

Funciones - Dominio

1.- Halla el dominio de definición de las siguientes funciones polinómicas y racionales:

a) $f(x) = 2x + 1$

i) $f(x) = \frac{7}{x^2 - 5}$

p) $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$

b) $f(x) = x^3 - x - 8$

j) $f(x) = \frac{1}{x^3 + 1}$

q) $f(x) = \frac{x + 13}{x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x}$

c) $f(x) = x^2 + x + 1$

k) $f(x) = \frac{1}{x^4 - 1}$

r) $f(x) = \frac{x^7 - 2}{x^2 - 3x + 4}$

d) $f(x) = x^9 - 6x^4 + 9$

l) $f(x) = \frac{7x + 9}{x^3 + 8}$

s) $f(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 4x + 8}{x^3 - x^2 - 9x + 9}$

e) $f(x) = x^5 - 2x + 6$

m) $f(x) = \frac{3}{2 - x^2}$

t) $f(x) = \frac{7x + 9}{81x^4 - 16}$

f) $f(x) = (x - 1)^3$

n) $f(x) = \frac{7x + 9}{x^4 + 16}$

u) $f(x) = \frac{x}{x^6 - 7x^3 - 8}$

g) $f(x) = \frac{1}{7 - 3x}$

ñ) $f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + 4}$

v) $f(x) = \frac{x - 1}{x^4 - 3x^2 - 4}$

h) $f(x) = \frac{1}{4x^2 - 1}$

o) $f(x) = \frac{2 - x}{(x + 1)^5}$

w) $f(x) = \frac{5x^3 - 8}{1 + x + x^2}$

Sol : a)...f)ℝ; g)ℝ - {7/3}; h)ℝ - {±1/2}; i)ℝ - {±√5}; j)ℝ - {-1}; k)ℝ - {±1}; l)ℝ - {-2}; m)ℝ - {±√2}; n)ℝ; ñ)ℝ; o)ℝ - {-1}; p)ℝ - {-2, -1, 1}; q)ℝ - {0, -1, ±√3}; r)ℝ - {-1, 4}; s)ℝ - {1, -3, 3}; t)ℝ - {±2/3}; u)ℝ - {-1, 2}; v)ℝ - {±2}; w)ℝ

2.- Halla el dominio de definición de las siguientes funciones irracionales:

a) $f(x) = 6x - 2\sqrt{x} + 8$

l) $f(x) = \sqrt{-2x^2 + 5x - 3}$

v) $f(x) = -4 + \sqrt{x - 1}$

b) $f(x) = \sqrt{2 + x} - \sqrt{3 - x}$

m) $f(x) = \sqrt{3x - x^2 + 4}$

w) $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$

c) $f(x) = \sqrt{\frac{x + 3}{x - 2}}$

n) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

x) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x - 1}}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{4 - 2x}$

ñ) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

y) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}}$

e) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4 - 2x}}$

o) $f(x) = \sqrt[5]{x^2 - 1}$

z) $f(x) = \sqrt{\frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}}$

f) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{4 - 2x}}$

p) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x^2 - 1}}$

α) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{x^3 - 5x}}$

g) $f(x) = \sqrt[4]{x^2 - 5x + 4}$

q) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{9 - x^2}}$

β) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^6 - 5x + 1}{x^2 - 4x + 4}}$

h) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$

r) $f(x) = \sqrt{\frac{x - 1}{x}}$

γ) $f(x) = \sqrt[4]{\frac{x(x + 7)}{x^2 + 5x + 6}}$

i) $f(x) = \frac{\sqrt{x + 1}}{x - 4}$

s) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2 - 2x}$

δ) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{x^4 - 1}}$

j) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^3 + 27}$

t) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt[3]{x - 6}}$

ε) $f(x) = \frac{2x + 7}{\sqrt[3]{9 - x}}$

k) $f(x) = \frac{2x + 7}{\sqrt[6]{9 - x}}$

u) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x - 1}{x}}$

φ) $f(x) = (x - 2) \cdot \sqrt{\frac{1 + x}{1 - x}}$

Sol : a)[0, +∞); b)[-2, 3]; c)(-∞, -3] ∪ (2, +∞); d)ℝ; e)(-∞, 2); f)ℝ - {2}; g)(-∞, 1] ∪ [4, +∞); h)ℝ; i)[-1, 4] ∪ [4, +∞); j)(-∞, -3) ∪ (-3, -2] ∪ ([2, +∞); k)(-∞, 9); l)[1, 3/2]; m)[-1, 4]; n)ℝ⁺; ñ)ℝ⁺; o)ℝ; p)ℝ - {1}; q)(-3, 3); r)(-∞, 0) ∪ (1, +∞); s)(-∞, -2] ∪ (2, +∞); t)(-∞, -2) ∪ (2, 6) ∪ (6, +∞); u)ℝ⁺; v)[1, +∞); w)(-∞, 2); x)(1, +∞); y)ℝ - {1, 2}; z)(1, 2); α)ℝ - {0, ±√5}; β)ℝ - {2}; γ)(-∞, -7] ∪ [0, +∞); δ)ℝ - {±1}; ε)ℝ - {9}; φ)[-1, 1]

3.- Halla el dominio de las siguientes funciones:

- | | | |
|---|---|---|
| a) $f(x) = \ln(-3x + 2)$ | j) $f(x) = \log\left(\frac{x+7}{x}\right)$ | r) $f(x) = \frac{2^x}{2^x - 4}$ |
| b) $f(x) = \log\sqrt{-3x}$ | k) $f(x) = \frac{2x-9}{\log\sqrt{x+3}}$ | s) $f(x) = \sqrt{e^x - 1}$ |
| c) $f(x) = \ln(5 - x^2)$ | l) $f(x) = 5^{x-2}$ | y) $f(x) = \sqrt[3]{e^x - 1}$ |
| d) $f(x) = \ln\sqrt[3]{x-1}$ | m) $f(x) = 5^{\sqrt{1-x}}$ | u) $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{e^x - 2}$ |
| e) $f(x) = \ln(x^2 - 3x + 2)$ | n) $f(x) = 2^{\sqrt{x}-2}$ | v) $f(x) = \frac{\ln(x+3)}{\sqrt{x^2 - 1}}$ |
| f) $f(x) = \log(x^2 - 3)$ | ñ) $f(x) = 2^{\sqrt{x-2}}$ | w) $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ |
| g) $f(x) = \log\left(\frac{-x^2 + x + 2}{x^2 + 2x - 15}\right)$ | o) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 - 3x + 1}$ | x) $f(x) = \log\sqrt{9 - x^2}$ |
| h) $f(x) = \sqrt{\ln x - 1}$ | p) $f(x) = (2x - 5)^{9-x}$ | y) $f(x) = \frac{\log(x+7)}{x}$ |
| i) $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x-3}}$ | q) $f(x) = (3x - 5)^{\sqrt{4-x^2}}$ | z) $f(x) = \frac{x}{\ln(x-1)}$ |

4.- Halla el dominio de las siguientes funciones:

- | | | |
|--|---|--|
| a) $f(x) = 2 + x - 3 $ | f) $f(x) = \cos\left(\frac{2}{x^2 - 2}\right)$ | k) $f(x) = \frac{2x - 5}{\operatorname{sen} x}$ |
| b) $f(x) = \ln x - 1 $ | g) $f(x) = \cos\left(\frac{2 + 7x^3}{x^2 + 9}\right)$ | l) $f(x) = \operatorname{sen}\sqrt{\frac{x}{x^3 - x}}$ |
| c) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{1 - x }}$ | h) $f(x) = \frac{1 - x}{x^2 - x }$ | m) $f(x) = \cos\left(\frac{x}{x^3 - x}\right)$ |
| d) $f(x) = \left \frac{2}{x - 2}\right $ | i) $f(x) = \frac{1 - x}{ 4x - x^2}$ | n) $f(x) = \frac{1}{\ln x - 1 }$ |
| e) $f(x) = \frac{1}{ \ln x - 1 }$ | j) $f(x) = \frac{2}{ x - 2}$ | ñ) $f(x) = \ln x - 1 $ |

5.- Dadas las siguientes funciones, efectúa las operaciones que se indican, indicando el dominio de la función resultante:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$$

$$g(x) = x^2 - 6$$

$$h(x) = \frac{6x}{x^2 - 4}$$

$$p(x) = \sqrt{x + 1}$$

$$j(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$$

$$k(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 1}$$

$$l(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$$

$$m(x) = x - 4$$

$$s(x) = \frac{3 - x}{x - 1}$$

$$r(x) = \frac{2x - 1}{x + 3}$$

- | | | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|
| a) $f + g$ | d) $j + k$ | g) $j - r$ | j) $j - s$ | m) $h \cdot k$ | p) $j \cdot s$ | s) k/s |
| b) g/p | e) $g \circ m$ | h) $m \circ g$ | k) $f \circ m$ | n) $m \circ j$ | q) $p \circ r$ | t) s^{-1} |
| c) $p \circ j$ | f) $s \circ p$ | i) $r \circ s$ | l) m^{-1} | o) j^{-1} | r) r^{-1} | u) g^{-1} |

6.- Comprueba si los siguientes puntos están en los dominios de cada función:

- a) Los puntos $x=3$, $x=2$ y $x=-5$ en la función $f(x) = \sqrt{x+1}$
- b) Los puntos $x=3$, $x=4$ y $x=5$ en la función $f(x) = \ln(x-4)$
- c) Los puntos $x=2$, $x=-2$ y $x=0$ en la función $f(x) = \frac{3x-6}{x+2}$

Sol: a) si,si,no; b) no,no,si; c) Si,no,si

7.- Estudia si los valores de la ordenada, y, están incluidos en los recorridos de estas funciones:

- a) Las ordenadas $y=3$, $y=2$ e $y=-5$ en la función $f(x) = \sqrt{3x-3}$
- b) Las ordenadas $y=0$, $y=30$ e $y=-3$ en la función $f(x) = x^2 - 5x + 6$
- c) Las ordenadas $y=1$, $y=13/6$ e $y=-7$ en la función $f(x) = \frac{2x-5}{x+2}$

Sol: a) si, si, no; b) y c) Todas sí.

8.- Sean las funciones: $f(x) = 3x + 2$ y $g(x) = \frac{x+3}{2x+1}$, calcular: **a)** $g \circ f$; **b)** $f \circ g$

Sol: $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x+2) = \frac{3x+5}{6x+5}$ $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{x+3}{2x+1}\right) = \frac{7x+11}{2x+1}$

9.- Dadas las funciones: $f(x) = \frac{1}{2x-1}$; $g(x) = \frac{2x-1}{2x+1}$ y $h(x) = \frac{1}{x}$, calcular: **a)** $g \circ f$; **b)** $f \circ g$; **c)** $h \circ g \circ f$; **d)**

$h \circ f \circ g$; **e)** f^{-1} ; **f)** Probar que $f^{-1} \circ f = I$; **g)** Probar que: $f \circ f^{-1} = I$

Sol: a) $(g \circ f)(x) = \frac{3-2x}{2x+1}$; b) $(f \circ g)(x) = \frac{2x+1}{2x-3}$; c) $(h \circ g \circ f)(x) = \frac{2x+1}{3-2x}$; d) $(h \circ f \circ g)(x) = \frac{2x-3}{2x+1}$

10.- Dadas las funciones: $f(x) = \frac{x+2}{2x+1}$ y $g(x) = \sqrt{x}$, Calcular: **a)** $g \circ f$, **b)** $f \circ g$, **c)** f^{-1} , **d)** Probar que $f^{-1} \circ f = I$

Sol: a) $(g \circ f)(x) = \sqrt{\frac{x+2}{2x+1}}$; b) $(f \circ g)(x) = \frac{2\sqrt{x}+2}{2\sqrt{x}+1}$; c) $f^{-1}(x) = \frac{2-x}{2x-1}$

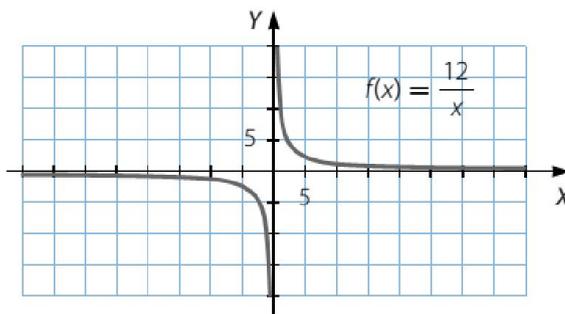
11.- Dadas las funciones: $f(x) = \text{sen}^2 x$ y $g(x) = \text{cot}^2 5x$, calcular:

a) $f \circ g$, **b)** $g \circ f$

Sol: a) $(f \circ g)(x) = \text{sen}^2(\text{cot}^2(5x))$; b) $(g \circ f)(x) = \text{cot}^2(5\text{sen}^2(x))$

12.- A partir de la gráfica de la derecha, obtén la gráfica de estas funciones:

a) $g(x) = \frac{12}{x-2}$ b) $h(x) = \frac{12}{x+4}$ c) $i(x) = \frac{12}{x} + 1$ d) $j(x) = -\frac{12}{x}$



13.- Comprueba con las funciones $f(x) = \sqrt{x+1}$ y $g(x) = 3x-2$ que la composición de funciones no es conmutativa. Calcula además el dominio de $f \circ g$ y de $g \circ f$.

Sol: a) $(f \circ g)(x) = \sqrt{3x-1}$; $\text{Dom}(f \circ g) = \left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$; b) $(g \circ f)(x) = 3\sqrt{x+1} - 2$; $\text{Dom}(g \circ f) = [-1, +\infty)$

14.- Determina $f^{-1} \circ f$ y $f \circ f^{-1}$ en los pares de funciones siguientes para comprobar si son inversas o no.

a) $\begin{cases} f(x) = 3x - 1 \\ f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} f(x) = 2^x \\ f^{-1}(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \end{cases}$ c) $\begin{cases} f(x) = 2^x \\ f^{-1}(x) = \log_2 x \end{cases}$ d) $\begin{cases} f(x) = \sin x \\ f^{-1}(x) = \text{arcsen } x \end{cases}$ e) $\begin{cases} f(x) = x^2 + 1 \\ f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} \end{cases}$

Sol: a) No; b) No, c), d) y e) si lo son.

15.- Calcula la inversa de las siguientes funciones: a) $y = 2x + 5$ b) $y = \frac{3-x}{2}$ c) $y = \sqrt[3]{2x-3}$

Sol: a) $(x-5)/2$; b) $3-2x$; c) $(x^3+3)/2$

16.- Calcula las inversas de las siguientes funciones: $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ $g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

Sol: $f^{-1}(x) = \ln(x - \sqrt{x^2 + 1})$; $g^{-1}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

17.- Si la función definida por $f(x) = \frac{cx}{2x+3}$, con $x \neq -\frac{3}{2}$ verifica que $f(f(x)) = x$, ¿cuánto vale c?

Sol: $c = -3$.

18.- Dibuja funciones que cumplan las siguientes propiedades:

- a) Su dominio y su recorrido son todos los números reales
- b) Su dominio es $\mathbb{R} - \{1\}$
- c) Es creciente y su dominio es $\mathbb{R} - \{-1, 2\}$
- d) Es logarítmica y su dominio es $(3, +\infty)$
- e) Es logarítmica y su dominio es $(-\infty, -2)$
- f) Es Exponencial y su dominio es \mathbb{R}^*

19.- Explica cómo se pueden obtener por composición las funciones $p(x)$ y $q(x)$ a partir de $f(x)$ y $g(x)$, siendo:

$$f(x) = 2x - 3 \quad g(x) = \sqrt{x - 2} \quad p(x) = 2\sqrt{x - 2} - 3 \quad q(x) = \sqrt{2x - 5}$$

Sol: $p(x) = (f \circ g)(x)$ $q(x) = (g \circ f)(x)$

20.- Sabiendo que: $f(x) = 3x^2$ y $g(x) = \frac{1}{x+2}$, explica cómo se pueden obtener por composición, y a partir de

ellas, las siguientes funciones: $p(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$ $q(x) = \frac{1}{3x^2 + 2}$

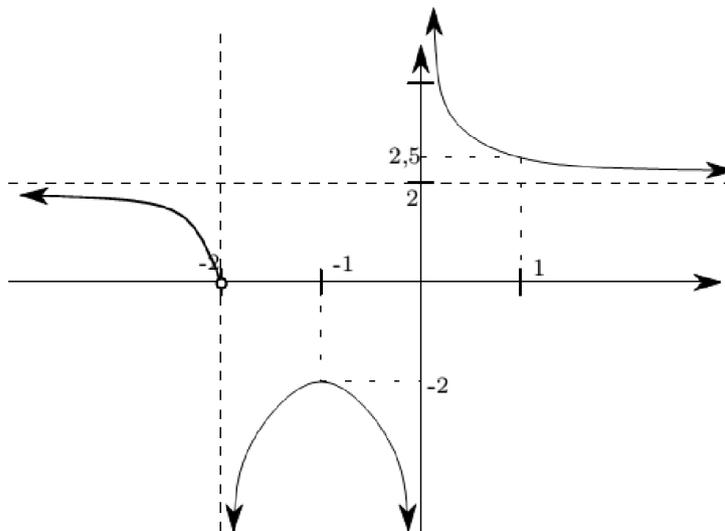
Sol: $p(x) = (f \circ g)(x)$ $q(x) = (g \circ f)(x)$

21.- Escribe la función $v(x) = \sqrt{x+4}$ como la composición de dos funciones.

22.- Escribe la función $w(x) = x^2 + 4x + 4$ como la composición de dos funciones.

23.- Escribe la función $s(x) = x^2 + 3x + 2$ como **a)** el producto de dos funciones; **b)** la suma de dos funciones.

24.- En la siguiente gráfica, calcula los siguientes límites:



(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(b) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

(c) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

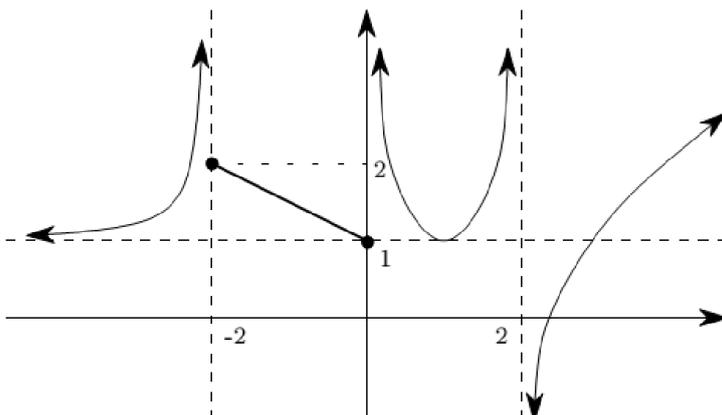
(d) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(e) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Sol: a) 2; b) 0 y $-\infty$; c) 2; d) $-\infty$ y $+\infty$; f) 2

25.- Calcula los límites:



(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(b) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(d) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

(e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Sol: a) 1; b) $+\infty$; c) 1 y $+\infty$; d) $+\infty$ y $-\infty$; e) $+\infty$

26.- Calcula los límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 6}{5x - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x - 1}}$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \text{Sen}(x - a)$

d) $\lim_{x \rightarrow \pi} \text{Cos } 3x$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - \sqrt{16 + x}}{x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{\frac{25 - (x + 1)^2}{5 + (x + 1)}}$

g) $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt[3]{x + 4}$

h) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x - 1}$

i) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \text{Sen } 2x + \text{Cos } 2x$

Sol: a) 4/9; b) -1 c) 2 d) $\sqrt{5}$ e) N.E. f) 0 g) 0; h) Cosa i) -1 0) 72

27.- Calcula los límites:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 4x}{-5x - 2x^3}$

i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{7 + x} - 3}$

p) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x^2 - 4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 + 3x + 2}$

j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sqrt{1 - x} - 1}$

q) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (8x - \sqrt{16x^2 - 3x})$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 8}{2x^2 - 5}$

k) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^3 + x^2 - 2x}$

r) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^3 + 4x^2 + x - 6}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x + 1}{\sqrt{x^6 + 1}}$

l) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + 4x - 3}$

s) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - ax}{x^2 + ax - 2a^2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x}{x - 1}$

m) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x + 3} - 2}$

t) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + x^2}{2 - \sqrt{x + 4}}$

f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 4x^2 + 4x - 1}$

n) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 + 5}{x^3 + x - 3}$

u) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3 + 1}{x^2} - \frac{x^4 + x + 1}{x^3 + x} \right)$

g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}}{x}$

ñ) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x} - 2x)$

v) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 5} - (2x - 3))$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + 4} - \sqrt{x - 4})$

o) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2x}{\sqrt{1 + x^2}}$

w) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 4x + 2} - \sqrt{4x^2 - 5x + 2})$

Sol: a) -1/2; b) 0; c) 1/2; d) 0; e) No existe; f) -2; g) 1; h) 0; i) 24; j) -10; k) 2; l) 13/7; m) 8; n) -7; ñ) 1/4; o) 2; p) $\frac{\sqrt{2}}{16}$; q) +∞; r) 1/6; s) 1/3; t) -4; u) 0; v) 3; w) 9/4.

28.- Calcula los límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sqrt{1 - x} - 1}$

g) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x)$

m) $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 1)^{\frac{3}{x-2}}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^4 - 3x}{1 - 3x^3}$

h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10x - 3}{5x + 3} \right)^{\frac{-x^2 + 3}{2x}}$

n) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} \right)^{\frac{3}{x-1}}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 1}}$

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 9} - 3}{\sqrt{x + 16} - 4}$

ñ) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{5x - 2}{4x + 3} \right)^{2x}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{-27x^2 + 1}{2 + x^2}}$

j) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x - 3}{2x - 5} \right)^{\frac{x^2 + 1}{x^2 - 4x + 4}}$

o) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 3x}{2x^2 - 5} \right)^{2x + 1}$

e) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 1} - 2}{x - 3}$

k) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{3x - 1} \right)^{\frac{4x + 1}{x}}$

p) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 8} \right)^{\frac{x^2}{2}}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 5})$

l) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{2x - 1} \right)^{\frac{3x^2}{x-1}}$

q) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x + 7}{4x - 5} \right)^{\frac{x^2}{x-1}}$

Sol: a) -10; b) +∞; c) $\sqrt{2} - 1$; d) -3; e) 1/4; f) 0; g) -1; h) 0; i) 4/3; j) 4/9; k) 16/81; l) e^6 ; m) e^3 ; n) $e^{3/2}$; ñ) e^{-2} ; o) e^3 ; p) $e^{9/2}$; q) e^3

29.- Determinar el valor de a para que: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+a} - \sqrt{x})$

Sol: a=4

30.- Calcular: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+a} - \sqrt{x})$

Sol: a/2

31.- Calcular el límite de la función $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$, en el punto 0, en el punto 1 y en $+\infty$

Sol: a) 1/; b) 1-cos1; c) 0

32.- Calcular el siguiente límite: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^x$

Sol: e^2

33.- Calcular el valor de la constante c para que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{x} \right)^{cx} = e$

Sol: c=1/3

34.- Estudiar en el cuerpo real la continuidad de la función definida por: $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0 \\ e^x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

Sol: Así que la función f(x) es una función continua en $\mathbb{R} - \{0\}$, donde presenta una discontinuidad de salto.

35.- Determinar a y b para que la función definida por $f(x) = \begin{cases} ae^{\frac{\sin^2 x}{x}} + b \cos x & \text{si } x \leq 0 \\ 3a \frac{\sin x}{x} + b(x-1) & \text{si } x > 0 \end{cases}$ sea continua.

Sol: No existen a y b, porque en x=0 no está definida.

36.- Probar que la función definida por $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3 + 7x - 8}$ no es continua en x=1. Indicar que tipo de discontinuidad presenta.

Sol: La función no está definida en x=1, por tanto no es continua, presenta una discontinuidad de segunda especie, llamada d. asintótica.