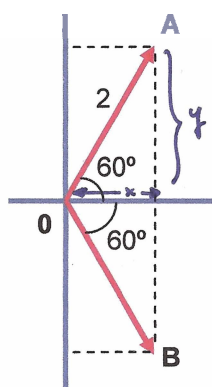


Producto escalar.



a) Dada la figura adjunta, hallar $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ aplicando la definición de producto escalar

$$\boxed{\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}} = \|\overrightarrow{OA}\| \cdot \|\overrightarrow{OB}\| \cdot \cos \alpha = 2 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ = 2 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \boxed{-2}$$

$$\cos 120^\circ = \cos (180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

nota: $\|\overrightarrow{OB}\| = \|\overrightarrow{OA}\|$ por semejanza de triángulos

TOTAL: 4

b) Hallar las coordenadas de A y B (no valen decimales).

$$\cos 60^\circ = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 2 \cos 60^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\sin 60^\circ = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 2 \sin 60^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

nota: Se baja 1 pto. por no indicar en el dibujo qué es x e y.

$$\Rightarrow \begin{cases} A(1, \sqrt{3}) \\ B(1, -\sqrt{3}) \end{cases}$$

TOTAL: 3

nota: También por semejanza de triángulos la 2ª componente de B es opuesta a la de A.

c) Hallar $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ mediante la expresión analítica del producto escalar, y comprobar que se obtiene lo mismo que en el apartado a.

$$\boxed{\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}} = (1, \sqrt{3}) \cdot (1, -\sqrt{3}) = 1 - 3 = \boxed{-2}$$

TOTAL: 3

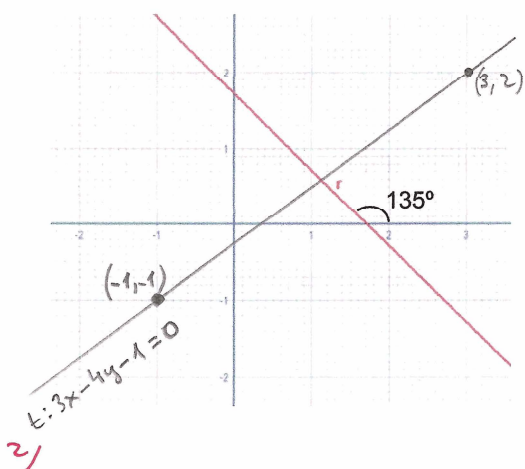
NOTA del indicador 3.3 (0 a 10)

4+3+3

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo)

☐

Ecuaciones de la recta.



- a) Hallar la ecuación de la recta s paralela a la recta r de la figura y que pasa por el punto $P(1, -3)$, en todas las formas conocidas.

Como $r \parallel s$, tienen la misma pendiente: 1/

$$m_r = \tan 135^\circ = \tan (180^\circ - 45^\circ) = -\tan 45^\circ = -1 \Rightarrow \vec{v}_r = (1, -1)$$

Le baja 0,5 por no justificar esto

$$\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -3 - \lambda \end{cases}$$

1/ PARAMÉTRICA

$$\Rightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1}$$

CONTINUA 1/

$$\Rightarrow -x + 1 = y + 3$$

$$0 = x + y + 2$$

1/ GRAL. o IMPLÍCITA



$$y = -x - 2$$

1/ EXPLÍCITA

TOTAL: 6

$$y + 3 = -1 \cdot (x - 1)$$

$$y + 3 = -(x - 1)$$

PTO. - PTO.

Indicador 4.2: Posición relativa.

INDICADOR 4.2

- b) Estudiar la posición relativa de la recta s anterior y la recta $t: 3x - 4y - 1 = 0$

$$\left. \begin{array}{l} s: x + y + 2 = 0 \\ t: 3x - 4y - 1 = 0 \end{array} \right\} \frac{1}{3} \neq \frac{1}{-4} \Rightarrow \boxed{s \text{ y } t \text{ secantes}}$$

TOTAL: 10

- c) Dibujar t (dentro del rango de la cuadrícula adjunta).

$$x = -1 \rightarrow -3 - 4y - 1 = 0; -4 = 4y; y = -1 \rightarrow (-1, -1) \quad 1/$$

$$x = 3 \rightarrow 9 - 4y - 1 = 0; 8 = 4y; y = 2 \rightarrow (3, 2) \quad 1/$$

TOTAL: 4

NOTA del indicador 4.1 (0 a 10)

6+4

¿Alcanza el mínimo? (apdos. a y c)

NOTA del indicador 4.2 (0 a 10)

10

¿Alcanza el mínimo? (apdo. b)

Ángulo de dos rectas.

d) Hallar el ángulo $\hat{s}t$ (aproximando a los minutos).

$$\begin{aligned} s: x+y+2=0 & \rightarrow \vec{v}_s = (-1, 1) \\ t: 3x-4y-1=0 & \rightarrow \vec{v}_t = (4, 3) \end{aligned}$$

se bajan 4ptos. por no indicar el valor absoluto

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{v}_s \cdot \vec{v}_t|}{\|\vec{v}_s\| \cdot \|\vec{v}_t\|} = \frac{|(-1, 1) \cdot (4, 3)|}{\sqrt{1+1} \cdot \sqrt{16+9}} = \frac{|-4+3|}{\sqrt{2} \cdot 5} = \frac{1}{5\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = \arccos \frac{1}{5\sqrt{2}} \approx 81^\circ 52'$$

OTRA FORMA:

$$\begin{aligned} m_1 = 1 \\ m_2 = 3/4 \end{aligned} \left\{ \begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 \cdot m_2} = \frac{\frac{3}{4} - 1}{1 + 1 \cdot \frac{3}{4}} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{7}{4}} = -\frac{1}{7} \\ \alpha &= \arctan \frac{1}{7} \approx 81^\circ 52' \end{aligned} \right. \Rightarrow \alpha = \arctan \frac{1}{7} \approx 81^\circ 52'$$

NOTA del indicador 4.3 (0 a 10)

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo)

Indicador 4.4: Distancia punto-recta.

e) Hallar la distancia de s a la bisectriz del 2º cuadrante.

$$\begin{aligned} s: x+y+2=0 & \rightarrow P(1, -3) \\ \text{bisectriz: } y=-x & \Rightarrow x+y=0 \end{aligned} \left\{ \begin{aligned} d(s, \text{bisectriz}) &= d(P, \text{bisectriz}) = \frac{|1-3|}{\sqrt{1+1}} = \frac{|-2|}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} u \end{aligned} \right.$$

NOTA del indicador 4.4 (0 a 10)

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo)

Indicador 5.1: Operaciones con complejos en forma binómica.

Operar en binómica y simplificar:

$$\begin{aligned} \frac{(2-3i)^2 - (2+3i)(3-2i)}{3i-1} &= \frac{4-12i-9 - (6-4i+9i+6)}{3i-1} = \frac{-5-12i - (12+5i)}{-1+3i} = \frac{-17-17i}{-1+3i} \\ &= \frac{(-17-17i)(-1-3i)}{(-1+3i)(-1-3i)} = \frac{17+51i+17i+51}{9+1} = \frac{-34+68i}{10} = -\frac{34}{10} + \frac{68}{10}i \\ &= \left[-\frac{17}{5} + \frac{34}{5}i \right] \end{aligned}$$

NOTA del indicador 5.1 (0 a 10)

¿Alcanza el mínimo? (Todo es mínimo)

Operaciones en forma polar.

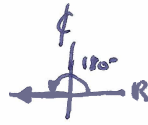
Operar en polar y dar el resultado en polar y binómica:

$$\left(\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i\right)^4 = \frac{\left(3_{30^\circ}\right)^4}{9_{210^\circ} \cdot 3_{90^\circ}} = \frac{81_{120^\circ}}{27_{300^\circ}} = 3_{-180^\circ} = \boxed{3_{180^\circ}} = \boxed{-3}$$

INDICADOR 5.3

1/ 21 21 21

1/ 210° 3 90° 1/ 27 300° 1/

17. 

$$r = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{27}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{36}{4}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\alpha = \arctg \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3\sqrt{3}}{2}} = \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} = \arctg \frac{\sqrt{3}}{3} = 30^\circ$$

1,25/

⇒ $\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i = 3_{30^\circ}$

↑ dibujo (1er cuadr.)

$$r = \sqrt{\left(-\frac{9\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(-\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{243}{4} + \frac{81}{4}} = \sqrt{\frac{324}{4}} = \sqrt{81} = 9$$

$$\alpha = \arctg \frac{-\frac{9}{2}}{-\frac{9\sqrt{3}}{2}} = \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} = \arctg \frac{\sqrt{3}}{3} = 30^\circ$$

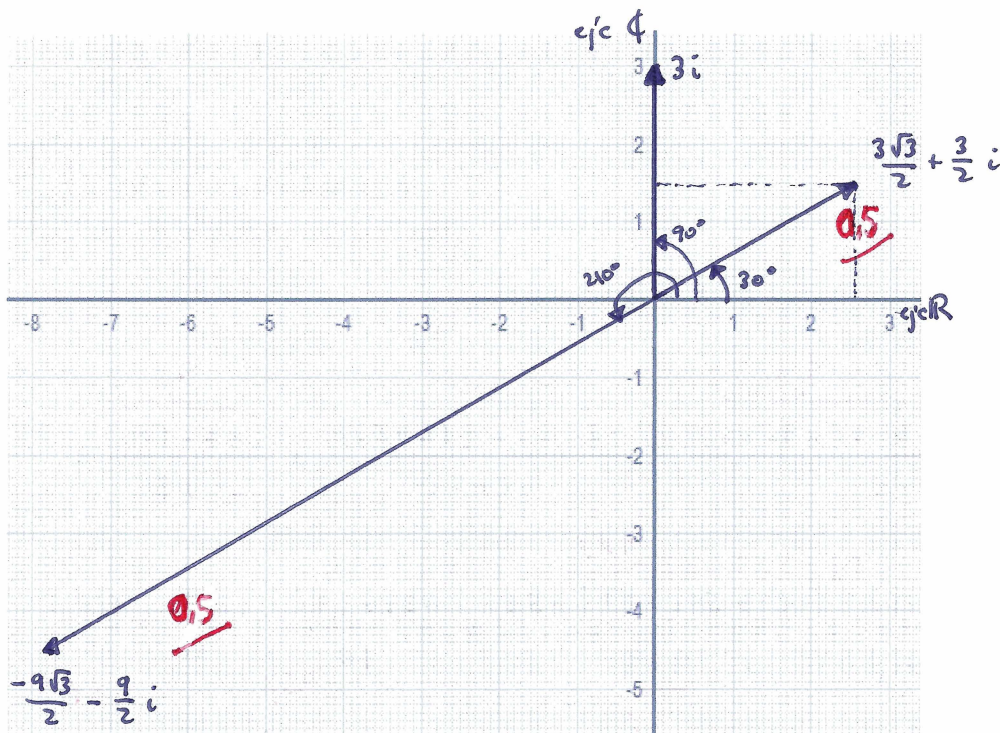
1,25/

⇒ $-\frac{9\sqrt{3}}{2} - \frac{9}{2}i = 9_{210^\circ}$

↑ dibujo (3er cuadr.)

$3i = 3_{90^\circ}$ (ver dibujo)

2/



NOTA del indicador 5.2 (0 a 10)

10

¿Alcanza el mínimo (Representar los complejos, y pasar de binómica a polar, y viceversa)?

NOTA del indicador 5.3 (0 a 10)

10

¿Alcanza el mínimo (Operar en polar)?