralela al eje OX?.

3. Ecuación de la recta tangente a $x^2 + \mathrm{sen}(2x) = y$, en x = 0.

4. Deriva $y = sen^3\left(\sqrt{\ln(x+1)}\right)$

5. Deriva $y = \cos\left(sen\left(10^{x^2-1}\right)\right)$

<u>Soluciones:</u>

1. Continua y derivable en ú
2. a) 7ð/6, 11ð/6; b) ð
3. y = 2x
4. $y' = 3\ sen^2\left(\sqrt{\ln(x+1)}\right)\cos\left(\sqrt{\ln(x+1)}\right)\dfrac{1}{2\sqrt{\ln(x+1)}}\ \dfrac{1}{x+1}$
5. $y' = -sen\left(sen\left(10^{x^2-1}\right)\right).\cos\left(10^{x^2-1}\right)\ .\ 10^{x^2-1}\ .\ 2x\ .\ \ln 10$

EXAMEN DERIVADAS

1. Calcula la derivada de $y = (\ senx\ )^{lnx}$

2. Dada la función y = e^x-x. Halla: a) Máximos y mínimos; b) Crecimiento y decrecimiento; c) gráfica de la función.

3. a) Deriva y simplifica la siguiente función: $y = \ln\left(\sqrt{e^x} + 1\right)$. b) Halla la ecuación de la tangente en el punto de abscisa x = 0.

4. Una cierta población crece de acuerdo con la ecuación $x = 1 + 0{,}2Ae^{0,2t}$, donde t es el tiempo en meses y x es el número de individuos en miles. Calcula la velocidad de crecimiento de la población al cabo de 10 meses.

<u>Soluciones:</u>

1. $y' = \left(\dfrac{senx}{x\,.\,lnx} + cosx\,.\ln(lnx) \right)(senx\ )^{lnx}$

2. a) Min (0,1); b) decrece (-4,0), crece (0, +4)

3. a) $y' = \dfrac{\sqrt{e^x}}{2\left(\sqrt{e^x}+1\right)}$; b) y = x/4 + ln2

4. $0{,}04.e^2$

EXAMEN FUNCIONES

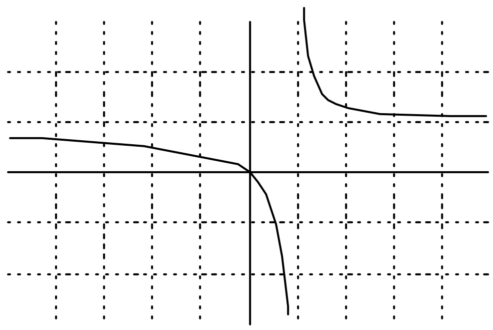
1. Halla el dominio de la función: $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2+x}{x-2}}$

2. Estudia y representa la función: $f(x)=\dfrac{x^2+x}{x^2-1}$

3. Hallar la función inversa de $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-3}{x+2}}$. Comprueba el resultado.

Soluciones:

1. $[-1,0]\cup(2,+\infty)$
2. Dom: $\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$; asíntotas: $x=1$, $x=-1$, $y=1$



3. $y=\dfrac{-2x^2-3}{x^2-1}$

EXAMEN FUNCIONES

1. Dadas las funciones $f(x)=x^2-x$ y $g(x)=2x+1$ calcula:
a) $f(x)+g(x)$ b) $f(x).g(x)$ c) $f(x)/g(x)$ d) (fBg)(x) e) $g^{-1}(x)$

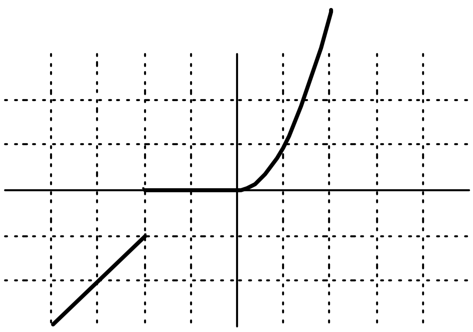
2. Dada la función $f(x)=x^2+2x-3$. Calcula el dominio de las siguientes funciones:
a) $f(x)$ b) $\dfrac{1}{f(x)}$ c) $\sqrt{f(x)}$

3. Dada la función: $f(x)=\begin{cases} x+1 & si \ \ x<-2 \\ 0 & si \ \ -2<x\leq 0 \\ x^2 & si \ \ x>0 \end{cases}$

a) Represéntala
b) Calcula su dominio.
c) Estudia la continuidad.

Soluciones:

1. a) x^2+x+1; b) $2x^3-x^2-x$; c) $\dfrac{x^2-x}{2x+1}$; d) $4x^2+2x$; e) $y=\dfrac{x-1}{2}$
2. a) ú; b) ú\{-3,1}; c) (-4,-3]c[1,+4)
3.



b) ú\{-2}; c) continua en ú\{-2}

EXAMEN FUNCIONES

1. Dada la función $f(x)=\begin{cases} x+2 & si \;\; x<-2 \\ -x^2+4 & si \;\; -2\le x\le 0 \\ -\dfrac{1}{x} & si \;\; x>0 \end{cases}$

a) Calcula el dominio
b) Represéntala

2. Calcular el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\sqrt{x^2-x-2}$ b) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-x-2}}$

c) $f(x)=\dfrac{x+2}{x^2+2x-3}$ d) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+2}{x^2+2x-3}}$

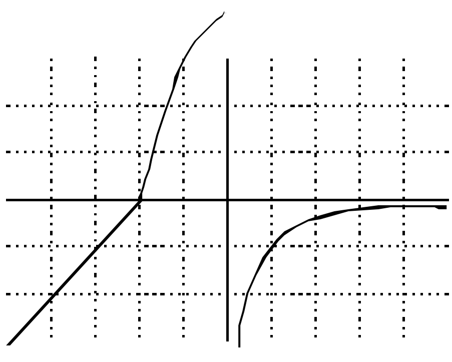
3. a) Define dominio de una función
b) Explica razonadamente cuántas veces puede una función cortar al eje X y al eje Y.

4. Halla los cortes con los ejes y las asíntotas (si los tienen) de las siguientes funciones:

a) $f(x)=3x$ b) $f(x)=\dfrac{2}{(x-3)^2}$ c) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}$

d) $f(x)=\dfrac{2}{x}+2$ e) $f(x)=\dfrac{-3x^2}{x+1}$

Soluciones:
1. a) Dom: $\mathbb{R}$



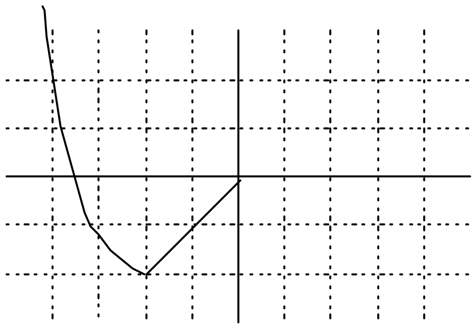
2. a) $(-\infty,-1]\cup[2,+\infty)$; b) $(-\infty-1)\cup(2,+\infty)$; c) $\mathbb{R}\setminus\{-3,1\}$; d) $(-3,-2]\cup(1,+\infty)$

4. a) (0,0), No tiene asíntotas; b) (0,2/9); $x=3$; c) (0,-1), (1,0), (-1,0), $y=1$; d) (-1,0), $x=0$, $y=2$; e) (0,0), $x=-1$, $y=-3x-3$

EXAMEN FUNCIONES

1. a) Dadas $f(x) = \sqrt{x} + 1$ y $g(x) = \dfrac{x+2}{x}$, halla

$(f \circ g)(x)$ y $(g \circ f)(x)$



b) Completa para que sea impar la gráfica:

2. Dada la función polinómica $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$

a) Calcula las raíces y factoriza

b) Calcular el dominio de: b.1) f(x); b.2) 1/f(x); b.3) $\sqrt{f(x)}$

3. Dada la función:

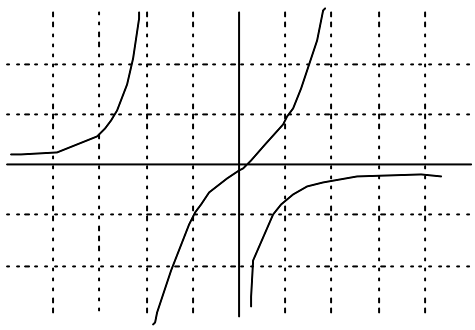
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2} & si \ \ x \leq 0 \\ 0 & si \ \ 0 < x < 3 \\ x - 3 & si \ \ x > 3 \end{cases}$$

a) Representa f(x)

b) Calcula f(-2) ; f(-1) ; f(1) ; f(2)

c) Estudia la continuidad de f(x)

4. Estudia las características de la función:

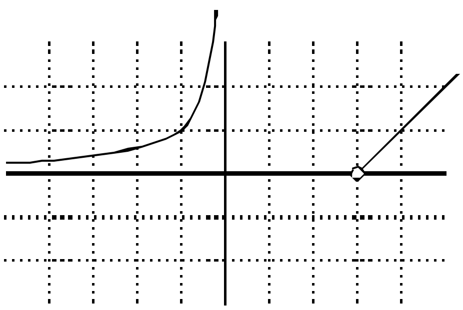


<u>Soluciones:</u>

1. a) $(f \circ g)(x) = \sqrt{\dfrac{x+2}{x}} + 1$; $(g \circ f)(x) = \dfrac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1}$

2. a) $x = \pm 1$, $x = 2$; $(x+1)(x-1)(x+2)$; b) b.1) $\mathbb{R}$; b.2) $\mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 1\}$; b.3) $(-2, 1) \cup (1, +\infty)$

3. a) b) f(-2) = 1/4; f(-1) = 1; f(1) = 0; f(2) = 0; c) Continua en $\mathbb{R} \setminus \{0, 3\}$



EXAMEN FUNCIONES

1. Dibuja una función que cumpla al mismo tiempo las siguientes condiciones:

C $\lim_{x \to 2} f(x) = +\infty$

C $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

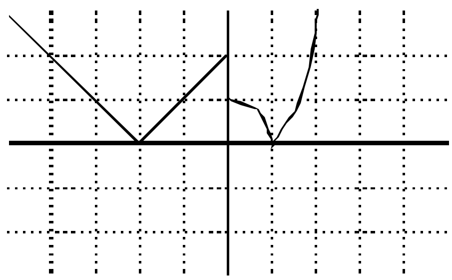
C su tendencia en x = 0 sea 1 y el valor de la función en x=0 sea 3.

2. a)Representa |f(x)| siendo $f(x) = \begin{cases} x+2 & si \;\; x < 0 \\ x^2 - 1 & si \;\; x \geq 0 \end{cases}$

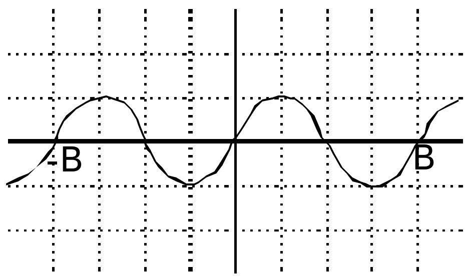
3. Traza la gráfica de la función f(x) = sen(2x) e indica su período.

<u>Soluciones:</u>

2.



3. período: ð



EXAMEN FUNCIONES

1. Define:
a) Dominio de una función.
b) Recorrido de una función.

2. Dadas las funciones $f(x)=\dfrac{2x+1}{2+x}$ y $g(x)=x^2-1$, calcula la función f compuesta con g y la función inversa de f.

3. Halla el dominio de las funciones: a) $f(x)=\dfrac{x+3}{x^3+x^2-2x}$, b) $g(x)=\sqrt{\dfrac{x}{x^2-4}}$

4. Dada la función $y=\log_2 x$, represéntala gráficamente . Analiza las propiedades que verifica.

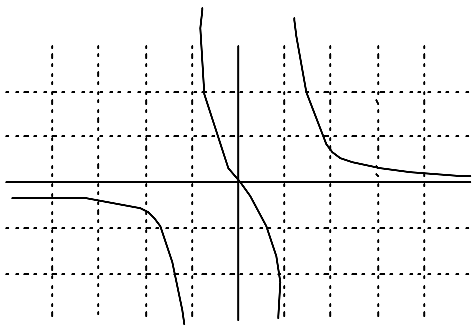
5. Estudia y representa la función $y=\dfrac{x}{x^2-1}$

<u>Soluciones:</u>

2. a) $\left(\dfrac{2x+1}{2+x}\right)^2-1$; b) $y=\dfrac{1-2x}{x-2}$

3. a) ú\{-2,0,1}; b) (-2,0]c(2,+4)

5.



EXAMEN FUNCIONES

1. Halla las funciones derivadas y calcula los valores de las mismas en los puntos que se indican:

a) $f\ (x) = \dfrac{x^2 - 2x}{x+1}$ en x = 1; b) $g\ (x) = sen^2\, x$ en x = ð/2;

c) $h\ (x) = \sqrt{x^2 - 3x}$ en x = 4; d) $i\ (x) = \ln\, x^2$ en x = 2

2. Estudiar los intervalos de crecimiento y extremos relativos en las siguientes funciones:

a) y = $2x^3 + 3x^2 - 12x$; b) $y = \sqrt{x+1}$

3. Representa las siguientes funciones. Traza la recta tangente en los puntos que se indica. Halla la ecuación de las mismas.

a) $f(x) = x^2 + 2x - 3$ en x = 1 b) $g(x) = 1/x$ en x = -1

4. a))En qué puntos la tangente a la gráfica de la función: $f(x) = 2x^2 + 3x$ es paralela a la bisectriz del primer cuadrante?

b))Y dónde es paralela al eje de abscisas?

<u>Soluciones:</u>

1. a) $f'(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 2}{(x+1)^2}$ $f'(1) = \dfrac{1}{4}$; b) g'(x) = 2.senx.cosx, g'(ð/2) = 0;

c) $h'(x) = \dfrac{2x - 3}{2\ \sqrt{x^2 - 3x}}$ $h'(4) = \dfrac{5}{4}$; d) $i'(x) = \dfrac{2}{x}$ $i'(2) = 1$

2. a) Crece (-4,-2)c(1,+4), decrece (-2,1), máx (-2,20), mín (1,-7); b) Crece (-1,+4)
3. a) y = 4x-4; b) y = -x-2
4. a) x = -1/2; b) x = -3/4

EXAMEN FUNCIONES

1. Define:
a) Función par.)A qué tipo de simetría da lugar?.
b) Función acotada inferiormente.
c) Función monótona decreciente.

2. a) Halla el dominio de $y = \dfrac{1}{x^2 - x - 6}$
b) Halla el recorrido de la función y = cos(2x)
c) Halla la función inversa de $f\ (x) = \dfrac{x+1}{2x+3}$

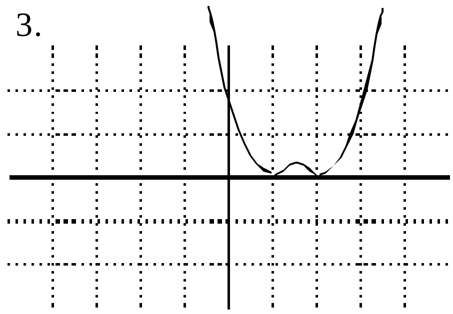
3. Representa la función y = $|x^2$-3x+2$|$ tras representar primero la función y = x^2-3x+2. Analiza sobre la gráfica sus extremos y su monotonía.

4. Dibuja la gráfica de la función $f\ (x) = \dfrac{1}{x-1}$ y estudia su continuidad indicando si es evitable o no.

5. Halla los siguientes límites:
a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 - 1} - x$ b) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$

Soluciones:
2. a) ú\{-2,3}; b) [-1,1]; c) $y = \dfrac{1-3x}{2x-1}$
3. min (1,0) y (2,0), max (3/2,1/4); crece (1,3/2)c(2,+4), decrece (-4,1)c(3/2,2)
4. Continua en ú\{1}, No evitable
5. a) 0; b) -1/2

3.



4.