

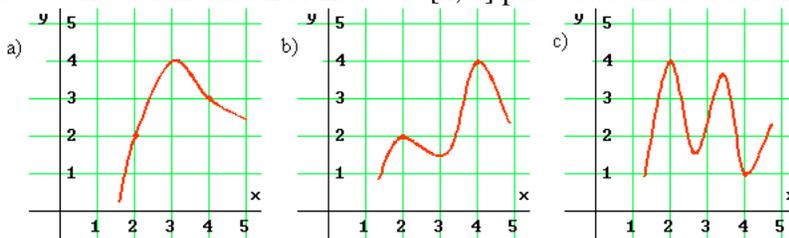
Derivadas. (Pendientes de Matemáticas I)

Tipo I: Tasas y derivadas

1. Halla la tasa de variación media en el intervalo $[1, 4]$ de las funciones:

a) $f(x) = x^2 + 2$ b) $f(x) = x^2 + 2x$ c) $f(x) = -x^2 + 2x$ [sol] a) 5; b) 7; c) -3.

2. Calcula la tasa de variación media en el intervalo $[2, 4]$ para cada una de las funciones:



[sol] a) $\frac{1}{2}$; b) 1; c) $-\frac{3}{2}$

Tipo II: Teoría de derivadas

3. Observa las figuras anteriores.

- En el punto $x = 2$, ¿cuál de ellas tiene derivada mayor?
- En el punto $x = 4$, ¿cuál de ellas tiene derivada negativa?
- En cada caso, indica (aproximadamente) los puntos con derivada 0.

[sol] a) a); b) c) En a), 3; en b), 2, 3 y 4; en c), 2, 2,5, 3,3 y 4.

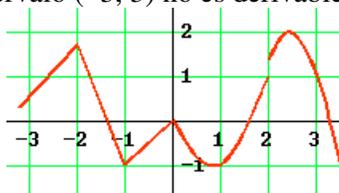
4. Halla los puntos de la curva $y = x^3 - 3x^2 + 2$ en los que su derivada vale:

a) -3 b) 0 c) 2 [sol] a) 1; b) 0 y 2; c) $\frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$

5. Halla la ecuación de la recta tangente a $f(x) = x^2 + 3x$ en el punto $x = -1$. Representa gráficamente la curva y la tangente.

[sol] $y = x - 1$

6. ¿En qué puntos del intervalo $(-3, 3)$ no es derivable la siguiente función? Indica el motivo.



[sol] -2, -1, 0, 2.

7. ¿Para qué valor de k es derivable la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + kx, & x < -1 \\ x - 1, & x \geq -1 \end{cases}$ en el punto $x = -1$?

[sol] -3.

8. ¿Para qué valor o valores de k es derivable la función $f(x) = \begin{cases} k^2 x^2 + x, & x < -1 \\ x - 1, & x \geq -1 \end{cases}$ en el punto $x =$

-1?

[sol] Nunca.

Tipo III: Práctica de derivadas

Deriva y simplifica los cálculos cuando sea posible.

9. a) $y = 2x^2 - 5x + 6$ b) $y = -3x^4 + 2x^2 + 7x - 3$ c) $y = x^4 - 5x^3 + 2x$ d) $y = \frac{2}{3}x^3 - x$

[sol] a) $y' = 4x - 5$; b) $y' = -12x^3 + 4x + 7$; c) $y' = 4x^3 - 15x^2 + 2$; d) $y' = 2x^2 - 1$

10. a) $y = \frac{3}{4}x^4 + 7x$ b) $y = \frac{3x^4}{4} + 7x$ c) $y = \frac{3x^4 + 7x}{4}$ d) $y = \frac{3}{4}(x^4 + 7x)$

[sol] a) $y' = 3x^3 + 7$; b) $y' = 3x^3 + 7$; c) $y' = \frac{12x^3 + 7}{4}$; d) $y' = 3x^3 + \frac{21}{4}$

11. a) $y = (x+4)^5$ b) $y = (3x-2)^4$ c) $y = (x^2+2)^3$ d) $y = 2(4x-7)^3$

[sol] a) $y' = 5(x+4)^4$; b) $y' = 12(3x-2)^3$; c) $y' = 6x(x^2+2)^2$; d) $y' = 24(4x-7)^2$;

12. a) $y = \frac{2x-3}{5x}$ b) $y = \frac{2x}{x^2+3x}$ c) $y = \frac{2}{4x^2+3}$ d) $y = \frac{3x}{x^2-1}$

[sol] a) $y' = \frac{3}{5x^2}$; b) $y' = \frac{-2x^2}{(x^2+3x)^2}$; c) $y' = \frac{-16x}{(4x^2+3)^2}$; d) $y' = \frac{-3x^2-3}{(x^2-1)^2}$

13. a) $y = \sqrt{3x^2+4x-5}$ b) $y = \sqrt{x^4+4x}$ c) $y = \sqrt{(1+5x)^3}$

[sol] a) $y' = \frac{3x+2}{\sqrt{3x^2+4x-5}}$; b) $y' = \frac{2x^3+2}{\sqrt{x^4+4x}}$; c) $y' = \frac{15}{2}\sqrt{1+5x}$;

14. a) $y = 2^{x^2-3}$ b) $y = 3^{2x-x^2}$ c) $y = e^{-x+3}$ d) $y = 2e^{5x}$

[sol] a) $y' = 2x \cdot 2^{x^2-3} \ln 2$; b) $y' = (2-2x) \cdot 3^{2x-x^2} \ln 3$; c) $y' = -e^{-x+3}$; d) $y' = 10e^{5x}$

15. a) $y = \log(x^2+3x)$ b) $y = \log(3x+4)^7$ c) $y = \ln(2x^2+3)$ d) $y = 2 \ln(x^2+3)$

[sol] a) $y' = \frac{2x+3}{x^2+3x} \log e$; b) $y' = \frac{21}{3x+4}$; c) $y' = \frac{4x}{2x^2+3}$; d)

16. a) $y = 3 \operatorname{sen} x - 5 \cos x$ b) $y = x \operatorname{sen} 3x$ c) $y = \cos x \cdot \operatorname{sen} x$ d) $y = e^{\cos x}$

[sol] a) $y' = 3 \cos x + 5 \operatorname{sen} x$; b) $y' = \operatorname{sen} 3x + 3x \cos 3x$; c) $y' = \cos 2x$; d) $y' = -\operatorname{sen} x e^{\cos x}$

Tipo IV: Variación y representación gráfica de funciones

17. Indica los intervalos de crecimiento y decrecimiento de cada una de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2 + 2x$ b) $f(x) = -x^2 + 2x$ c) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ d) $f(x) = -x^3 + 2x$

[sol] a) $x < -1$, decrece; $x > -1$, crece. b) si $x < 1$, decrece; si $x > 1$, crece.

c) Crece: $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$; Decrece: $(0, 2)$ d) Crece: $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$; Decrece: $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, \infty)$

18. Representa gráficamente las funciones:

a) $f(x) = |x^2 - 4|$ b) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ c) $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ d) $f(x) = \frac{1}{x+3}$ e) $f(x) = \frac{-2}{x-1}$