EJERCICIOS RESUELTOS LÍMITES

Cuestión 1.-

Calcula el valor de los siguientes límites:

a) $\lim_{x \to 0} \frac{3}{x-2}$

b) $\lim_{x \to 0} (\cos x - 1)$

a) $-\frac{3}{2}$

b) -2

Cuestión 2.-

Calcula estos límites:

a) $\lim_{x \to 2} \sqrt{x^2 - 3x + 5}$

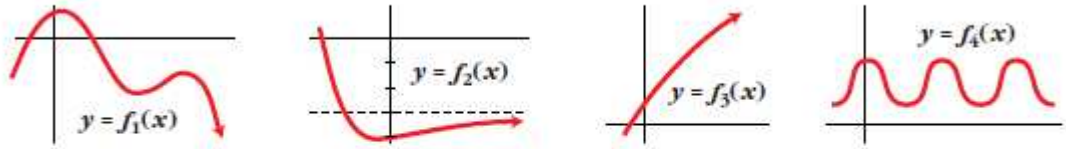
b) $\lim_{x \to 0,1} \log_{10} x$

a) $\sqrt{3}$

b) -1

Cuestión 3.-

Di el límite cuando $x \to +\infty$ de las siguientes funciones dadas por sus gráficas:



$\lim_{x \to +\infty} f_1(x) = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f_2(x) = -3$

$\lim_{x \to +\infty} f_3(x) = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f_4(x)$ no existe

Cuestión 4.-

Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \to 0} \left(5 - \frac{x}{2}\right)$

b) $\lim_{x \to -1} (x^3 - x)$

c) $\lim_{x \to 3} \frac{1-x}{x-2}$

d) $\lim_{x \to 0,5} 2^x$

e) $\lim_{x \to -2} \sqrt{10 + x - x^2}$

f) $\lim_{x \to 4} \log_2 x$

g) $\lim_{x \to 0} \cos x$

h) $\lim_{x \to 2} e^x$

a) 5

b) 0

c) -2

d) $\sqrt{2}$

e) 4

f) 2

g) 1

h) e^2

Cuestión 5.-

Calcula el límite cuando $x \to +\infty$ de cada una de las siguientes funciones. Representa el resultado que obtengas.

a) $f(x) = x^3 - 10x$

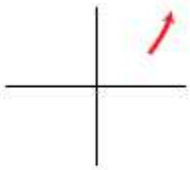
b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

c) $f(x) = \frac{3-x}{2}$

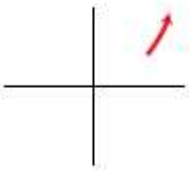
d) $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{-3}$

☛ *Dale a x "valores grandes" y saca conclusiones.*

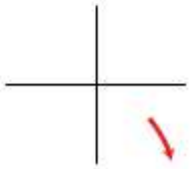
a) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$



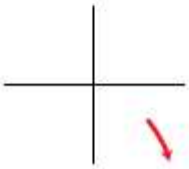
b) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$



c) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$



d) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$



Cuestión 6.-

Comprueba, dando valores grandes a x, que las siguientes funciones tienden a 0 cuando $x \to +\infty$.

a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 10}$

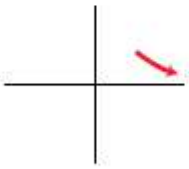
b) $f(x) = \dfrac{100}{3x^2}$

c) $f(x) = \dfrac{-7}{\sqrt{x}}$

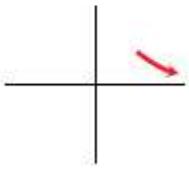
d) $f(x) = \dfrac{2}{10x^2 - x^3}$

Representa gráficamente su posición sobre el eje OX o bajo el eje OX.

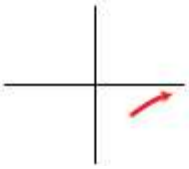
a) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$



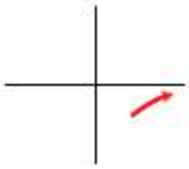
b) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$



c) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

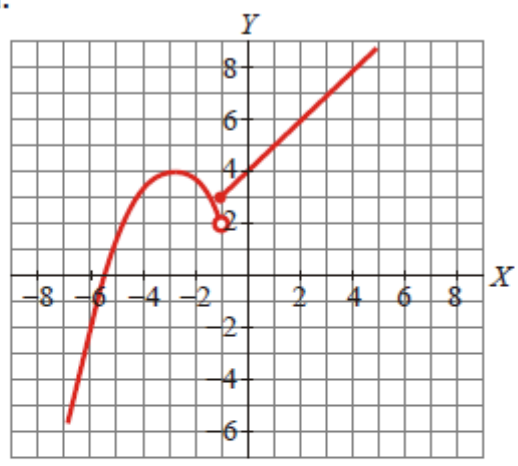


d) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$



Cuestión 7.-

A partir de la gráfica de $f(x)$, calcula:



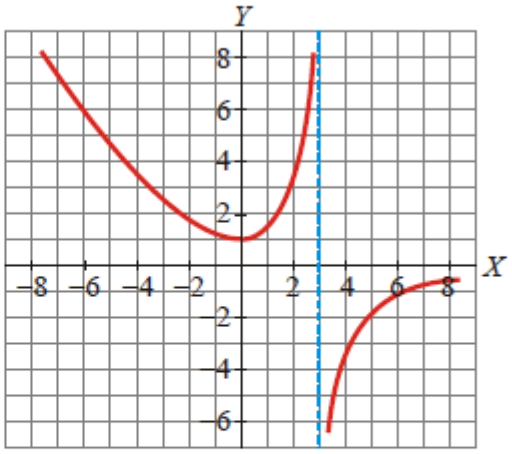
a) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \to -1^-} f(x)$ d) $\lim_{x \to -1^+} f(x)$ e) $\lim_{x \to -5} f(x)$

Solución:

a) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ b) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ c) $\lim_{x \to -1^-} f(x) = 2$ d) $\lim_{x \to -1^+} f(x) = 3$ e) $\lim_{x \to -5} f(x) = 0$

Cuestión 8.-

La siguiente gráfica corresponde a la función *f(x)*. Sobre ella, calcula los límites:



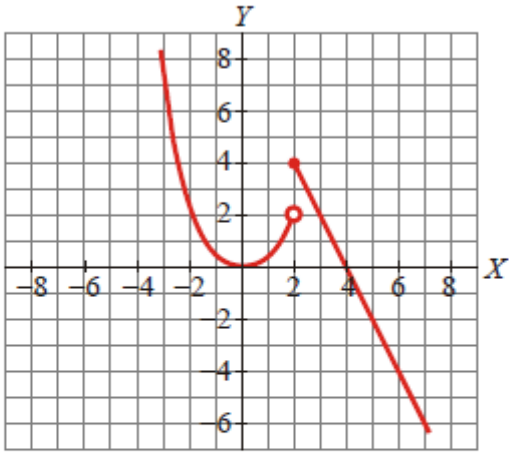
a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ b) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ c) $\lim_{x\to3^-} f(x)$ d) $\lim_{x\to3^+} f(x)$ e) $\lim_{x\to0} f(x)$

Solución:

a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ b) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ c) $\lim_{x\to3^-} f(x)=+\infty$ d) $\lim_{x\to3^+} f(x)=-\infty$ e) $\lim_{x\to0} f(x)=1$

Cuestión 9.-

Dada la siguiente gráfica de *f(x)*, calcula los límites que se indican:



a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ b) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ c) $\lim_{x\to2^-} f(x)$ d) $\lim_{x\to2^+} f(x)$ e) $\lim_{x\to0} f(x)$

Solución:

a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ b) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ c) $\lim_{x\to2^-} f(x)=2$ d) $\lim_{x\to2^+} f(x)=4$ e) $\lim_{x\to0} f(x)=0$

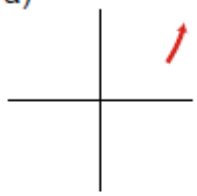
Cuestión 10.-

Representa gráficamente los siguientes resultados:

a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ b) $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$

Solución:

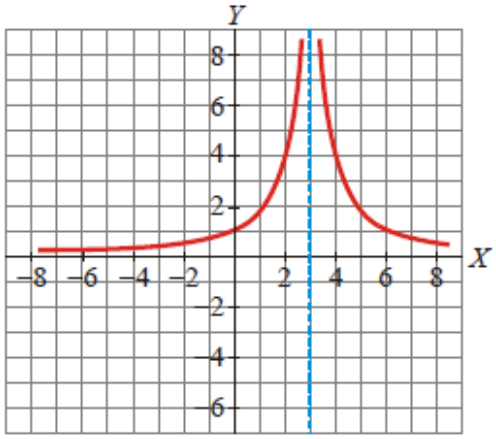
a)



b)

Cuestión 11.-

Calcula los siguientes límites a partir de la gráfica de *f(x)*:



a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ b) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ c) $\lim_{x\to3^-} f(x)$ d) $\lim_{x\to3^+} f(x)$ e) $\lim_{x\to0} f(x)$

Solución:

a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ b) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$ c) $\lim_{x\to3^-} f(x)=+\infty$ d) $\lim_{x\to3^+} f(x)=+\infty$ e) $\lim_{x\to0} f(x)=1$

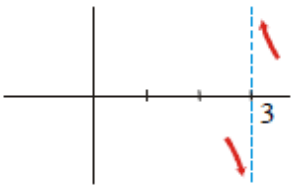
Cuestión 12.-

Para la función $f(x)=\dfrac{x+1}{x-3}$, sabemos que :

$\lim_{x\to3^+} \dfrac{x+1}{x-3}=+\infty$ y $\lim_{x\to3^-} \dfrac{x+1}{x-3}=-\infty$

Representa gráficamente estos dos límites.

Solución:



Cuestión 13.-

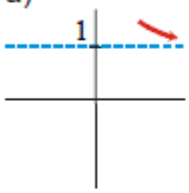
Representa gráficamente:

a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$

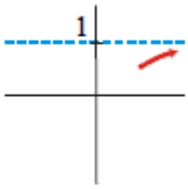
b) $\lim_{x\to-1} g(x)=0$

Solución:

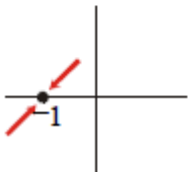
a)



o bien



b) Por ejemplo:

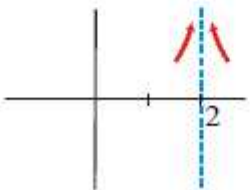


<u>Cuestión 14</u>.-

Representa los siguientes límites:

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = +\infty$ $\lim_{x\to 2^-} f(x) = +\infty$

Solución:



<u>Cuestión 15</u>.-

Calcula:

a) $\lim_{x\to -2}(3-x)^2$

b) $\lim_{x\to -8}\left(1+\sqrt{-2x}\right)$

c) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x$

Solución:

a) $\lim_{x\to -2}(3-x)^2 = 5^2 = 25$

b) $\lim_{x\to -8}\left(1+\sqrt{-2x}\right) = 1+\sqrt{16} = 1+4 = 5$

c) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} sen\, x = sen\, \frac{\pi}{2} = 1$

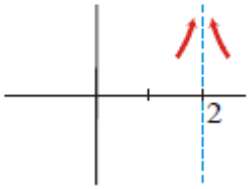
<u>Cuestión 16</u>.-

Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función por la izquierda y por la derecha de $x = 2$:

$$\lim_{x\to 2} \frac{x+1}{(x-2)^2}$$

Solución:

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{x+1}{(x-2)^2}=\lim_{x\to 2^+}\frac{x+1}{(x-2)^2}=\lim_{x\to 2}\frac{x+1}{(x-2)^2}=+\infty$$



<u>Cuestión 17</u>.-

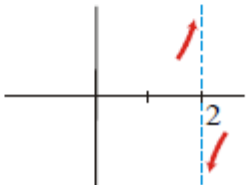
Dada la función $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-5x+6}$, calcula el límite de $f(x)$ en $x=2$. Representa la información que obtengas.

Solución:

$$\frac{x+1}{x^2-5x+6}=\frac{x+1}{(x-2)(x-3)}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{x+1}{(x-2)(x-3)}=+\infty \qquad \lim_{x\to 2^+}\frac{x+1}{x^2-5x+6}=-\infty$$



<u>Cuestión 18</u>.-

Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función a la izquierda y a la derecha de $x=3$:

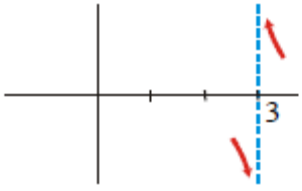
$$\lim_{x\to 3}\frac{1}{x^2-9}$$

Solución:

$$\lim_{x\to 3}\frac{1}{x^2-9}=\lim_{x\to 3}\frac{1}{(x-3)(x+3)}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 3^-}\frac{1}{x^2-9}=-\infty \qquad \lim_{x\to 3^+}\frac{1}{x^2-9}=+\infty$$



<u>Cuestión 19</u>.-

Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función por la izquierda y por la derecha de $x=0$:

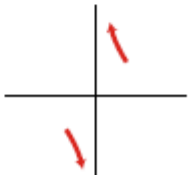
$$\lim_{x\to 0}\frac{2x+1}{x^2+2x}$$

Solución:

$$\lim_{x\to 0}\frac{2x+1}{x^2+2x}=\lim_{x\to 0}\frac{2x+1}{x(x+2)}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{2x+1}{x^2+2x}=-\infty \qquad \lim_{x\to 0^+}\frac{2x+1}{x^2+2x}=+\infty$$



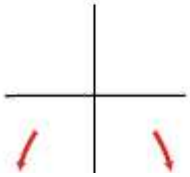
<u>Cuestión 20</u>.-

Calcula el límite cuando $x\to+\infty$ y cuando $x\to-\infty$ de la siguiente función y representa la información que obtengas:

$$f(x)=\frac{1-2x^2+4x}{3}$$

Solución:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{1-2x^2+4x}{3}=-\infty \qquad \lim_{x\to-\infty}\frac{1-2x^2+4x}{3}=-\infty$$



<u>Cuestión 21</u>.-

Calcula los siguientes límites y representa la información que obtengas:

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(2-x-x^4\right)$

b) $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x\right)$

Solución:

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(2-x-x^4\right)=-\infty$

b) $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x\right)=-\infty$

Cuestión 22.-

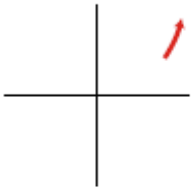
Halla los siguientes límites y representa gráficamente los resultados obtenidos:

a) $\lim_{x\to+\infty}(4-x)^2$

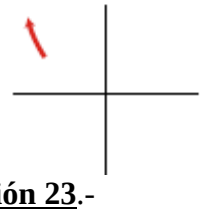
b) $\lim_{x\to-\infty}(4-x)^2$

Solución:

a) $\lim_{x\to+\infty}(4-x)^2=+\infty$



b) $\lim_{x\to-\infty}(4-x)^2=+\infty$



Cuestión 23.-

Calcula y representa gráficamente la información obtenida

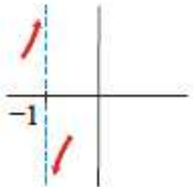
$$\lim_{x\to-1}\frac{x^2-3x-4}{x^2+2x+1}$$

Solución:

$$\lim_{x\to -1}\frac{x^2-3x-4}{x^2+2x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x-4)}{(x+1)^2}=\lim_{x\to -1}\frac{x-4}{x+1}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to -1^-}\frac{x-4}{x+1}=+\infty \qquad \lim_{x\to -1^+}\frac{x-4}{x+1}=-\infty$$



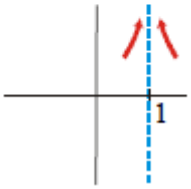
Cuestión 24.-

Halla el límite siguiente y representa la información obtenida:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+4x-5}{x^3-3x^2+3x-1}$$

Solución:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+4x-5}{x^3-3x^2+3x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+5)}{(x-1)^3}=\lim_{x\to 1}\frac{(x+5)}{(x-1)^2}=+\infty$$



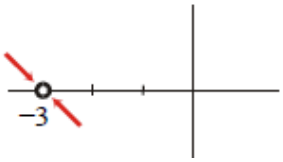
Cuestión 25.-

Resuelve el siguiente límite e interprétalo gráficamente.

$$\lim_{x\to -3}\frac{2x^2+12x+18}{x^2+x-6}$$

Solución:

$$\lim_{x\to -3}\frac{2x^2+12x+18}{x^2+x-6}=\lim_{x\to -3}\frac{2(x+3)^2}{(x+3)(x-2)}=\lim_{x\to -3}\frac{2(x+3)}{(x-2)}=0$$



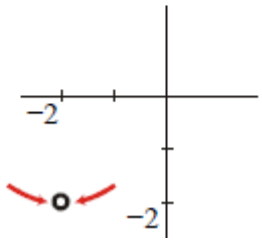
Cuestión 26.-

Calcula el siguiente límite e interprétalo gráficamente:

$$\lim_{x\to -2}\frac{x^2-4}{2x+4}$$

Solución:

$$\lim_{x\to -2}\frac{x^2-4}{2x+4}=\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)(x-2)}{2(x+2)}=\lim_{x\to -2}\frac{x-2}{2}=\frac{-4}{2}=-2$$



Cuestión 27.-

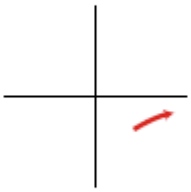
Resuelve los siguientes límites y representa los resultados obtenidos

a) $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{(1-x)^3}$

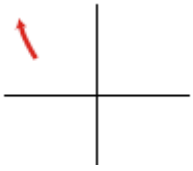
b) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3-x^3}{x^2}$

Solución:

a) $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{(1-x)^3}=0$



b) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3-x^3}{x^2}=+\infty$



Cuestión 28.-

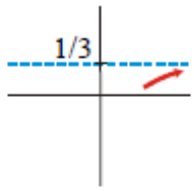
Calcula los siguientes límites y representa los resultados que obtengas:

a) $\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^4+2x}{4-3x^4}$

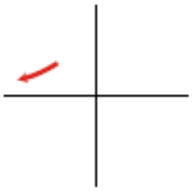
b) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3x^2-2x+1}{x^2-1+x^3}$

Solución:

a) $\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^4+2x}{4-3x^4}=\frac{-1}{-3}=\frac{1}{3}$



b) $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x^2-2x+1}{x^2-1+x^3} = 0$



Cuestión 29.-

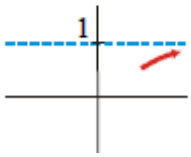
Calcula los siguientes límites y representa las ramas que obtengas:

a) $\lim_{x\to+\infty} \frac{3x}{5+3x}$

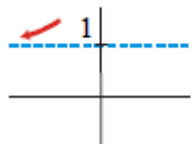
b) $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x}{5+3x}$

Solución:

a) $\lim_{x\to+\infty} \frac{3x}{5+3x} = \frac{3}{3} = 1$



b) $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x}{5+3x} = 1$



Cuestión 30.-

Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x < 0 \\ x+1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$, **halla:**

a) $\lim_{x\to-2} f(x)$ **b)** $\lim_{x\to 3} f(x)$ **c)** $\lim_{x\to 0} f(x)$

☛ ***Para que exista límite en el punto de ruptura, tienen que ser iguales los límites laterales.***

a) 5

b) 4

c) $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0} f(x) = 1$

Cuestión 31.-

Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \to 0} \frac{4x}{x^2 - 2x}$

b) $\lim_{x \to 0} \frac{2x^2 + 3x}{x}$

c) $\lim_{b \to 0} \frac{3b^3 - 2b^2}{b}$

d) $\lim_{b \to 0} \frac{b^2 - 7b}{4b}$

☛ *Saca factor común y simplifica cada fracción.*

a) $\lim_{x \to 0} \frac{4x}{x(x-2)} = -2$

b) $\lim_{x \to 0} \frac{x(2x+3)}{x} = 3$

c) $\lim_{b \to 0} \frac{b^2(3b-2)}{b} = 0$

d) $\lim_{b \to 0} \frac{b(b-7)}{4b} = -\frac{7}{4}$

Cuestión 32.-

Resuelve los siguientes límites:

a) $\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

b) $\lim_{x \to -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + x}$

c) $\lim_{x \to -2} \frac{x + 2}{x^2 - 4}$

d) $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2}$

e) $\lim_{x \to -3} \frac{x + 3}{x^2 + 4x + 3}$

f) $\lim_{x \to 1} \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$

a) $\lim_{x \to 1} \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)} = 2$

b) $\lim_{x \to -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + x} = \lim_{x \to -1} \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x(x+1)} = \frac{3}{-1} = -3$

c) $\lim_{x \to -2} \frac{(x+2)}{(x+2)(x-2)} = -\frac{1}{4}$

d) $\lim_{x \to 2} \frac{(x+1)(x-2)}{(x-2)} = 3$

e) $\lim_{x \to -3} \frac{(x+3)}{(x+3)(x+1)} = -\frac{1}{2}$

f) $\lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x^3 + x^2 + x + 1)}{(x-1)(x+1)} = 2$

Cuestión 33.-

Resuelve los siguientes límites:

a) $\lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2}{(x-1)^2}$

b) $\lim_{x \to -\infty} 1 - (x-2)^2$

c) $\lim_{x \to +\infty} \frac{1 - x}{(2x+1)^2}$

d) $\lim_{x \to -\infty} \frac{x^3 + 1}{5x}$

a) 3 b) $-\infty$ c) 0 d) $+\infty$

Cuestión 34.-

Calcula los límites de las siguientes funciones en los puntos que anulan su denominador:

a) $f(x) = \frac{3x}{2x + 4}$

b) $f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 2x}$

c) $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}$

d) $f(t) = \frac{t^3 - 2t^2}{t^2}$

a) $\lim_{x \to -2^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \to -2^+} f(x) = -\infty$

b) $f(x) = \dfrac{x-1}{x(x-2)}$

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \to 2^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$

c) $f(x) = \dfrac{x(x-2)}{(x-2)(x+2)}$

$\lim_{x \to 2} f(x) = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$; $\lim_{x \to -2^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \to -2^+} f(x) = -\infty$

d) $f(t) = \dfrac{t^2(t-2)}{t^2}$; $\lim_{t \to 0} f(t) = -2$

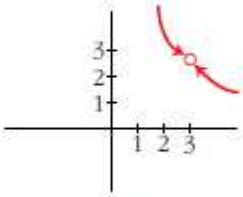
Cuestión 35.-

Calcula los siguientes límites y representa gráficamente los resultados que obtengas:

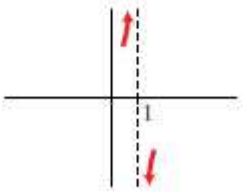
a) $\lim_{x \to 3} \dfrac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x}$

b) $\lim_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1}$

a) $\lim_{x \to 3} \dfrac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x} = \lim_{x \to 3} \dfrac{(x-3)(x+2)}{x(x-3)} = \dfrac{5}{3}$



b) $\lim_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \to 1} \dfrac{(x-2)(x-1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \to 1} \dfrac{x-2}{x-1}$



Calculamos los límites laterales:

$\lim_{x \to 1^-} \dfrac{x-2}{x-1} = +\infty$; $\lim_{x \to 1^-} \dfrac{x-2}{x-1} = -\infty$

No existe $\lim_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1}$

Cuestión 36.-

Calcula los siguientes límites y representa los resultados que obtengas:

a) $\lim_{x \to 0} \dfrac{x^2 - 2x}{x^3 + x^2}$

b) $\lim_{x \to -1} \dfrac{x^3 + x^2}{x^2 + 2x + 1}$

c) $\lim_{x \to 1} \dfrac{x^4 - 1}{x - 1}$

d) $\lim_{x \to 2} \dfrac{2x^2 - 8}{x^2 - 4x + 4}$

a) $\lim_{x\to 0} \frac{x^2-2x}{x^3+x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{x(x-2)}{x^2(x+1)} = \lim_{x\to 0} \frac{x-2}{x(x+1)}$

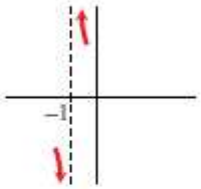
Calculamos los límites laterales:

$\lim_{x\to 0^-} \frac{x-2}{x(x+1)} = +\infty$; $\lim_{x\to 0^+} \frac{x-2}{x(x+1)} = -\infty$

b) $\lim_{x\to -1} \frac{x^3+x^2}{x^2+2x+1} = \lim_{x\to -1} \frac{x^2(x+1)}{(x+1)^2} = \lim_{x\to -1} \frac{x^2}{x+1}$

Calculamos los límites laterales:

$\lim_{x\to -1^-} \frac{x^2}{x+1} = -\infty$; $\lim_{x\to -1^+} \frac{x^2}{x+1} = +\infty$

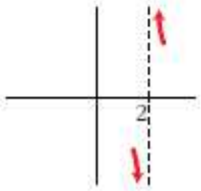


c) $\lim_{x\to 1} \frac{x^4-1}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x^3+x^2+x+1)}{x-1} = 4$

d) $\lim_{x\to 2} \frac{2x^2-8}{x^2-4x+4} = \lim_{x\to 2} \frac{2(x-2)(x+2)}{(x-2)^2} = \lim_{x\to 2} \frac{2(x+2)}{x-2}$

Calculamos los límites laterales:

$\lim_{x\to 2^-} \frac{2(x+2)}{x-2} = -\infty$; $\lim_{x\to 2^+} \frac{2(x+2)}{x-2} = +\infty$



<u>Cuestión 37</u>.- Calcular los siguientes límites:

a.- $\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{4x-1}}$	Sol: 1/2	b.- $\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt[5]{3x^2-x+1}}{\sqrt{4x-1}}$	Sol: 0
c.- $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{4-x}}{x^{\frac{1}{3}}}$	Sol: $-\infty$	d.- $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^3-x}{5x^2-x+1}$	Sol: $+\infty$
e.- $\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+3x}-x\right)$	Sol:3/2	f.- $\lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}\right)$	Sol:0
g.- $\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{x-\sqrt{x^2+3x}}$	Sol: $+\infty$	h.- $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}}$	Sol:0
i.- $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+2}-4}$	Sol:1	j.- $\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$	Sol:-1
k.- $\lim_{x\to 5} \left(\sqrt[3]{x^2+2}-x\right)$	Sol:-2	l.- $\lim_{x\to 1} \frac{x^3-6x^2+5x}{x^4-x^3+x-1}$	Sol:-2
m.- $\lim_{x\to-3} \frac{(x+1)^3}{(x+3)^4}$	Sol: $-\infty$	n.- $\lim_{x\to-3} \frac{x^3+5x^2+3x-9}{x^3+7x^2+15x+9}$	Sol:-2
ñ.- $\lim_{x\to 2} \frac{x^4-2x^3+x-2}{x^3+4x^2-11x-2}$	Sol:9/17	o.- $\lim_{x\to-2} \frac{x+2}{\sqrt{x+3}-1}$	Sol:2

p.- $\lim_{x\to 1}\dfrac{x-\lvert x\rvert}{2x}$	Sol:0	q.- $\lim_{x\to 3^+}\left(\dfrac{x-1}{2x-4}\right)^{\frac{1}{x-3}}$	Sol: $e^{\frac{-1}{2}}$
r.- $\lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x^2-1}{2x^2-4}\right)^{\frac{1}{x-3}}$	Sol:1	s.- $\lim_{x\to 0}\left(\dfrac{1-x}{3x^4+1}\right)^{\frac{-1}{x}}$	Sol:e
t.- $\lim_{x\to 3^+}\left(2-\dfrac{x-1}{2x-4}\right)^{\frac{1}{x-3}}$	Sol : $\sqrt{e}$	u.- $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{\dfrac{x^2+1}{x^2-1}}\right)^{2x-3}$	Sol : 1
v.- $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}-x\right)^x$	Sol : $\dfrac{\sqrt{e}}{e}$	x.- $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x-\sqrt{x}}-\sqrt{x+\sqrt{x}}\right)$	Sol : -1
y.- $\lim_{x\to 0}\dfrac{x^2-1}{x^2-2\lvert x-1\rvert-1}$	Sol : 1/3	z.- $\lim_{x\to 0}\left(\dfrac{1-x}{3x^4+1}\right)^{\frac{-1}{x}}$	Sol :e

Cuestión 38.-Calcular el límite de:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\log(x^8-5)}{x^2}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\log(x^8-5)}{x^2}=\frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\log(x^8-5)}{x^2}=0$$

El denominador es un infinito de orden superior

Cuestión 39.- Calcular

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-2}-\sqrt{x^2+x})=\infty-\infty$$

SOL:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left[(\sqrt{x^2-2}-\sqrt{x^2+x})(\sqrt{x^2-2}+\sqrt{x^2+x})\right]}{(\sqrt{x^2-2}+\sqrt{x^2+x})}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-2-x^2-x}{(\sqrt{x^2-2}+\sqrt{x^2+x})}=\lim_{x\to\infty}\frac{-2-x}{(\sqrt{x^2-2}+\sqrt{x^2+x})}=$$

$$=\frac{-1}{2}$$

Cuestión 40.-

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x^2+3x}-x \quad\Rightarrow\quad \ldots\ \infty-\infty$$

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{x^2+3x}-x=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+3x}-x\right)\left(\sqrt{x^2+3x}+x\right)}{\left(\sqrt{x^2+3x}+x\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+3x}\right)^2-x^2}{\sqrt{x^2+3x}+x}=$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+3x-x^2}{\sqrt{x^2+3x}+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{3x}{\sqrt{x^2+3x}+x}=\frac{\infty}{\infty}\Rightarrow\lim_{x\to\infty}\frac{3x}{\sqrt{x^2+3x}+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{3x}{x+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{3x}{2x}=\frac{3}{2}$$

Cuestión 41.-

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{x+2}-\sqrt{x-2} \quad \Rightarrow \quad \dots \infty-\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{x+2}-\sqrt{x-2} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}\right)\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}\right)}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{x+2}\right)^2-\left(\sqrt{x-2}\right)^2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{x+2-x+2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}} = \frac{4}{\infty} = 0$$

Cuestión 42.-

$$\lim_{x\to 0} [1+3x]^{2/x} \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to 0} [1+3x]^{2/x} \Rightarrow 1^{\infty}$$

$$\lim_{x\to 0} [1+3x]^{2/x} = e^{\lim_{x\to 0} \frac{2}{x}[(1+3x)-1]} = e^{\lim_{x\to 0} \frac{2\cdot 3x}{x}} = e^6$$

Cuestión 43.-

1. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to 1} \frac{x^3-1}{x^3+2x^2-3x}$ b) $\lim_{x\to -1} \frac{x^2-3x+1}{x^2+2}$ c) $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}$

d) $\lim_{x\to 1} \frac{x^3-4x^2+5x-2}{x^3-x^2-x+1}$ e) $\lim_{x\to 0} \frac{x^2+x^4}{x^6-x^2}$ f) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{2+x}}{x^2+x}$

g) $\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}$ h) $\lim_{x\to 1} \frac{x^4-5x^3+9x^2-7x+2}{x^4-2x^3+2x^2-1}$

i) $\lim_{x\to 4} \frac{3-\sqrt{5+x}}{2-\sqrt{8-x}}$ j) $\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{x+2}-2}$

2. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to 1^+} \left(\frac{1}{x^2-1}-\frac{1}{x^3-1}\right)$ b) $\lim_{x\to 2} \left(\frac{1}{x-2}-\frac{2+2x-x^2}{x^2-2x}\right)$ c) $\lim_{x\to 2^+} \left(\frac{1}{x^2-4}\right)^{\frac{1}{x+2}}$

d) $\lim_{x\to 0} \left(\frac{3-x}{2+x}\right)^x$ e) $\lim_{x\to 0} (1+3x)^{\frac{2}{x}}$ f) $\lim_{x\to 1} \left(\frac{x^2+x+1}{2+x}\right)^{\frac{1}{x-1}}$

g) $\lim_{x\to 0} \left(1+x+x^2\right)^{\frac{1}{x}}$ h) $\lim_{x\to\infty} \frac{(3x+5)(5x+2)}{-(x-3)^2}$ i) $\lim_{x\to\infty} \left(x^2-\frac{x^4+1}{x^2-1}\right)$

j) $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2+9}-3}{\sqrt{x^2+4}-2}$ k) $\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2-3x+2}-\sqrt{x^2-x}\right)$ l) $\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2-1}}\right)^{\frac{2x+3}{x-2}}$

m) $\lim_{x\to\infty} \left(\frac{x^2-x+1}{x^2+2}\right)^{\frac{x^2+1}{x}}$

1) a) 3/4 b) 5/3 c) 4 d) –1/2 e) –1 f) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ g) 4 h) 0 i) –2/3 j) 2

2) a) .+∞ b) 3/2 c) +∞ d) 1 e) e^6 f) e g) . e h) –15 i) –1 j) 1 k) –1 l) 1 m) e^{-1}

Cuestión 44.-

d) Indeterminación 1^{∞} Función tipo potencial – exponencial

$$\lim_{x\to x_0}[f(x)]^{g(x)} \xrightarrow{\text{Aplicamos}} \lim_{x\to x_0}[f(x)]^{g(x)} = e^{\lim_{x\to x_0} g(x)\cdot[f(x)-1]} \Rightarrow x_0 \text{ puede ser } \begin{cases}\pm\infty \\ \text{nº real}\end{cases}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left[\frac{3x-5}{3x-2}\right]^{2x^2} \Rightarrow \left[\frac{\infty}{\infty}\right]^{\infty} \text{ resolvemos el } \frac{\infty}{\infty} \text{ nos da 1} \Rightarrow \mathbf{1^{\infty}\ Indeterminación}$$

Aplicamos la fórmula

$$\lim_{x\to+\infty}\left[\frac{3x-5}{3x-2}\right]^{2x^2} = e^{\lim_{x\to\infty} 2x^2\cdot\left[\frac{3x-5}{3x-2}-1\right]} = e^{\lim_{x\to\infty} 2x^2\cdot\left[\frac{3x-5-3x+2}{3x-2}\right]} =$$

$$e^{\lim_{x\to\infty}\left[\frac{-6x^2}{3x-2}\right]} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{+\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$$